



Universidad de Sonora

*Construcción significativa para nociones básicas
de fracciones: un juego interactivo en
computadora*

Violeta García Carmona

Directora de Tesis. M.C. Martha Villalva Gutiérrez

Hermosillo, Sonora 31 de enero del 2009

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Homenaje

*Más allá de los males y los bienes
Tu mejor aventura cotidiana
Es lidiar con la vida lisa y llana
Que lograste, afinas y mantienes.*

*La noche se ha quedado sin rehenes
Y entra el sol por tu verso y tu ventana
Tengo, dijiste en dimensión cubana
Dijiste tengo y por supuesto tienes. . .*

Mario Benedetti

Agradecimientos

A Dios por permitirme ser,
hacer y tener.

A mis papás y hermana por
siempre creer en mí.

A mis amigos, en especial a Reyna,
por su apoyo incondicional.

A mis maestros por su
paciencia y apoyo.

Y muy especialmente agradezco
la confianza, comprensión y fe que
me brindan día a día mis hijos Toño
y Jorge, y mi esposo, el flaco,
muchas gracias.

Una vez más, Gracias Dios.

Índice

Introducción	1
Capítulo 1: Antecedentes	4
1.1 La fracción y su dificultad	5
1.2 Significados y Usos de la fracción y sus operaciones de suma y resta	6
1.2.1 En la antigüedad	7
1.2.1.1 Egipto	7
1.2.1.2 Mesopotamia	8
1.2.1.3 Grecia	8
1.2.1.4 China	8
1.2.2 En la actualidad	9
1.2.2.1 T. Kieren	9
1.2.2.2 H. Freudenthal	9
1.2.2.3 Institucionalmente	10
1.3 La importancia del juego como apoyo didáctico	11
1.3.1 El juego por computadora	12
Capítulo 2: Elementos Teórico	15
2.1 La TAD (Teoría Antropológica de lo Didáctico)	16
2.1.1 MER (Modelo Epistemológico de Referencia)	17
2.1.1.1 Organización Matemática	17
2.1.1.2 Organización Didáctica	18
2.2 Características de los juegos	20
2.3 MER Utilizado	21
	III

Capítulo 3: Problema, Objetivos, Propósitos y Acciones Metodológicas	30
3.1 Formulación del diseño	30
3.1.1 El Problema	30
3.1.2 Propósito y Objetivo General	31
3.1.2.1 Propósitos Específicos	31
3.2 Acciones Metodológicas	32
Capítulo 4: Análisis Previos	34
4.1 Análisis de las Lecciones del Libro de Texto de Tercero de Primaria (SEP 2006)	35
4.1.1 Quesos y crema	35
4.1.2 Miel y fruta seca	40
4.1.3 Juguetes de madera	45
4.1.4 Los envases	50
4.1.5 Lo que cabe en una caja	56
4.1.6 Observaciones generales	63
4.2 Análisis realizados a reactivos de la Prueba Enlace	64
4.2.1 Aplicación	65
4.2.2 Evaluación	66
4.2.3 Observaciones Generales	79
4.3 Análisis realizados a Reactivos de la prueba del IEEES	79
4.3.1 Reactivos	80
4.3.2 Observaciones	88
4.4 Descripción y Análisis previos de juegos por computadora que tratan el tema de fracciones.	89
4.4.1 Manolo, el cucaracho fraccionario	89
4.4.2 El código de Galileo	91
4.4.3 Números Mixtos	93
4.4.4 A romper Globos	95
4.4.5 Observaciones	97
4.5 Conclusiones	98
	IV

Capítulo 5: El juego "Chocolates"	99
5.1 Juego "Trenecito"	99
5.2 Experimentación "Chocolates"	101
5.2.1 Diseño de la Actividad	103
5.2.2 Actividad "Chocolates"	106
5.2.3 Análisis A priori de la Actividad "Chocolates"	108
5.2.4 Aplicación	112
5.2.5 Análisis A posteriori de la Actividad "Chocolates"	119
5.2.6 Comentarios	124
5.3 "Chocolates", el juego por computadora	125
5.4 Comentarios Generales	131
Conclusión	134
Bibliografía	137
Anexos	141

Introducción

Este trabajo tiene como finalidad dar a conocer la actividad lúdica de "Chocolates" así como presentar la justificación de la realización de este juego. "Chocolates" es un juego interactivo por computador –que aprovecha las posibilidades multimedia que éste ofrece– cuya finalidad es acercar de forma divertida a los niños de tercer grado de primaria al tema de fracciones y sus operaciones. De una manera más precisa podemos decir que el propósito en la realización de esta tesis es: *"Elaborar el diseño de una serie de actividades lúdicas, montadas a través de programas interactivos por computadora, con el fin de lograr en los estudiantes de tercero de primaria, una construcción significativa de las nociones de equivalencia y comparación que fundamentan las operaciones de suma y resta de fracciones"*.

Se ha considerado el tema matemático de "Suma y Resta de fracciones" ya que las fracciones son consideradas como un objeto matemático que causa dificultad tanto en su enseñanza como en su aprendizaje, dicha aseveración tiene un sustento más sólido en párrafos posteriores del documento.

También se ha pretendido que el acercamiento que tengan los alumnos, como se ha mencionado, sea de forma entretenida, por lo cual se consideró que dicho acercamiento sea a través de un juego que a su vez es presentado en computadora ya que actualmente es ésta una herramienta que permite tener un acercamiento interactivo entre quienes la usan y lo que se está usando, en este caso "Chocolates" y el objeto matemático de suma y resta de fracciones. Es importante señalar que en el juego sólo se aspira a que los niños tengan una primera aproximación al tema en cuestión.

El documento se ha dividido en 5 capítulos en los cuales se presenta el desarrollo tanto del trabajo como de la actividad lúdica de "Chocolates". A continuación se presenta una breve semblanza de cada uno de éstos.

En el capítulo uno de antecedentes se expone acerca de la dificultad que ha presentado y presenta la fracción como tema de enseñanza y aprendizaje. También se señala la utilidad que daban a la fracción, algunas civilizaciones antiguas como los egipcios y los griegos y significaciones que actualmente se le dan a este objeto matemático. En este mismo capítulo se destaca además el porqué se ha considerado que sea un juego el que se ha escogido para tener el acercamiento al tema.

El capítulo dos observamos algunos de los elementos teóricos en los que se sustenta la realización de "Chocolates". La TAD o Teoría Antropológica de lo Didáctico sitúa a la actividad matemática dentro de las actividades sociales, se menciona sistemas didácticos y procesos de estudio en donde tendría cabida el juego que se realiza. Se manifiesta además las características a valorar en la realización de "Chocolates", así como se hace un despliegue del MER (Modelo Epistemológico de Referencia) utilizado. Igualmente se hace referencia a algunos principios señalados por J. Huizinga para justificar los "juegos didácticos".

En el capítulo tres se hace mención al problema que el juego aborda y que tiene que ver con el tipo de tareas que se llevan a cabo en la escuela primaria. También se hace alusión al propósito y al objetivo tanto de la tesis como del juego "Chocolates", dicho propósito y objetivo han sido mencionados en párrafos anteriormente. Las acciones que se han llevado a cabo en la realización del presente documento y del juego son mencionadas en este mismo capítulo.

El capítulo cuatro es un conjunto de análisis que se han realizado en algunas lecciones del libro de texto de tercero de primaria en donde se observa a la fracción en algunos de sus temas como tema de estudio, así como en algunos reactivos que presenta la prueba enlace 2007 y reactivos que aplica el Instituto de Evaluación Educativa del Estado de Sonora. Dicho análisis se ha realizado tomando en cuenta elementos inmersos en la Teoría Antropológica de lo

Didáctico. También se presentan análisis realizados a juegos que se encuentran en la red, en donde existe una manipulación del objeto matemático de fracciones.

El capítulo cinco es la presentación del juego en sí y las actividades que se realizaron como antecedente al mismo. Se describe el juego "Trenecito" que fue el primer intento de un juego en computadora que tratase el acercamiento al tema de suma y resta de fracciones. Se menciona la actividad manipulable de "Chocolates", cuáles son sus objetivos, reacciones de niños quienes lo jugaron y conclusiones obtenidas al llevar a cabo dicha actividad. Como consecuencia de la puesta en escena de estas dos actividades se obtienen una serie de mejoras que se implementan en el juego "Chocolates" que se presenta como punto final de este trabajo de tesis.

Sin más que agregar se les invita a que hagan un recorrido a través de las páginas de este documento y de esta forma, si se cuenta con la oportunidad de jugar "Chocolates", comprendan el sentido y la importancia del mismo.

Capítulo 1

Antecedentes

Las fracciones, un concepto matemático presente de forma explícita en los planes y programas de estudio del Sistema Educativo Mexicano se han venido utilizando a través de los años en diversos contextos y de formas muy variadas en las disciplinas que toman a las matemáticas como una ciencia de apoyo principal o secundaria. Así podemos constatar su utilización en el comercio (*Me da medio kilo de jitomate*), la navegación (*Falta un cuarto de milla*), en los censos (*Una octava parte de la población...*), en cálculos científicos (*...es una diezmilésima parte de...*), o hasta en simples repartos de un pastel en una fiesta de cumpleaños (*Yo quiero la mitad del pastel*).

Al introducirse en el área didáctica de las matemáticas, las fracciones son motivo de estudio en forma explícita desde los niveles de tercero de primaria hasta segundo de secundaria. Aquí podemos identificar procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones considerando contenidos a enseñar (Organización matemática), como prácticas docentes (Organización didáctica) en donde se pone de manifiesto la concepción que tanto la institución como el profesor tienen de la fracción. Dicha concepción no siempre se presenta adecuada ya que existen diferentes factores que intervienen en la conformación de la misma.

Para poder contar con un panorama más amplio de lo que se ha comentado en los párrafos anteriores, se mencionan a continuación algunas dificultades que se han detectado en el proceso de estudio de la fracción así como significaciones y usos que se le han dado a través de los tiempos y en culturas tales como la egipcia, babilónica y griega.

1.1 – La fracción y su dificultad

Existen numerosos artículos que mencionan dificultades en el aprendizaje de fracciones así como resultados de evaluaciones que se han realizado a niños y jóvenes de diferentes niveles educativos, no sólo en la República Mexicana, sino a nivel mundial. La dificultad en el tema de fracciones se ha explicitado dentro de los planes y programas de estudio establecidos por la Secretaría de Educación Pública de la República Mexicana en donde se ha puesto de manifiesto dicha aseveración considerando, en la reforma del año 1993 realizada para dichos planes, posponer las operaciones de multiplicación y división de fracciones al nivel de secundaria; de esta manera se da un mayor énfasis a objetos matemáticos tales como las equivalencias, así como a las operaciones de suma y resta de fracciones (SEP; 1993).

Tomando en consideración los significados institucionales y contextos de medición, reparto, razón y parte-todo, se han detectado dificultades como:

- No existe claridad en fracciones donde el numerador es mayor que el denominador,
- Las fracciones se entienden como parte de un conjunto siempre y cuando la totalidad del conjunto sea representado por el numerador; si no es así, el significado de la fracción pierde sentido.
- Las fracciones son mayormente identificadas en figuras simétricas que se presentan de forma común tales como el rectángulo, círculo, cuadrado, no así, en figuras que presentan asimetrías.
- El significado de razón es poco o nulamente comprendido. (Ávila A. Algunos Problemas en el aprendizaje de fracciones)

Además de las dificultades antes mencionadas se identifican:

- Predominio en la cardinalidad del numerador.
- Predominio en la cardinalidad del denominador.
- La no consideración del todo ya que se ve al numerador como un complemento del denominador.
- Desigualdades en las áreas en el reparto. (Figueras, Filloy y Valdemoros)

Algunas de las dificultades mencionadas anteriormente son resultado de la falta de diferentes contextos en la presentación de la significación de las fracciones (Adonegui Zabala y Alcides Vargas, 2000) y sus operaciones (Valdivé Fernández), ya que según resultados obtenidos en evaluaciones referentes al tema se ha detectado que a mayor registro de representaciones existe una mejor significación por parte de los alumnos en el tema de fracciones y sus operaciones.

En estudios realizados por diversos investigadores se han obtenido resultados de significaciones que dan algunos maestros a la fracción, en algunos casos sólo como fraccionamiento de la unidad (Relación parte-todo) principalmente manejándola en un esquema de la fracción como menor a uno y, algunos de los profesores no logran comprender y abarcar todos los significados dados a las fracciones. De igual forma no cuentan, algunos profesores, con significaciones claras de algoritmos utilizados en las operaciones con fracciones, y se cometen errores en su proceso y en la obtención de (León Pérez, 2003).

1.2 Significados y Usos de la fracción y sus operaciones de suma y resta

Dentro de la matemática educativa, el término "significado" tiene muchas connotaciones dependiendo de la teoría o marco de referencia que se esté citando. Si tomamos de forma generalizada al significado de un concepto u objeto como "Todo aquello que nos representa", podríamos hablar de una gran variedad de significados con respecto al concepto u objeto en cuestión. Es de esta forma que se presentan algunas significaciones y utilidades que se han dado a la fracción en el tiempo y en algunas civilizaciones.

1.2.1 - En la antigüedad

1.2.1.1 - Egipto

El objeto matemático "fracciones" ha contado con diversas y variantes significaciones y usos a través de los años, así como las operaciones aritméticas que se realizan con las mismas, ejemplificando lo anterior tenemos que desde la antigüedad uno de los primeros indicios registrados con los que se cuenta del surgimiento de la operación de suma de fracciones se encuentra en el Papiro de Rhind, documento proveniente del Antiguo Egipto (2000-1800 A.C.). En dicho Papiro se presentan una serie de tareas con una significación de reparto, específicamente de comida y bebida, que se resolvían utilizando la suma de fracciones. Se cree que este papiro tenía fines didácticos por la forma en que se presentan las tareas mencionadas. La técnica en la suma de fracciones se daba en la descomposición de una fracción en la suma de sus fracciones unitarias además de la fracción $\frac{2}{3}$ que parece tener una gran relevancia en los cálculos y representaciones que realizan. También usaban en la representación de operaciones con fracciones la técnica de la duplicación de las mismas, ejemplificando lo anterior en el papiro de Ahmes se presenta el siguiente problema con su respectiva solución: "Efectuar el reparto de 1 hogaza de pan entre 10 hombres. El razonamiento que se sigue es: Si un hombre recibe $\frac{1}{10}$ de hogaza, dos hombres recibirán $\frac{2}{10}$, es decir, $\frac{1}{5}$, y cuatro hombres recibirán $\frac{2}{5}$ de hogaza o bien $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ de hogaza, y por lo tanto ocho hombres recibirán $\frac{2}{3} + \frac{2}{15}$ de hogaza o bien $\frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$, y ocho hombres más dos hombres, los diez iniciales, recibirán entre todos $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$ de hogaza, es decir, la hogaza completa" (Boyer, 1986).

1.2.1.2 - Mesopotamia

A la par, la matemática mesopotámica se desarrollaba, y las fracciones hacían su aparición con un sistema sexagesimal y con un sentido posicional, lo cual permitía a los babilónicos la aplicación de técnicas muy similar a las actuales

dentro de las operaciones con números enteros y fraccionarios (sexagesimales). La suma de fracciones se presenta en la resolución de tareas en el ámbito algebraico y geométrico. Se dice que la técnica utilizada por los babilónicos en la resolución de operaciones con fracciones fue la mejor hasta la época del Renacimiento.

1.2.1.3 - Grecia

Entre los años 500 y 50 A.C. la matemática griega se va desarrollando de manera más formal, existen grandes adelantos en astronomía, física y en matemáticas, específicamente en el área de trigonometría. Es aquí donde hacen su aparición Ptolomeo y Herón de Alejandría, sabios que desarrollan y dan utilidad a la matemática de su época. Los griegos contaban con una gran influencia de la matemática que se había desarrollado en la Mesopotamia, sin embargo, en el área de las operaciones con fracciones, aunque la técnica del posicionamiento sexagesimal de los babilónicos era la utilizada en astronomía y física, fue la técnica de los egipcios, la descomposición de las fracciones en sus fracciones unitarias, la que predominó de forma general en el común de las personas. La representación que se daba de las fracciones en un principio era el denominador por encima del numerador sin utilizar la línea de separación, cambiando tiempo después a la posición que les damos actualmente.

1.2.1.4 - China

Desde el siglo XIV A.C. los chinos realizaban operaciones con fracciones, obteniendo, si así se requería, el mínimo común divisor en algunos casos. Hacían una analogía del numerador de la fracción con un hijo y al denominador con la madre, así los principios del yin-yang se encontraban presentes en conceptos matemáticos dando una mayor comprensión y manipulación de los mismos. (Boyer, 1986)

1.2.2 - En la actualidad

Actualmente existen autores y contenidos que hacen referencia al tema de fracciones y sus significaciones, entre estos podemos mencionar a:

1.2.2.1.- T. Kieren

Quien propone una clasificación de las mismas dependiendo del significado que se le dé en los tipos de tareas en las que son presentadas. Dicha clasificación incluye los significados de medida, cociente, operador multiplicativo, razón y la relación parte-todo que puede estar presente en las cuatro significaciones anteriores. Dentro de la significación de medida los tipos de tareas tienen que ver con unidades de medida arbitraria y dimensión como longitudes y capacidades. Es aquí donde se da una significación de unión a las operaciones de suma y resta de fracciones. Como cociente la significación dada es el de una división indicada sin residuo y de la forma a / b , utilizándose en situaciones que implique reparto. Como operador multiplicativo se utiliza en la significación de transformador multiplicativo de cierta cantidad en otra de la misma especie. Los tipos son: Operador escalar y Operador función. En la significación de razón, la fracción se entiende como una comparación multiplicativa de dos cantidades en donde se referencia a la proporcionalidad y, en este contexto, las tecnologías utilizadas al resolver operaciones aritméticas entre fracciones no cuentan con un significado lógico ya que la suma en razones no implica la misma significación que la suma en fracciones. Estas dos últimas significaciones (Operador multiplicativo y razón) no son consideradas dentro de las tareas sugeridas institucionalmente. (León Pérez, 2003)

1.2.2.2.- Hans Freudenthal

Determina a la fracción como el recurso fenomenológico del número racional, la ve como la fuente donde se realizan acciones sobre los objetos y se analizan las propiedades de esas acciones que llegan a darle significado al concepto de número racional. Dentro de este recurso fenomenológico hace la

diferencia de la fracción como la representación del concepto matemático y como el recurso fenomenológico que, según él, debe de enseñarse en la base de objetos mentales interactuando con diversos contextos tales como en mediciones, comparaciones, repartos, transformaciones y divisiones de enteros teniendo en consideración los significados personales que darán sentido a la fracción. (Freudenthal, 1994)

1.2.2.3.- Institucionalmente

Los contenidos de fracciones en la educación primaria son tratados en contextos de medida y reparto en donde se analizan relaciones y surgen comparaciones intuitivas tomando en consideración la estimación de los resultados. Como ejemplo de un contexto de reparto tenemos la lección No. 66 del libro de tercer año titulada "Los envases" en donde se mencionan envases de diferentes capacidades y se realizan preguntas tales como "¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ de litro pudieron llenar con toda la naranjada?" (SEP; 2006. Libro de texto. *Matemáticas Tercer Grado*). Otro tipo de tareas que se enfatizan son las referentes a la medición, en los años de tercero y cuarto de primaria se analizan principalmente longitudes, pesos, capacidades y algunas veces los ángulos. Un ejemplo se observa en la lección titulada "Esferas de Plastilina" de cuarto de primaria en donde se presentan esferas de plastilina de diferentes pesos y una de las tareas es la de determinar "¿Cuántos gramos pesan en total las doce esferas?" (SEP; 2005. Libro de texto. *Matemáticas Cuarto Grado*).

El tema de las operaciones con fracciones surge en tercero de primaria de forma contextualizada y evoluciona a través de los siguientes grados.

En los párrafos anteriores podemos visualizar información y esfuerzos que se han considerado teniendo como objetivo lograr un aprendizaje exitoso en cuanto al tema de fracciones y sus operaciones, es importante destacar que se hablan de diversos contextos y significaciones que sirven de apoyo en la introducción y manejo de este tema ya que, como se ha mencionado, la diversidad de contextos nos permiten lograr un aprendizaje con un significado. De esta forma

se propone realizar una serie de actividades lúdicas realizadas por computadora, como un contexto diferente al propuesto en el salón de clases, con la finalidad de que sirvan de soporte a los profesores en la enseñanza de las operaciones de suma y resta de fracciones, y en el aprendizaje significativo por parte de los alumnos de tercero de primaria. Las actividades propuestas tienen como sustento los contenidos institucionales que presenta la Secretaría de Educación Pública en los grados de tercero y cuarto de primaria.

Se ha tenido a bien considerar que la actividad sea presentada como un juego, ya que en un juego además de divertirse se logra obtener un aprendizaje de "algo" en esta caso ese "algo" se pretende encaminara un primer acercamiento al tema de suma y resta de fracciones. Además tomando en cuenta el gran auge en la actualidad de juegos por computadora y la gran aceptación que éstos tienen en el ámbito infantil se ha considerado la realización del juego en el ámbito computacional.

1.3 La importancia del Juego como apoyo didáctico

Dentro de la enseñanza de las matemáticas se ha considerado al juego como una herramienta didáctica que les permite a los niños la construcción de estrategias para ganar sistemáticamente (SEP; 2004). En la construcción de dichas estrategias, se genera una significación del objeto matemático que se está manipulando aunque esta significación no se realice de forma explícita. Es entonces, el juego, una herramienta más que nos permite presentar diversos contextos de contenidos matemáticos con la finalidad de que los alumnos tengan otras experiencias que complementen lo visto o por ver en clase.

Al hablar de un juego, no nos referimos a simples improvisaciones de una actividad, sino que se cuentan con lineamientos o reglas que permiten el buen desarrollo del mismo. Además es necesario considerar que algunos juegos no son de interés para los alumnos por lo que es necesario que en la realización de éstos se identifiquen y se consideren ciertas características y el medio en el que se desarrollan.

1.3.1 - El juego por computadora

En nuestros días es muy común identificar niños de edad escolar que utilizan la herramienta computacional de forma fácil y con agrado. Las instituciones educativas se han dado a la tarea de introducir computadoras como una alternativa más en el proceso de estudio de sus alumnos.

En el sistema educativo mexicano se ha introducido al juego en computadora como una alternativa eficaz en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Lo anterior se puede constatar en "Enciclomedia", en donde se presentan recursos didácticos propuestos de acuerdo a los contenidos de los libros de texto que se llevan en un cierto periodo de tiempo. Como ejemplo tenemos que, como apoyo a la actividad de "Adorno con listones" que se ve en quinto año de primaria en el bloque 1 del libro de texto, se presentan los juegos por computador de "Números Mixtos" y "A romper globos" los cuales se refieren al contenido matemático de fracciones, y es que, al presentar un tema, en este caso matemático, en un contexto de juego en la computadora presenta ventajas, algunas de las cuales, según Yordanis Cruz López (Enero 2007).

En los niños

- Posibilitan y provocan que el niño interactúe con el contenido durante mucho tiempo a voluntad propia.
- Hacen que el niño vea el contenido con más agrado.
- Hacen que gane confianza como ser intelectual y no sienta pena ni miedo de aprender.
- Permiten realidades psicológicas difíciles de desarrollar por el maestro en el aula: la visualización de imágenes, figuras, y la reproducción de sonidos.
- Permiten que los niños avancen según su desarrollo intelectual, el cual se va desarrollando paulatinamente con el mismo juego.
- Facilitan que el alumno se evalúe según los resultados obtenidos y que repita el juego o los niveles que no ha vencido.
- Motivan al empleo de otras técnicas o métodos de aprendizaje para volver al juego con una mayor preparación.

- Desarrollan otras habilidades intelectuales relacionadas con el empleo de las tecnologías.

En el maestro

- Son una nueva alternativa para potenciar, estudiar y utilizar, siempre que sea conveniente.
- Permiten planificar nuevas formas de aprendizaje, donde el contenido es presentado por el maestro y personalizado por el alumno.
- Permiten emplear más tiempo en el estudio y búsqueda de nuevas formas y métodos de enfocar y presentar el contenido.
- Parte del tiempo destinado a hablar o a dictar contenido puede ser destinado a controlar, diagnosticar e inducir el contenido.
- Las características de los juegos y la aceptación de estos hace que la asignatura sea más amena y aceptada por el estudiante.
- Permiten explotar nuevas técnicas de evaluación, que para el estudiante pueden ser transparentes, en las que, el maestro, con sólo con ver los resultados del juego perciba el nivel de conocimiento del estudiante.
- Permiten nuevas formas de estudio independiente y la extensión de este a la casa y a los centros comunitarios que prestan servicios informáticos.

En la familia

- Brindan nuevas formas de distracción y recreación en los pequeños, que muy bien puede sustituir juegos no formativos.
- Permiten palpar con facilidad el grado de conocimiento del niño sobre los contenidos.
- Permiten contribuir con la labor institucional de la escuela.



Tomando en cuenta al tema de fracciones como uno de los puntos que presentan mayor dificultad en la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos y considerando además los beneficios que nos presentan los juegos en la computadora, nos aventuramos a diseñar una actividad lúdica por computadora que apoye el proceso de estudio del contenido matemático de fracciones y sus operaciones en un primer acercamiento a éste.

Capítulo 2

Elementos Teóricos

Al hablar de la realización de un juego por computadora que tiene como un objetivo llevar a los estudiantes a tener un primer acercamiento al objeto matemático de suma y resta de fracciones nos tendríamos que preguntar si ¿Es válido la manera en que se presentan estas incipientes sumas y restas de fracciones?, ¿En que está basado dicho juego para proclamar su correspondencia dentro del Sistema Educativo Mexicano?, si ¿El contexto en el que se ha desarrollado es el adecuado o porqué se ha decidido por el mismo?, ¿Cuenta con un soporte teórico que proclame su validez?

Para dar respuesta a algunas de las preguntas realizadas se han tomado como referencia, algunos conceptos tales como: momentos de estudio, transposición didáctica, organización didáctica y matemática, Modelo Epistemológico de Referencia, que están inmersos en la Teoría Antropológica de lo didáctico de Yves Chevallard.

Así pues, en este capítulo se hará inicialmente una descripción de los elementos teóricos mencionados y, posteriormente, en una concreción necesaria de algunos de ellos, se presenta la construcción del *Modelo Epistemológico de Referencia*, a partir de la orientación institucional del tema de fracciones, expresada en los Planes y Programas de la SEP así como en los textos didácticos oficiales. De igual manera, se hace referencia a algunos principios señalados por J. Huizinga para los "juegos didácticos", que en este trabajo fueron un apoyo importante para el análisis de otras propuestas y el diseño del juego que aquí se presenta.

2.1 La Teoría Antropológica de lo Didáctico

Se ha recurrido a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Yves Chevallard en la sustentación de este trabajo ya que tiene a bien considerar a la actividad del estudio de la matemática dentro de las actividades humanas y sociales.

Dentro de la teoría se habla de un sistema didáctico conformado por el profesor, el alumno y el concepto de estudio en cuestión, el cual permitirá identificar un proceso de estudio en específico, y es aquí donde podríamos situar al juego que se ha realizado como parte de este proceso de estudio y lograr así el objetivo que se ha propuesto.

Un punto a considerar dentro del mismo juego es que si pensáramos que al llevar a cabo dicho juego tendríamos como resultado un primer acercamiento al objeto matemático puro de suma y resta de fracciones, estaríamos totalmente equivocados, ya que aquí entra el concepto de transposición didáctica, que tiene que ver con la transformación que sufre ese conocimiento puro (saber sabio) que se tiene del objeto matemático al saber en el que se ha convertido (saber institucional), es decir, se ha tomado el saber institucional como aquél que enseña una institución determinada y que, invariablemente, ha sufrido modificaciones dependiendo cada uno de los procesos de estudio en el que esté latente ese objeto matemático. Por tal motivo es importante mencionar que el objeto matemático de suma y resta de fracciones que se pretende presentar en este juego es el saber propuesto en los planes y programas de estudio de la SEP y que se toma como referente principal para fundamentar los contenidos de dicho juego.

Asimismo, apoyándonos en la teoría de Chevallard, tomamos al juego como parte de un proceso de estudio en particular, es decir, forma parte de una organización didáctica, o lo que es lo mismo, del conjunto de actividades que el profesor ha considerado válidas para presentar un cierto objeto de estudio al alumno, en este caso, la suma y resta de fracciones. Aquí hay que recordar que el objetivo del juego es sólo que el estudiante logre tener un primer acercamiento

con el objeto de estudio, dentro de la TAD, este primer acercamiento es considerado como el *primer momento* dentro de un proceso de estudio.

A continuación se presenta una explicación más detallada de algunos de los conceptos mencionados que conforman a la TAD y que a su vez, como ya se mencionó, soportan el desarrollo y producción del este trabajo de tesis.

2.1.1 El MER (Modelo Epistemológico de Referencia)

Se presenta como un grupo de elementos que en su conjunto nos permiten analizar, comparar y crear procesos específicos en el estudio de las matemáticas.

En el presente trabajo, se verá su utilidad

El MER se conforma de dos grandes sistemas:

2.1.1.1 La Organización Matemática o Realidad Matemática

Conformada por tareas, técnicas, tecnologías y teorías que surgen como respuesta a un cuestionamiento matemático previo y que se han denominado en su conjunto como una Praxeología Matemática.

El término praxeología se refiere a dos grandes sistemas:

- o La Praxis (Saber Hacer) compuesta de:
 - Tareas, construcciones institucionales que competen a problemas completos (objetos mismos de la didáctica), se pueden agrupar en tipos y géneros según el grado de extensión de las mismas.
 - Técnicas, forma de llevar a cabo las tareas, en algunas ocasiones la técnica es sinónimo de algoritmo.
- o El logos (Saber Sabio) se compone a su vez de:
 - Tecnología, discurso razonado sobre la técnica cuya función es la de justificar, explicar y producir técnicas.
 - Teorías, entendidas en un nivel superior de explicación, justificación y producción de las tecnologías.

como para tener una guía para el diseño de las actividades propuestas y su correspondiente evaluación.

Es importante mencionar que dentro de un proceso de estudio pueden o no encontrarse la totalidad de los momentos que aquí se han descrito, lo anterior va a depender de cuál es el objetivo a lograr al llevar a cabo dicho proceso.

La evaluación es un tema que se considera de suma importancia dentro de la TAD entendiendo a la evaluación no como una evaluación escolar sino como aquella actividad necesaria y relativa que implica darle valor a un objeto dependiendo del papel que juegue en un determinado proceso. Las tareas, técnicas, tecnologías y teorías pueden ser evaluadas y reemplazadas constantemente; lo anterior puede ser realizado bajo el lente de la TAD que establece ciertas consideraciones a tomar en cuenta en la evaluación de dichas praxeologías.

En la evaluación de tareas se consideran tres criterios:

- ✓ **Identificación:** Se responde a la pregunta ¿Están bien identificados los tipos de tareas? Se debe identificar que dichos tipos de tareas estén explicitados en un número variado de contextos y en cantidades adecuadas.
- ✓ **Razón de Ser:** ¿Las razones de ser de los tipos de tareas están explicitadas? Hay que identificar los objetivos que se encuentran implícitos en la realización de dichas tareas. ¿Para qué se realizan?
- ✓ **Pertinencia:** ¿Los tipos de tareas que se tienen representan una buena muestra de las situaciones encontradas en actividades matemáticas y extramatemáticas de los alumnos? Se debe identificar que los tipos de tareas ayuden a dar respuesta a necesidades actuales y próximas presentes en los alumnos.

Dentro de la evaluación de las técnicas pueden llevarse a cabo los mismos criterios que se han mencionado en la evaluación de tareas, algunas de las preguntas que se pueden hacer tienen que ver con la efectividad de las técnicas así como su facilidad y fiabilidad.

En cuanto a la evaluación de las tecnologías y teorías análogamente a las evaluaciones anteriores, se tienen que realizar preguntas que justifiquen, expliquen y sustenten la utilización de ese determinado logos.

Para el diseño del juego "Chocolates", que constituye la propuesta central de este trabajo, se ha considerado al Modelo Epistemológico de Referencia como la herramienta que nos proporciona los elementos para realizar análisis, comparaciones y creaciones de procesos que nos llevan, en este caso, a determinar un proceso de estudio para el objeto matemático de interés.⁴ Sin embargo, en la elaboración del juego no sólo se han tomado en cuenta elementos que proporciona la TAD sino que avocándonos a la condición de que es un "Juego" lo que se presenta, se referencian, a continuación, elementos y características propias de los juegos.

2.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS JUEGOS

En su obra "Homo Ludens" (1938) el sociólogo J. Huizinga presenta algunas características referentes a los juegos que, como antes se mencionó fueron consideradas en el diseño de "Chocolates". Entre estas características destacan:

- "Es una actividad libre, en el sentido de la *paideia* griega, es decir, una actividad que se ejercita por sí misma, no por el provecho que de ella se pueda derivar.
- Tiene una cierta función en el desarrollo del hombre; el cachorro humano, como el animal, juega y se prepara con ello para la vida; también el hombre adulto juega y al hacerlo experimenta un sentido de liberación, de evasión, de relajación.
- El juego no es broma; el peor revienta juegos es el que no se toma en serio su juego.
- El juego, como la obra de arte, produce placer a través de su contemplación y de su ejecución.

- El juego se ejercita separado de la vida ordinaria en el tiempo y en el espacio.
- Existen ciertos elementos de tensión en él, cuya liberación y catarsis causan gran placer.
- El juego da origen a lazos especiales entre quienes lo practican.
- A través de sus reglas, el juego crea un nuevo orden, una nueva vida, llena de ritmo y armonía."

En el Sistema Educativo Mexicano se menciona a la resolución de problemas y a la estimación de resultados como partes fundamentales dentro del proceso de estudio. J. Huizinga establece que el juego tiene cierta función en el desarrollo del hombre y lo prepara para la vida. Estos dos puntos son parte esencial en el juego de "Chocolates" que se presenta como una actividad que forma parte de un proceso de estudio, en donde el objeto matemático a tratar es la suma y resta de fracciones, y en el que se presenta un "problema" de reparto en forma de juego.

Después de haber presentado la definición de algunos elementos teóricos que sirven de sustento a este trabajo así como características viables de los juegos a tomar en cuenta en la elaboración de "Chocolates", se muestra la organización matemática y didáctica que, en forma general, se señala en los Planes y Programas de la Secretaría de Educación y Cultura de la República Mexicana concerniente al tema de fracciones y sus operaciones para el grado de tercero de primaria. Dicha organización constituirá, como antes se mencionó, el Modelo Epistemológico de Referencia, es decir, el referente institucional ante el cual estaremos contrastando las acciones de análisis y diseño específico en este trabajo.

2.3 MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERENCIA UTILIZADO:

Se ha mencionado que en el Sistema Educativo Mexicano dentro de los planes y programas de estudio los contenidos matemáticos están separados por bloques

los cuales, a su vez, se relacionan. En el bloque de "Los números sus relaciones y sus operaciones" (SEP; 2006. Libro de texto. *Matemáticas Tercer Grado*) se enfatizan situaciones generales tales como:

- ❖ Se usan los números en situaciones externas a la escuela lo que se toma como referencia en algunos de los temas dándoles ciertos contextos en la búsqueda de significados.
- ❖ Se maneja la estimación de resultados y el cálculo mental.
- ❖ Las operaciones con naturales son punto clave en la educación primaria y las operaciones de suma y resta, se realizan a través de resolución de problemas haciendo a un lado las técnicas algorítmicas.
- ❖ Se establece que en cualquier situación lo que les permite construir el conocimiento es el proceso de poner constantemente a prueba sus propias hipótesis.
- ❖ Se dice que el uso de la calculadora está restringido en primaria, si embargo existen algunas actividades que la sugieren en la búsqueda y verificación de resultados así como inferir procesos.
- ❖ También se menciona la importancia del juego en cuanto a su conveniencia en el desarrollo de estrategias que pueden seguir los niños para la búsqueda de resultados y en la construcción de un conocimiento significativo.

Es dentro de este bloque donde está inmerso el tema de fracciones y sus operaciones. Al revisar más detalladamente este tema, se puede identificar la gran importancia que se le da a puntos específicos como:

- ❖ Establecer la significación del numerador y denominador.
- ❖ Identificar la relación entre numerador y denominador
- ❖ Los contenidos de fracciones en la educación primaria son tratados en contextos de medida y reparto en donde se analizan relaciones y surgen comparaciones intuitivas tomando en consideración la estimación de los resultados.

- ❖ Minimización de la técnica algorítmica dando pie al surgimiento y desarrollo de otras técnicas.
- ❖ Operaciones con fracciones y equivalencias entre fracciones son temas que se presentan aunados ya que es necesaria la comprensión primera de las equivalencias entre fracciones para la resolución de sumas y restas de éstas.

Los contenidos matemáticos dentro de las lecciones del libro de texto van evolucionando y complementándose, al terminar el último bloque del libro, los contenidos concernientes al tema de fracciones y sus operaciones son (SEP; 2005. Libro de texto, *Matemáticas Tercer Grado*):

- Uso de las fracciones para expresar medidas de superficie
- Uso de las fracciones para expresar medidas de longitud. Noción de mitad
- Fracciones como parte de un conjunto discreto
- Fracciones como resultado de un reparto
- La fracciones como medida de capacidad
- Fracciones de cantidades discretas y continuas. Uso de la escritura convencional
- Fracciones del metro
- Fracciones de cantidades continuas y discretas.
- Noción de equivalencia de fracciones
- La fracción como parte de unidad o como parte que cabe un cierto número de veces.
- Situaciones de reparto exhaustivo y no exhaustivo.
- Comparación entre fracciones y números enteros.
- Aproximaciones a la suma de fracciones mediante el cálculo mental.

Institucionalmente se presentan Tipos de tareas enmarcadas en verbos que después se traducirán en tareas más específicas para cada una de las lecciones del texto, algunas de estos tipos son (SEP; 2005. Libro de texto, *Matemáticas Tercer Grado*):

- Manipula (trabaja con objetos concretos y los arma, pega, recorta, relaciona, reparte, ubica o une, utilizando sus manos u otras partes de su cuerpo)
- Relaciona (asocia, clasifica, ordena, une o mide objetos matemáticos, o bien escribe o registra información, o bien ubica números o puntos en la recta o en el plano)
- Analiza (compara u ordena datos, o bien analiza o interpreta la información)
- Opera (cuenta o hace operaciones aritméticas, ya sea por escrito, mentalmente, o con calculadora)
- Verifica (comprueba por algún medio a su alcance si es correcta una hipótesis, una estimación de resultados, una operación, etc., que ha hecho)
- Identifica (observa, identifica o describe un objeto matemático)
- Hipotetiza (anticipa o estima el resultado de una acción matemática, o prevé o predice algo que va a ocurrir, o conjetura o plantea hipótesis que explican lo que ocurre)

Las tareas, como ya se ha mencionado, se particularizan según la lección que se lleve a cabo y avocándonos a contenidos matemáticos referentes a fracciones y sus operaciones, podemos identificar tareas concernientes a repartos y mediciones dentro de una misma lección, para ejemplificar lo anterior expuesto tenemos a la lección "Los envases" ubicada en el bloque cuarto del libro de texto. En esta lección podemos identificar los siguientes Tipos de Tareas:

Tipos de Tareas (SEP; 2005. Libro de texto. Matemáticas Tercer Grado)

- Relaciona (asocia, clasifica, ordena, une o mide objetos matemáticos, o bien escribe o registra información, o bien ubica números o puntos en la recta o en el plano)
- Opera (cuenta o hace operaciones aritméticas, ya sea por escrito, mentalmente, o con calculadora)
- Analiza (compara u ordena datos, o bien analiza o interpreta la información)
- Comenta (explica, comenta, discute o expresa formalmente un proceso)

En cuanto a los objetivos que se persiguen de forma institucional, los podemos identificar sumados a los contenidos matemáticos que pretenden mostrar cada lección. Como ejemplo de contenidos matemáticos y objetivos se cita la lección "Los envases" de la cual ya se han mencionado anteriormente los Tipos de Tareas que se proponen en la misma.

Contenidos matemáticos

- Concepto de medios, cuartos u octavos
- Representación convencional de las fracciones
- Concepto de fracciones mixtas e impropias
- Equivalencia entre fracciones
- Conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa
- Resolución de problemas de equivalencia entre fracciones
- Lectura y escritura de fracciones mixtas
- Descomposición de una fracción en sumandos con igual denominador
- El litro como unidad de capacidad
- El medio litro y cuarto de litro
- Resolución o invención de problemas a partir de una ilustración
- Resolución o invención de problemas a partir de enunciados con datos numéricos

Objetivo General

Unión y reparto de contenidos fraccionarios (Números fraccionarios a nivel de construcción)

En la siguiente tabla se observan las relaciones que existen entre los bloques de cada lección con las tareas y objetivos específicos que se identifican en dichos bloques. Es muy importante señalar que es necesaria que esta relación se lleve a

cabo y que además vaya evolucionando para que de esta forma se logre el objetivo y con esto una significación del objeto matemático en cuestión.

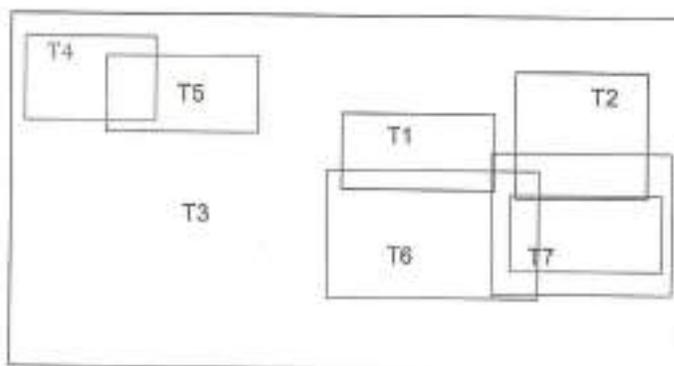
Bloques	T	Tareas	O	Objetivos
<p>Luis buscó en un diccionario el significado de la palabra envase ¿Qué crees que encontró? Averigüalo en tu diccionario.</p> <p>Anota con palabras cuánto le cabe a cada uno de los envases de la ilustración.</p> <p>¿A cuáles envases de la fotografía les cabe más de 1 litro?</p> <p>¿A cuáles les cabe menos de 1 litro?</p> <p>¿Cuáles otros productos conoces que se vendan en recipientes de 1 litro, de $\frac{1}{2}$ litro o de $\frac{1}{4}$ de litro?</p> <p>¿¿Cuántos recipientes de $\frac{1}{2}$ litro pueden llenarse con el contenido del envase más grande de la fotografía?</p> <p>¿Cuántas veces necesitas vaciar el envase de jugo de fresa para llenar un recipiente de $3\frac{1}{4}$ de litro?</p>	T1	Escribir (con palabras) los contenidos de los envases que se presentan	O1	Que el alumno realice identifique el contenido presentado en cada envase y que lo exprese por escrito.
	T2	Comparar los contenidos tomando como referencia 1 litro	O2	Que el alumno compare los contenidos establecidos en cada envase.
	T3	Repartir un contenido total y establecer las partes resultantes del reparto.	O3	Que el alumno reparta contenidos totales y establezca las partes resultantes del reparto
	T4	Unir partes (contenidos específicos) para llenar cierto contenido	O4	Que el alumno una (suma) contenidos para llenar un contenido específico.
<p>Para la hora del recreo, los amigos de Luis compraron naranjada de distintos tamaños.</p> <p>¿Cuántos litros de naranjada compraron en total los amigos de Luis?</p>	T5	Sumar (unir) contenidos (fraccionarios).	O5	Que el alumno una (suma) contenidos y establezca el contenido total

<p>¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ de litro pudieron llenar con toda la naranjada?</p>	T3	Repartir un contenido total y establecer las partes resultantes del reparto	O3	obtenido Que el alumno reparta contenidos totales y establezca las partes resultantes del reparto
<p>Los amigos de Ana compraron una botella de $1 \frac{1}{2}$ litros de agua natural. ¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ de litro pudieron llenar? Itzel compró una botella de agua natural de $1 \frac{1}{2}$ litro y le dio la mitad a su amiga Nora. ¿Qué cantidad de agua les tocó a cada una? Discute tus respuestas y tus procedimientos con tus compañeros.</p>	T3	Repartir un contenido total y establecer las partes resultantes del reparto	O3	Que el alumno reparta contenidos totales y establezca las partes resultantes del reparto
	T6	Repartir un contenido total y establecer los contenidos resultantes del reparto	O6	Que el alumno identifique contenidos obtenidos en el reparto establecido.
	T7	Comparar verbalmente respuestas y procedimientos en general	O7	Que el alumno compare respuestas y procedimientos con sus compañeros

Hay que recordar la importancia en la evaluación de las tareas propuestas tomando en cuenta los criterios de identificación, razón de ser y pertinencia mencionados en el capítulo anterior. De esta forma podemos observar que las

tareas que se han propuesto van acordes a los objetivos y contenidos matemáticos establecidos.

El siguiente Diagrama representa la interrelación pretendida entre las tareas que se mencionan como parte de la lección "Los envases" con el fin de lograr relaciones que lleven a lograr el objetivo de la actividad. Las tareas destacadas en esta lección son las de unión y reparto de contenidos.



Dentro del análisis que se ha realizado podemos identificar partes que conforman a la organización matemática y partes que corresponden a la organización didáctica del MER Institucional algunas de las cuales se han tomado como base en la realización de Chocolates. Entre estas partes destacan:

Organización Matemática:

- Fracciones en medidas de superficie y longitud
- Noción de mitad
- Fracciones como parte de un conjunto discreto
- Fracciones como resultado de un reparto
- La fracciones como medida de capacidad

- Fracciones de cantidades discretas y continuas.
- Fracciones del metro
- Equivalencia de fracciones ($1/2$, $1/4$, y $1/8$)
- Representación convencional de las fracciones
- Concepto de fracciones mixtas e impropias
- La fracción como parte de unidad
- Comparación entre fracciones y números enteros.
- Aproximaciones a la suma de fracciones mediante el cálculo mental.

Organización Didáctica

- Tipos de tareas: Manipular, relacionar, analizar, comparar, operar, verificar e hipotetizar
- Se usan los números en situaciones externas a la escuela lo que se toma como referencia en algunos de los temas dándoles ciertos contextos en la búsqueda de significados (Reparto y Medición)
- Se maneja la estimación de resultados y el cálculo mental.
- Las operaciones con naturales se realizan a través de resolución de problemas haciendo a un lado las técnicas algorítmicas.

Así como los puntos anteriores, existen otros contenidos matemáticos, tipos de tareas y objetivos, algunos de los cuales ya se han explicitado en este capítulo, los que conforman la estructura del juego "Chocolates" y que se presentarán con mayor detalle en capítulos posteriores.

Capítulo 3

Problema, Objetivos, Propósitos y Acciones Metodológicas

3.1 FORMULACIÓN DEL DISEÑO

En capítulos anteriores se ha explicitado la problemática que conlleva el tema de fracciones, ésta ha sido el punto de partida para la realización de una actividad que es presentada como un juego en donde se manipula este objeto matemático. Para la formulación de este juego "Chocolates" surgieron interrogantes tales como: ¿En qué se basa la formulación del diseño de la actividad?, ¿Qué es lo que se pretende lograr con dicha actividad?, ¿Para qué la realización de la actividad?, entre otras; las respuestas a algunas de estas interrogantes, nos permiten clarificar e identificar objetivamente la esencia estructural que conforma a "Chocolates". Dicha esencia se ve reflejada en un principio a través del problema que el juego aborda, así como en los propósitos y objetivos que se persiguen al llevarlo a cabo y que se mencionan de esta manera:

3.1.1 El Problema

El problema particular que se aborda en este trabajo de tesis corresponde a identificar el Tipo de Tareas que sirven de apoyo para desarrollar en el aula las técnicas y tecnologías correspondientes a las operaciones de suma y resta de fracciones en el grado de tercero de primaria.

3.1.2 Propósito y objetivo general

Elaborar el diseño de una serie de actividades lúdicas, montadas a través de programas interactivos por computadora, con el fin de lograr en los estudiantes de tercero de primaria, una construcción significativa de las operaciones de suma y resta de fracciones.

3.1.2.1 Propósitos específicos

A partir del propósito y objetivo general se desprenden los siguientes propósitos específicos:

- ❖ Apoyar la actividad docente mediante el uso de actividades que incorporen el juego por computadora
- ❖ Apoyar el proceso de estudio de las operaciones de suma y resta de fracciones en los niños a través de contextos lúdicos en situaciones de reparto y medición.
- ❖ Aportar actividades para una posible futura inserción de enciclopedia en el grado de tercero de primaria.

Nota: Los objetivos específicos estarán establecidos en cada una de las actividades.

En la formulación del diseño y puesta en escena del juego "Chocolates" se llevaron a cabo una serie de acciones metodológicas que permitieron la realización del mismo, sin embargo, aunado a éstas, se realizaron otras acciones que han servido de soporte al trabajo que aquí se presenta, este conjunto de pasos son presentados en los siguientes párrafos.

3.2 ACCIONES METODOLÓGICAS

Como básicamente el propósito de este trabajo es la elaboración de actividades en línea no se precisa con severidad una metodología de investigación. Se atenderá sin embargo, como se ha mencionado a la guía que nos proporciona el marco teórico, en el análisis de información así como en el diseño de las actividades a proponer.

Acciones realizadas en la realización del juego "Chocolates"

- Identificación del MER contenido en libros de texto, plan y programas de estudio, libros para el maestro y fichero de actividades así como reactivos propuestos en la prueba ENLACE (Soporte didáctico y cognitivo) de las operaciones de suma y resta de fracciones. (Análisis más detallado de los significados presentados de forma oficial)
- Análisis, de los reactivos y resultados, referentes a las operaciones de suma y resta de fracciones de evaluaciones realizadas por el Instituto de Evaluación Educativa del Estado de Sonora y de la prueba enlace aplicados a niños de tercero de primaria. (Presentación de los resultados obtenidos en el análisis de los reactivos concernientes a la suma y resta de fracciones para tercero de primaria correspondiente al año escolar 2006-2007)
- Consideración de características atractivas de los juegos (juegos por computadora)
- Búsqueda y análisis de juegos en computadora en donde se observe una manipulación de fracciones y operaciones con las mismas.
- Diseño, aplicación y análisis de actividades referentes al tema de fracciones y sus operaciones que sirvan de soporte a la actividad lúdica.
- Diseño de actividades lúdicas soportadas en los análisis así como con la información obtenida con anterioridad.

- Elaboración del juego y ejecución del mismo.

Acciones llevadas como soporte para la creación de este trabajo de tesis:

- Análisis de la Teoría Antropológica de lo didáctico puntualizando los elementos que darán soporte al trabajo de tesis.
- Indagación de la problemática referente al tema de fracciones y sus operaciones.
- Mostrar información acerca del juego y el papel de éste en el aprendizaje de las matemáticas.
- Búsqueda y compendio bibliográfico acerca de información epistémica de las operaciones de Suma y Resta de Fracciones. (Realización de una descripción histórica tomando en consideración los primeros indicios de la utilización de las operaciones de suma y resta de fracciones desde los antiguos egipcios, mesopotámicos, griegos hasta algunas consideraciones en la actualidad)
- Identificación de la significación de la fracción y sus operaciones. (Presentación del significado de las fracciones dadas por algunos autores como T. Kieren, Freudenthal y la significación institucional presentada en los libros de texto y libro para el profesor)
- Lectura de reactivos y lecciones en textos concernientes a las operaciones de suma y resta de fracciones

Es a través de la ejecución de estos pasos que se conformó, no sólo el juego, sino el trabajo de tesis que soporta la existencia y la factibilidad del mismo.

Capítulo 4

Análisis Previos

Como se ha mencionado en apartados anteriores, un elemento fundamental para la elaboración del diseño de la actividad "Chocolates" lo constituye la relación apropiada, según nuestra interpretación plasmada en el MER, de las propuestas establecidas en las lecciones del libro de texto de tercero de primaria que abordan el tema de fracciones. Por ello nos propusimos analizar detalladamente las organizaciones matemáticas y didácticas de cada una de ellas. Consideramos que este ejercicio de sistematización de los análisis potenció a su vez las organizaciones matemáticas y didácticas específicas que concretaron el diseño de la actividad propuesta en este trabajo.

Con intención análoga a lo expresado anteriormente, reportamos en este capítulo análisis de reactivos tomados de dos instrumentos representativos de lo que institucionalmente se espera que los niños dominen como resultado de su aprendizaje en el tema de fracciones. En el apartado 4.2 se analiza el instrumento ENLACE que corresponde a una cobertura nacional, y en el siguiente, el 4.3, el instrumento estatal que formula el Instituto de Evaluación Educativa del Estado de Sonora (IEEES).

Finalmente, en el punto 4.4 se expone el análisis correspondiente a los juegos por computadora que seleccionamos por corresponder al tema y nivel que nos interesa.

4.1 Análisis de lecciones del Libro de Texto Tercero de Primaria (SEP 2006)

4.1.1 Quesos y crema

Antecedentes

La actividad se ubica en el bloque tres del libro de texto. Para la realización de ésta se han estudiado los siguientes aspectos:

- Uso de las fracciones para expresar medidas de superficie
- Uso de las fracciones para expresar medidas de longitud. Noción de mitad
- Fracciones como parte de un conjunto discreto
- Fracciones como resultado de un reparto
- La fracciones como medida de capacidad

Diseño de la Actividad

39. Quesos y crema / Paco está contento en la granja de su tío. Ahora ya sabe que una parte de la leche que producen las vacas se utiliza para hacer quesos y crema.

■ Anota en las líneas los precios que faltan. Toma en cuenta que si se compra la mitad o la cuarta parte, el costo también es la mitad o la cuarta parte.

 Queso grande \$24	 Queso mediano \$16	 Queso chico \$8	 1 litro de crema \$12
 Medio queso mediano \$ _____	 Medio queso chico \$ _____	 Medio litro \$ _____	
 Medio queso grande \$ _____	 Un cuarto de queso grande \$ _____	 Un cuarto de litro \$ _____	
 Un queso mediano y un cuarto de queso mediano \$ _____	 Un queso grande y un cuarto de queso grande \$ _____		

■ Ayuda a las personas a calcular lo que deben pagar. Fíjate en los precios de la página anterior.



■ Resuelve los siguientes problemas:

La señora Julia compró medio litro de crema, un queso grande y un cuarto de queso chico.

¿Cuánto pagó? _____

Doña Juana compró un queso chico y lo repartió en partes iguales entre sus cuatro hijas.

¿Cuánto le tocó a cada hija? _____

Agustín compró un litro de crema y lo repartió en partes iguales entre sus dos hermanos.

¿Cuánto le tocó a cada uno? _____

Para escribir cantidades como un medio o un cuarto, se pueden utilizar las fracciones.

Un medio se escribe así: $\frac{1}{2}$; un cuarto se escribe así: $\frac{1}{4}$.

Contenidos matemáticos

- Concepto de medios, cuartos u octavos
- Representación convencional de las fracciones
- Manejo del concepto de fracción con distintas unidades simultáneamente
- Las fracciones como resultado de fraccionamiento de longitudes, áreas o volúmenes
- La fracción como división
- Resolución de problemas que involucren a las fracciones como resultado de operaciones
- Lectura y escritura de fracciones comunes
- El litro como unidad de capacidad
- El medio litro y cuarto de litro

Aspectos que se estudian

Identificación de partes ($\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$) de un entero continuo y manejo de la escritura convencional de estas fracciones.

Acciones

- Opera (cuenta o hace operaciones aritméticas, ya sea por escrito, mentalmente, o con calculadora)
- Relaciona (asocia, clasifica, ordena, une o mide objetos matemáticos, o bien escribe o registra información, o bien ubica números o puntos en la recta o en el plano)

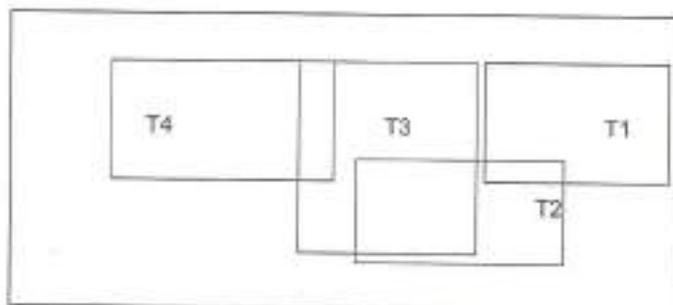
Bloques	T	Tareas	O	Objetivos
Anota en las líneas los precios que faltan. Toma en cuenta que si se compra la mitad o la cuarta parte, el costo también es la	T1	Observar las partes o contenidos de	O1	Que el alumno identifique partes

<p>mitad o la cuarta parte.</p> <p>Queso grande \$24</p> <p>Queso mediano \$16</p> <p>Queso chico \$8</p> <p>Un litro de crema \$12</p> <p>Medio queso mediano</p> <p>Medio queso chico</p> <p>Medio litro</p> <p>Medio queso grande</p> <p>Un cuarto de queso grande</p> <p>Un cuarto de litro</p> <p>Un queso mediano y un cuarto de queso mediano</p> <p>Un queso grande y un cuarto de queso chico</p>		<p>los productos y anotar los precios correspondientes a los mismos.</p>	<p>(fracciones) y escriba el costo correspondiente a las mismas.</p>
<p>Ayuda a las personas a calcular lo que deben pagar. Fijale en los precios de la página anterior</p> <p>Yo compré $\frac{1}{2}$ litro de crema, un queso grande y $\frac{1}{4}$ de queso chico</p> <p>Yo compré un queso chico y $\frac{1}{4}$ de crema</p> <p>Yo compré $\frac{1}{2}$ queso mediano y 1 litro de crema,</p>	T2	<p>Calcular el costo total de los productos y partes de los productos establecidos</p>	<p>O2 Que el alumno identifique partes y las relacione con los costos establecidos obteniendo el costo total de los productos y las partes que se presentan en la ilustración.</p>
<p>Resuelve los siguientes problemas</p> <p>La señora Julia compró medio litro de crema, un queso grande y un cuarto de</p>	T3	<p>Calcular y expresar por escrito el costo</p>	<p>O3 Que el alumno identifique partes y las</p>

<p>queso chico. ¿Cuánto pagó? _____</p> <p>Dofia Juana compró un queso chico y lo repartió en partes iguales entre sus cuatro hijas. ¿Cuánto le tocó a cada hija? _____</p> <p>Agustín compró un litro de crema y lo repartió en partes iguales entre sus dos hermanos. ¿Cuánto le tocó a cada uno? _____</p> <p>Para escribir cantidades como un medio o un cuarto, se pueden utilizar las fracciones. Un medio se escribe así: $\frac{1}{2}$; un cuarto se escribe así: $\frac{1}{4}$.</p>	T4	<p>total de los productos y partes de los productos establecidos.</p> <p>O4</p> <p>Expresar por escrito las partes obtenidas en el reparto de productos (queso y crema)</p> <p>relacione con los costos establecidos obteniendo el costo total de los productos y las partes que se mencionan. Que el alumno identifique las partes resultantes de un reparto.</p>
--	----	--

Tareas

La relación que se puede observar existente entre las tareas se presenta en el diagrama siguiente. La tarea destacada en esta lección es calcular el costo total identificando los productos y sus partes.



Observaciones

En esta lección se tiene como objetivo institucional el que los niños identifiquen fracciones de cantidades continuas y discretas sin embargo considero que no se establece objetivamente a que se refiere con cantidades discretas y

continuas, ya que de la forma en que se lleva la lección se habla de fracciones de cantidades continuas en específico ya que se toma en cuenta al queso como una unidad y se habla de partes de ésta, lo mismo sucede con la leche, ya que se toma como referencia envases de litros, medios y cuartos de litro para la medición, en ningún momento se ha referenciado a alguna cantidad discreta. Otro punto que considero importante mencionar es el hecho de que habla de tres tamaños de queso y de sus particiones, ¿No se podrá considerar, por parte de los alumnos, que el juntar medio queso grande con medio queso mediano se tiene un queso completo?, y ¿De qué tamaño?. Ahora, si consideramos a la leche, se presentan tres envases de diferente capacidad, para representar fracciones en medidas de capacidad ¿no será mejor utilizar un envase de 1 litro el cual estará totalmente lleno, a la mitad o en un cuarto dependiendo de la fracción que se quiera presentar. Tomando como base lo que se ha mencionado considero que esta lección podría causar confusión en cuanto a significaciones posteriores.

4.1.2 Miel y fruta seca

Antecedentes

La actividad se ubica en el bloque cuatro del libro de texto. Para la realización de ésta se han estudiado los siguientes aspectos:

- Uso de las fracciones para expresar medidas de superficie
- Uso de las fracciones para expresar medidas de longitud. Noción de mitad
- Fracciones como parte de un conjunto discreto
- Fracciones como resultado de un reparto
- Las fracciones como medida de capacidad
- Fracciones de cantidades discretas y continuas. Uso de la escritura convencional
- Fracciones del metro
- Fracciones de cantidades continuas y discretas.
- Noción de equivalencia de fracciones

Diseño de la Actividad

58. Miel y fruta seca / En otro sitio de la carretera había un puesto en el que vendían miel de abeja, nueces, pistachos y piñones.

■ ¿Cuántos kilos marca la manecita de la báscula? _____



Anota debajo de cada dibujo cuántos kilogramos marca la manecita de la báscula.



■ El frasco de $\frac{1}{2}$ litro de miel cuesta la mitad de lo que cuesta el de 1 litro. ¿cuánto hay que pagar por $\frac{1}{2}$ litro de miel? _____

El frasco de $\frac{1}{4}$ de litro de miel cuesta la mitad de lo que cuesta el de $\frac{1}{2}$ litro. ¿cuánto hay que pagar por $\frac{1}{4}$ de litro de miel? _____

■ Paco compró una docena de nueces y le dieron esta cantidad:



¿Cuántas nueces hay en media docena? _____

¿Cuántas nueces hay en un cuarto de docena? _____

¿Dónde hay más, en media docena o en un cuarto de docena? _____

¿En media docena o en dos cuartos de docena? _____

Para comprobar tus respuestas, usa el procedimiento que quieras.

■ Lee lo que dicen las personas y contesta.



¿Quién compró más miel, el señor o la señora? _____



¿Quién tiene razón, Paco o Ana? _____

¿Por qué? _____

■ Contesta las siguientes preguntas:

¿Es lo mismo $\frac{1}{2}$ docena de nueces que docena y $\frac{1}{2}$ de nueces? _____

¿Por qué? _____

¿Qué crees que pesa más, $\frac{1}{2}$ kilo de nueces o $\frac{1}{2}$ kilo de piñones? _____

¿Qué crees que pesa más, $\frac{1}{4}$ kilo de pistachos o $\frac{2}{4}$ de kilo de pistachos? _____

$\frac{1}{2}$ litro es la misma cantidad que $\frac{2}{4}$ de litro; $\frac{1}{2}$ kilo es la misma cantidad que $\frac{2}{4}$ de kilo. _____

Contenidos matemáticos

- Concepto de medios, cuartos u octavos
- Representación convencional de las fracciones
- Equivalencia entre fracciones
- Resolución de problemas de equivalencia entre fracciones
- Orden entre fracciones
- Resolución de problemas de orden entre fracciones
- La fracción como división
- El medio litro y cuarto de litro
- El kilogramo
- El medio kilo y el cuarto de kilo
- Uso de la báscula para medir pesos

Aspectos que se estudian

Relacionar al alumno con fracciones de cantidades discretas y continuas.
Identificar la equivalencia de fracciones ($1/2$, $2/4$)

Acciones

- Identifica (observa, identifica o describe un objeto matemático)
- Relaciona (asocia, clasifica, ordena, une o mide objetos matemáticos, o bien escribe o registra información, o bien ubica números o puntos en la recta o en el plano)
- Opera (cuenta o hace operaciones aritméticas, ya sea por escrito, mentalmente, o con calculadora)
- Verifica (comprueba por algún medio a su alcance si es correcta una hipótesis, una estimación de resultados, una operación, etc., que ha hecho)

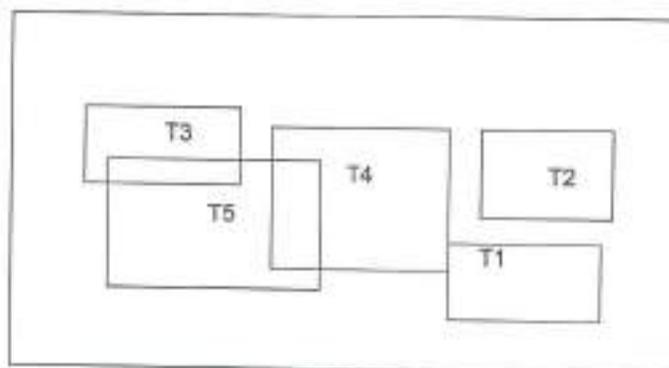
- Formula hipótesis (anticipa o estima el resultado de una acción matemática, o prevé o predice algo que va a ocurrir, o conjetura o plantea razones que explican lo que ocurre)

Bloques	T	Tareas	O	Objetivos
<p>¿Cuántos kilos marca la manecilla de la báscula? _____</p> <p>Anota debajo de cada dibujo cuántos kilogramos marca la manecilla de la báscula.</p>	T1	Anotar los kilogramos que presentan las básculas	O1	Que el alumno identifique la lectura en las básculas
<p>El frasco de $\frac{1}{2}$ litro de miel cuesta la mitad de lo que cuesta el de un 1 litro, ¿cuánto hay que pagar por $\frac{1}{2}$ litro de miel? _____</p> <p>El frasco de $\frac{1}{4}$ de litro de miel cuesta la mitad de lo que cuesta el de $\frac{1}{2}$ litro, ¿Cuánto hay que pagar por $\frac{1}{4}$ de litro de miel? _____</p>	T2	Calcular costos de fracciones de a litro	O2	Que el alumno determine el costo de las cantidades fraccionarias que se le presentan
<p>Paco compró una docena de nueces y le dieron esta cantidad: ¿Cuántas nueces hay en media docena? _____ ¿Cuántas nueces hay en un cuarto de docena? _____</p> <p>¿Dónde hay más, en media docena o en un cuarto de docena? _____</p>	T3	Establecer y comparar cantidades fraccionarias referentes a una docena de un mismo producto	O3	Que el alumno identifique partes obtenidas al fraccionar cantidades discretas.
<p>Lee lo que dicen las personas y contesta</p> <ul style="list-style-type: none"> • Yo compré $\frac{1}{4}$ de litro de miel • Yo compré $\frac{1}{2}$ litro de miel <p>¿Quién compró más miel, el señor o la señora?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Yo compré $\frac{2}{4}$ de litro de miel • Yo compré $\frac{1}{2}$ litro de miel • Yo tengo más miel porque tengo 2 	T4	Comparar fracciones de a litro	O4 O5	Que el alumno diferencie cantidades fraccionarias mayores y menores Que el alumno relacione la

frascos y tú sólo uno • Tenemos igual cantidad porque $\frac{1}{2}$ litro es lo mismo que $\frac{2}{4}$ de litro ¿Quién tiene razón, Paco o Ana? _____ ¿Por qué? _____			equivalencia entre fracciones
Contesta las siguientes preguntas: ¿Es lo mismo $\frac{1}{2}$ docena de nueces que docena y $\frac{1}{2}$ de nueces? _____ ¿porqué? _____ ¿Qué crees que pesa más, $\frac{1}{2}$ kilo de nueces o $\frac{1}{4}$ kilo de piñones? _____ ¿Qué crees que pesa más, $\frac{1}{2}$ kilo de pistaches o $\frac{2}{4}$ de kilo de pistaches? _____ $\frac{1}{2}$ litro es la misma cantidad que $\frac{2}{4}$ de litro; $\frac{1}{2}$ kilo es la misma cantidad que $\frac{2}{4}$ de kilo.	T5	Expresar por escrito el resultado de comparar pesos fraccionarios de diferentes productos	O5 Que el alumno relacione la equivalencia entre fracciones

Tareas

Se presenta la relación observada entre las tareas propuestas. La tarea destacada en esta lección es la de comparación de contenidos y cantidades fraccionarias ya que se introduce la equivalencia de $\frac{1}{2}$ con $\frac{2}{4}$



Observaciones

En esta lección, al igual que en la de quesos y crema, se presentan los medios y cuartos, en este caso de miel, en envases de diferente capacidad según la fracción mencionada, la pregunta radicaría sobre lo mismo que en la observación pasada, ¿Qué tan conveniente es el uso de un solo frasco que presente una capacidad estándar, por ejemplo de un litro, y al hablar de fracciones de éste presentar el frasco lleno sólo a la mitad o en un cuarto?

4.1.3 Juguetes de madera

La actividad se ubica en el bloque cuatro del libro de texto. Para la realización de ésta se han estudiado los siguientes aspectos:

- Uso de las fracciones para expresar medidas de superficie
- Uso de las fracciones para expresar medidas de longitud. Noción de mitad
- Fracciones como parte de un conjunto discreto
- Fracciones como resultado de un reparto
- Las fracciones como medida de capacidad
- Fracciones de cantidades discretas y continuas. Uso de la escritura convencional
- Fracciones del metro
- Fracciones de cantidades continuas y discretas. Noción de equivalencia de fracciones.

50. Juguetes de madera / El autobús se detuvo esta vez cerca de un puesto de juguetes de madera. Ahí, nuestros amigos conocieron a Martín, el niño que atendía el puesto. Martín les contó que todos los días, ayudaba a su tío a hacer juguetes de madera.



A veces, cuando hacen pirámides de madera, Martín recorta las piezas que hacen falta. Para que Martín no se equivoque en las medidas, su tío se las da marcadas en cartoncillo.



■ Ayuda a Martín a saber de qué medida tiene que cortar las maderas. Para eso, usa tu regla, mide las seis tiras y anota en cada una cuántos centímetros mide.

- ¿Cuál de las tiras es más larga? _____
- ¿De qué color es la tira más corta? _____
- Hay dos tiras que son más largas que la tira roja. ¿Cuáles son? _____
- ¿Cuántas tiras son más cortas que la tira roja? _____
- ¿Cuántas veces cabe la tira verde en la tira roja? _____
- ¿Es cierto que la tira roja mide lo mismo que dos tiras verdes? _____

■ Usa el material recortable número 15. Con la tira roja mide las otras tiras y completa lo que dicen los niños.



■ Lee lo que hicieron Ricardo y Mario para medir la tira verde con la tira roja.



- ¿Es cierto o no es cierto que la tira verde mide la mitad de la tira roja? _____
- ¿Cuántas veces cabe la tira amarilla en la tira verde? _____
- ¿Por qué la tira amarilla mide un cuarto de la tira roja? _____
- ¿Es cierto que la tira amarilla mide la mitad de la tira verde? _____



Material necesario para la lección:

Por alumno: recortable 15 y una regla graduada.

Contenidos matemáticos

- Concepto de medios, cuartos u octavos
- Concepto de fracciones mixtas e impropias
- Las fracciones como resultado de fraccionamiento de longitudes, áreas o volúmenes
- La fracción como razón
- Comparación u ordenamiento de longitudes con unidades convencionales
- Uso de la regla graduada en centímetros
- Resolución de problemas con uso de instrumentos de medición de longitudes

Aspectos que se estudian

- Identificación de la fracción como parte de una unidad o como parte que cabe un cierto número de veces.

Acciones

- Manipula (trabaja con objetos concretos y los arma, pega, recorta, relaciona, reparte, ubica o une, utilizando sus manos u otras partes de su cuerpo)
- Analiza (compara u ordena datos, o bien analiza o interpreta la información)
- Relaciona (asocia, clasifica, ordena, une o mide objetos matemáticos, o bien escribe o registra información, o bien ubica números o puntos en la recta o en el plano)

- Verifica (comprueba por algún medio a su alcance si es correcta una hipótesis, una estimación de resultados, una operación, etc., que ha hecho)

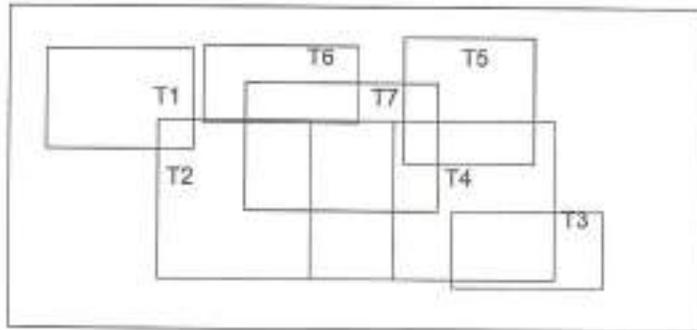
Bloques	T	Tareas	O	Objetivos
<p>Ayuda a Martín a saber de qué medida tiene que cortar las maderitas. Para eso, usa tu regla; mide las seis tiras y anota en cada una cuántos centímetros mide.</p> <p>¿Cuál de las tiras es la más larga?</p> <p>¿De qué color es la tira más corta?</p> <p>Hay dos tiras que son más largas que la tira roja, ¿Cuáles son?</p> <p>¿Cuáles tiras son más cortas que la tira roja?</p> <p>¿Cuántas veces cabe la tira verde en la tira roja?</p> <p>¿Es cierto que la tira roja mide lo mismo que dos tiras verdes?</p>	<p>T1</p> <p>T2</p>	<p>Medir las tiras con regla graduada en cm.</p> <p>Comparar y expresar la comparación por escrito</p>	<p>O1</p> <p>O2</p>	<p>El alumno realice una medición utilizando regla graduada en cm.</p> <p>Que compare mediante mediciones (números) y que exprese por escrito el análisis de la comparación.</p>
<p>Usa el material recortable número 15. Con la tira roja mide las otras tiras y completa lo que dicen los niños.</p> <p>Yo tengo la tira roja</p> <p>Yo tengo la tira café. Mide _____ tiras rojas</p> <p>La mía es la tira morada. Mide _____ tiras rojas</p> <p>La tira verde mide _____ de la tira roja</p> <p>Yo tengo la tira amarilla, mide un cuarto de la tira roja.</p> <p>Yo tengo la tira azul y cabe 3 veces en la tira roja. Mide _____ de la tira roja.</p>	<p>T3</p> <p>T4</p> <p>T5</p>	<p>Recortar material ya establecido en el libro de texto</p> <p>Comparar las tiras con respecto a la tira roja (unidad de medición)</p> <p>Expresar por escrito conceptos matemáticos (fracción como</p>	<p>O3</p> <p>O4</p>	<p>Que el alumno manipule y trabaje con objetos concretos (las tiras de papel)</p> <p>Que el alumno compare las longitudes de las diversas tiras tomando como unidad la tira roja</p>

		parte de unidad o como parte que cabe un cierto número de veces)	O5	Que el alumno analice y relacione la comparación de las tiras con conceptos matemáticos (fracciones o parte de)
<p>Lee lo que hicieron Ricardo y Mario para medir la tira verde con la tira roja</p> <p>Yo doblé a la mitad la tira roja y vi que la verde mide la mitad de la roja.</p> <p>Yo vi que la tira verde cabe 2 veces en la tira roja. Por eso la verde mide la mitad de la roja.</p> <p>¿Es cierto o no es cierto que la tira verde mide la mitad de la roja?</p> <p>¿Cuántas veces cabe la tira amarilla en la tira verde?</p> <p>¿Por qué la tira amarilla mide un cuarto de la tira roja?</p> <p>¿Es cierto que la tira amarilla mide la mitad de la tira verde?</p>	T5	Expresar por escrito conceptos matemáticos (fracción como parte de unidad o como parte que cabe un cierto número de veces)	O5	Que el alumno analice y relacione la comparación de las tiras con conceptos matemáticos (fracciones o parte de)
	T8	Identificar las acciones realizadas en el libro para la medición.	O8	Que el alumno identifique el método que se realiza en el libro para la comparación de tiras.
	T7	Comparar partes tomando como unidad a la tira roja expresando el resultado como fracción o como parte que cabe un cierto número de veces.	O7	Que el alumno compare las tiras analizando, relacionando y verificando las comparaciones realizadas

Tareas

A continuación se presenta la interrelación observada entre las tareas. La tarea que se ha considerado como primordial es la de comparar ya que es a través de la comparación de partes, que se logra la significación de la equivalencia de fracciones y de las operaciones de suma y resta.

Para poder comparar se tomo como unidad de medición la tira roja y en base a lo anterior las expresiones son menores o mayores a la unidad.



Observaciones

En esta lección se realiza medición de longitudes mediante la comparación de tiras de diferentes tamaños, tomando como estándar la longitud de la tira roja. En esta lección se solicite que se responda con número de veces o mediante falso y verdadero a preguntas realizadas con comparaciones de longitudes fraccionarias. Son muy pocas las situaciones que requieren como respuesta, por parte de los alumnos, una cantidad fraccionaria.

4.1.4 Los envases

Antecedentes

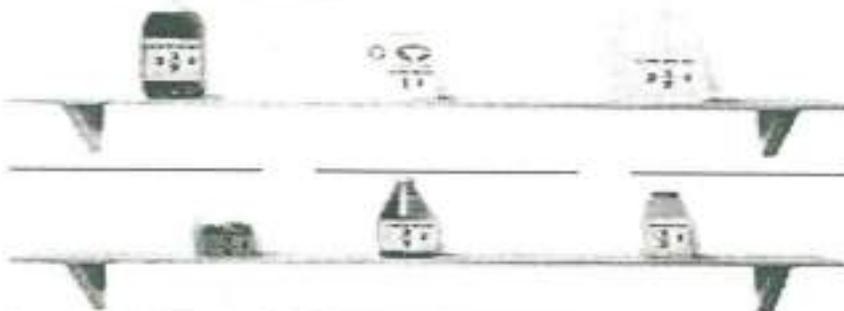
La actividad se ubica en el bloque cuatro del libro de texto. Para la realización de ésta se han estudiado los siguientes aspectos:

- Uso de las fracciones para expresar medidas de superficie
- Uso de las fracciones para expresar medidas de longitud. Noción de mitad
- Fracciones como parte de un conjunto discreto
- Fracciones como resultado de un reparto
- Las fracciones como medida de capacidad
- Fracciones de cantidades discretas y continuas. Uso de la escritura convencional
- Fracciones del metro
- Fracciones de cantidades continuas y discretas.
- Noción de equivalencia de fracciones

Diseño de la Actividad

66. Los envases / Luis buscó en un diccionario el significado de la palabra envase. ¿Qué crees que encontró? Averigüalo en tu diccionario.

■ Anota con palabras cuánto le cabe a cada uno de los envases de la ilustración.



¿A cuáles envases de la fotografía les cabe más de 1 litro?

¿A cuáles les cabe menos de 1 litro?

¿Cuáles otros productos conoces que se vendan en recipientes de 1 litro, de $\frac{1}{2}$ litro o de $\frac{1}{4}$ de litro?

¿Cuántos recipientes de $\frac{1}{2}$ litro pueden llenarse con el contenido del envase más grande de la fotografía?

¿Cuántas veces necesitas vaciar el envase de jugo de fresa para llenar un recipiente de $3\frac{1}{4}$ de litro?

■ Para la hora del recreo, los amigos de Luis compraron naranjadas de distintos tamaños.



¿Cuántos litros de naranjada compraron en total los amigos de Luis?

¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ de litro pudieron llenar con toda la naranjada?

■ Los amigos de Ana compraron una botella de $1\frac{1}{2}$ litros de agua natural.

¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ de litro pudieron llenar?

■ Itzel compró una botella de agua natural de $1\frac{1}{2}$ litro y le dio la mitad a su amiga Nora.

¿Qué cantidad de agua le tocó a cada una?

Discute tus respuestas y tus procedimientos con tus compañeros.

Contenidos matemáticos

- Concepto de medios, cuartos u octavos
- Representación convencional de las fracciones
- Concepto de fracciones mixtas e impropias
- Equivalencia entre fracciones
- Conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa
- Resolución de problemas de equivalencia entre fracciones
- Lectura y escritura de fracciones mixtas
- Descomposición de una fracción en sumandos con igual denominador
- El litro como unidad de capacidad
- El medio litro y cuarto de litro
- Resolución o invención de problemas a partir de una ilustración
- Resolución o invención de problemas a partir de enunciados con datos numéricos

Aspectos que se estudian

Unión y reparto de contenidos fraccionarios (Números fraccionarios a nivel de construcción)

Acciones

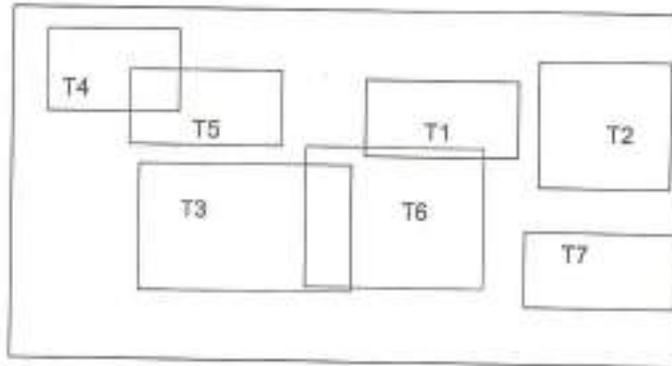
- Relaciona (asocia, clasifica, ordena, une o mide objetos matemáticos, o bien escribe o registra información, o bien ubica números o puntos en la recta o en el plano)
- Opera (cuenta o hace operaciones aritméticas, ya sea por escrito, mentalmente, o con calculadora)
- Analiza (compara u ordena datos, o bien analiza o interpreta la información)
- Comenta (explica, comenta, discute o expresa formalmente un proceso)

Bloques	T	Tareas	O	Objetivos
Luis buscó en un diccionario el significado	T1	Escribir (con	O1	Que el alumno

<p>de la palabra envase ¿Qué crees que encontró? Averigüalo en tu diccionario.</p> <p>Anota con palabras cuánto le cabe a cada uno de los envases de la ilustración.</p> <p>¿A cuáles envases de la fotografía les cabe más de 1 litro?</p> <p>¿A cuáles les cabe menos de 1 litro?</p> <p>¿Cuáles otros productos conoces que se vendan en recipientes de 1 litro, de $\frac{1}{2}$ litro o de $\frac{1}{4}$ de litro?</p> <p>¿¿Cuántos recipientes de $\frac{1}{2}$ litro pueden llenarse con el contenido del envase más grande de la fotografía?</p> <p>¿Cuántas veces necesitas vaciar el envase de jugo de fresa para llenar un recipiente de $3\frac{1}{4}$ de litro?</p>	<p>T2</p> <p>T3</p> <p>T4</p>	<p>palabras) los contenidos de los envases que se presentan</p> <p>Comparar los contenidos tomando como referencia 1 litro</p> <p>Repartir un contenido total y establecer las partes resultantes del reparto.</p> <p>Unir partes (contenidos específicos) para llenar cierto contenido</p>	<p>O2</p> <p>O3</p> <p>O4</p>	<p>realice identifique el contenido presentado en cada envase y que lo exprese por escrito.</p> <p>Que el alumno compare los contenidos establecidos en cada envase.</p> <p>Que el alumno reparta contenidos totales y establezca las partes resultantes del reparto</p> <p>Que el alumno una (suma) contenidos para llenar un contenido específico.</p>
<p>Para la hora del recreo, los amigos de Luis compraron naranjada de distintos tamaños.</p> <p>¿Cuántos litros de naranjada compraron</p>	<p>T5</p>	<p>Sumar (unir) contenidos de naranjada</p>	<p>O5</p>	<p>Que el alumno una (suma) contenidos y establezca el</p>

<p>en total los amigos de Luis? ¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ de litro pudieron llenar con toda la naranjada?</p>	T3	Repartir un contenido total y establecer las partes resultantes del reparto	O3	contenido total obtenido Que el alumno reparta contenidos totales y establezca las partes resultantes del reparto
<p>Los amigos de Ana compraron una botella de $1 \frac{1}{2}$ litros de agua natural. ¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ de litro pudieron llenar? Itzel compró una botella de agua natural de $1 \frac{1}{2}$ litro y le dio la mitad a su amiga Nora. ¿Qué cantidad de agua les tocó a cada una? Discute tus respuestas y tus procedimientos con tus compañeros.</p>	T3	Repartir un contenido total y establecer las partes resultantes del reparto	O3	Que el alumno reparta contenidos totales y establezca las partes resultantes del reparto
	T6	Repartir un contenido total y establecer los contenidos resultantes del reparto	O6	Que el alumno identifique contenidos obtenidos en el reparto establecido.
	T7	Comparar verbalmente respuestas y procedimientos en general	O7	Que el alumno compare respuestas y procedimientos con sus compañeros

Se presenta la interrelación observada entre las tareas. Las tareas destacadas en esta lección son las de unión y reparto de contenidos.



Observaciones

Se presentan envases de diferentes capacidades y formas, cada uno de éstos tiene como etiqueta la fracción a la cual representa su capacidad. Una parte de la lección trata de que unos niños compran "naranjadas" de distintos tamaños, de hecho el tamaño corresponde a la capacidad del recipiente no a la naranjada en sí, sin embargo parece que esta alusión al tamaño de la naranjada, se da de igual forma al hablar de sodas, aunque quizá sin tomar en cuenta la capacidad sino sólo el tamaño de éstas. También se realiza una pregunta que la encuentro un tanto desconcertante y es que dice ¿Cuántos litros de naranjada compraron en total los amigos de Luis?, sin embargo quizá se pretenda tener diversas respuestas según haya sido la elección de cada uno de los alumnos por las cantidades de naranjada de su preferencia.

4.1.5 Lo que cabe en una caja

Antecedentes

La actividad se ubica en el bloque cinco del libro de texto. Para la realización de ésta se han estudiado los siguientes aspectos:

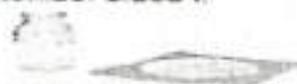
- Uso de las fracciones para expresar medidas de superficie
- Uso de las fracciones para expresar medidas de longitud. Noción de mitad
- Fracciones como parte de un conjunto discreto
- Fracciones como resultado de un reparto
- La fracciones como medida de capacidad
- Fracciones de cantidades discretas y continuas. Uso de la escritura convencional
- Fracciones del metro
- Fracciones de cantidades continuas y discretas.
- Noción de equivalencia de fracciones
- La fracción como parte de unidad o como parte que cabe un cierto número de veces.
- Situaciones de reparto exhaustivo y no exhaustivo.
- Comparación entre fracciones y números enteros.
- Aproximaciones a la suma de fracciones mediante el cálculo mental.

Diseño de la Actividad

82. Lo que cabe en una caja / Lati y Peco quieren saber cuánto les cabe a las cajas que armaron. Ayúdale a averiguarlo.

Consigue un recipiente de un $\frac{1}{2}$ de litro. Puede ser un envase de jugo o cualquier otro que en su etiqueta tenga alguna de estas leyendas:

Contenido: $\frac{1}{2}$ de l.
Contenido: 250 ml.
Contenido: 0.250 l.



1 Puedes utilizar el recipiente, arena y las cajas que construiste en la lección anterior para contestar las siguientes preguntas

¿A cuál de las tres cajas que construiste le cabe $\frac{1}{2}$ de litro? _____

¿Cuántas veces cabe el contenido de la caja C en la caja B? _____

¿Cuántas veces cabe el contenido de la caja C en la caja A? _____

¿Cuántas veces cabe el contenido de la caja B en la caja A? _____

¿Qué cantidad de arena le cabe a la caja B? _____

¿Qué cantidad de arena le cabe a la caja A? _____

2 Pepe echó arena en un bote. Vació dos veces el contenido de la caja A y una vez el de la caja B.

¿Cuánta arena vació? _____

Jaimé echó tres veces el de la caja B, ¿cuánta arena vació? _____

Petra echó una vez el de la caja B y dos veces el de la caja C. ¿cuánta arena vació? _____

¿Cómo puedes indicar con fracciones lo que hizo Petra? _____

3 Javier vació esta cantidad de arena: 1 litro + $\frac{1}{2}$, ¿cuáles cajas utilizó? _____

Meche vació esta cantidad de arena: $\frac{1}{2}$ litro + $\frac{1}{2}$ de litro, ¿cuáles cajas utilizó? _____

Peco vació esta cantidad de arena: $\frac{1}{2}$ litro + $\frac{1}{2}$ litro, ¿cerros que vació más de 1 litro, menos de 1 litro o 1 litro? _____

Inés vació esta cantidad:

$\frac{1}{2}$ de litro + $\frac{1}{2}$ de litro + $\frac{1}{2}$ de litro + $\frac{1}{2}$ de litro

¿Cuánto vació en total? _____



4 Toño necesita vaciar 2 $\frac{1}{2}$ litros de arena. Escribe dos formas diferentes de hacerlo, usando siempre las tres cajas.

Primera forma _____

Segunda forma _____

Escribe dos formas diferentes de vaciar $\frac{1}{2}$ de litro de arena, usando las cajas que quieras.

Primera forma _____

Segunda forma _____

Escribe tres formas diferentes de vaciar 1 litro de arena, usando las cajas que quieras.

Primera forma _____

Segunda forma _____

Tercera forma _____

5 Javier, Meche y Pablo se pusieron a vaciar arena. Javier vació 2 cajas B y una caja C. Meche vació una caja A y 2 cajas C. Pablo vació una caja A, una caja B y una caja C.

¿Quién de los tres niños vació más arena? _____

¿Quién de los tres vació menos arena? _____

Contenidos matemáticos

- Concepto de medios, cuartos u octavos
- Representación convencional de las fracciones
- Concepto de fracciones mixtas e impropias
- Manejo del concepto de fracción con distintas unidades simultáneamente
- Resolución de problemas que involucren el concepto de fracción
- Equivalencia entre fracciones
- Conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa
- Resolución de problemas de equivalencia entre fracciones
- Orden entre fracciones
- Las fracciones como resultado de fraccionamiento de longitudes, áreas o volúmenes
- Resolución de problemas que involucren a las fracciones como resultado de operaciones
- Reconstrucción de la unidad a partir de una fracción
- Lectura y escritura de fracciones
- Concepto de suma de fracciones
- Resolución de problemas de suma de medios, cuartos u octavos
- Descomposición de una fracción en sumandos
- Comparación y ordenamiento de capacidades
- El litro como unidad de capacidad
- El medio litro y cuarto de litro
- Resolución de problemas relacionados con capacidad
- Resolución o invención de problemas a partir de enunciados con datos de diversas índoles

Aspectos que se estudian

Obtención de la solución y comparación de escrituras aditivas con fracciones.

Acciones

- Manipula (trabaja con objetos concretos y los arma, pega, recorta, relaciona, reparte, ubica o une, utilizando sus manos u otras partes de su cuerpo)
- Relaciona (asocia, clasifica, ordena, une o mide objetos matemáticos, o bien escribe o registra información, o bien ubica números o puntos en la recta o en el plano)
- Analiza (compara u ordena datos, o bien analiza o interpreta la información)
- Opera (cuenta o hace operaciones aritméticas, ya sea por escrito, mentalmente, o con calculadora)

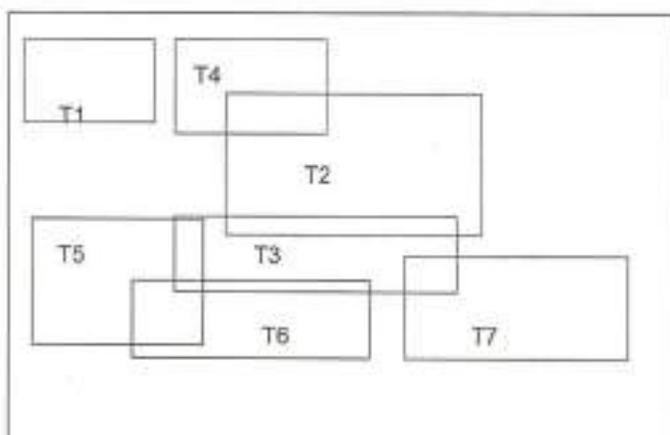
Bloques	T	Tareas	O	Objetivos
Puedes utilizar el recipiente, arena y las cajas que construiste en la lección anterior para contestar las siguientes preguntas ¿A cuál de las tres cajas que construiste le cabe $\frac{1}{4}$ de litro? ¿Cuántas veces cabe el contenido de la caja C en la caja B? ¿Cuántas veces cabe el contenido de la caja C en la caja A? ¿Cuántas veces cabe el contenido de la caja B en la caja A? ¿Qué cantidad de arena le cabe a la caja B? ¿Qué cantidad de arena le cabe a la caja A?	T1	Presentar un recipiente de $\frac{1}{4}$ de litro	O1	Que el alumno compare los contenidos entre las diferentes cajas
	T2	Manipular el recipiente y arena junto con los materiales contruidos en la actividad anterior para establecer cantidad de veces que caben contenidos de unas cajas en otras.	O2	Que el alumno identifique contenidos en las cajas Que el alumno determine cantidad total de arena contenida en cajas

Pepe echó arena en un bota. Vació dos veces el contenido de la caja A y una vez el de la caja B. ¿Cuánta arena vació? Jaime echó tres veces el de la caja B ¿Cuánta arena vació? Petra echó una vez el de la caja B y dos veces el de la caja C. ¿Cuánta arena vació?	T3	Expresar por escrito la cantidad de arena vaciada utilizando determinadas cajas	O3	Que el alumno determine cantidad total de arena contenida en cajas
Javier vació esta cantidad de arena: 1 litro + $\frac{1}{2}$ litro. ¿Cuáles cajas utilizó? Meche vació esta cantidad de arena: $\frac{1}{2}$ litro + $\frac{1}{4}$ de litro ¿Cuáles cajas utilizó?	T4 T5	Expresar por escrito las cajas utilizadas al vaciar cierta cantidad de arena. Determinar la cantidad total de arena al vaciar fracciones de litro de arena	O4 O5	Que el alumno exprese por escrito cajas utilizadas en la suma de fracciones presentadas. Que el alumno realice la suma de fracciones
Toño necesita vaciar 2 $\frac{1}{2}$ litros de arena. Escribe dos formas diferentes de hacerlo, usando siempre las tres cajas. Primera formaSegunda forma Escribe dos formas diferentes de vaciar $\frac{3}{4}$ de litro de arena, usando las cajas que quieras. Primera formaSegunda forma Escribe tres formas diferentes de vaciar 1 litro de arena, usando las cajas que quieras. Primera formaSegunda forma Tercera forma	T6	Expresar de diferentes formas, usando las cajas, la suma de cantidades (fraccionarias) de arena para tener una cantidad determinada.	O6	Que el alumno practique por escrito la escritura de suma de fracciones.
Javier, Meche y Pablo se pusieron a vaciar	T7	Determinar la	O7	Que el alumno

<p>arena. Javier vació 2 cajas B y una caja C; Meche vació una caja A y 2 cajas C; Pablo vació una caja A, una caja B y una caja C. ¿Quién de los tres niños vació más arena? ¿Quién de los tres niños vació menos arena?</p>	<p>mayor y menor cantidad total de arena al vaciar cierto número de cajas</p>	<p>determine cantidad total de arena contenida en determinadas cajas y realizar comparaciones entre estas cantidades</p>
---	---	--

Tareas

En este diagrama se representa la interrelación entre las tareas. Como se puede apreciar, las tareas giran alrededor de la manipulación del contenido de arena en las cajas. La tarea principal tiene que ver con el identificar y realizar operaciones de suma de fracciones.



Observaciones

Las equivalencias de cantidades se dan a través de la manipulación de arena. Considero que la forma en que están solicitando la información permita a los alumnos tener una idea más concreta en cuanto a las fracciones. Cabe mencionar que siempre se habla de fracciones de "algo", no como un número racional.

4.1.6 Observaciones Generales

Se ha presentado el análisis de sólo algunas de las lecciones contenidas en el libro de texto de tercero de primaria esto con la finalidad, como ya se había mencionado, de identificar tareas que se observan en dichas lecciones y que conforman parte del Modelo Epistemológico de Referencia que es el sustento del diseño de la Actividad lúdica de Chocolates. Algunas de las tareas observadas en las lecciones que se han mencionado son:

- o Calcular el costo total identificando los productos y sus partes
- o Comparar contenidos, partes y cantidades fraccionarias.
- o Unir y repartir contenidos (Enteros y fraccionarios)
- o Identificar y realizar operaciones de suma de fracciones.

Es muy importante identificar que las tareas que se proponen en las actividades del texto van evolucionando de tareas muy simples a aquéllas que van presentando un grado de complejidad más alto y, que a su vez, incluyen en su realización a las primeras tareas propuestas. Tomando en consideración la Teoría Antropológica de lo Didáctico dicha evolución de tareas trae consigo la aplicación de determinadas técnicas, lo que a su vez trae como consecuencia, en algunos casos, la utilización de tecnologías y teorías que permiten un desarrollo y evolución en el aprendizaje esperado.

4.2 Análisis realizado a reactivos de prueba enlace

Con el propósito de rescatar tipos tareas que se aplican escolarmente a los alumnos, así como detectar aciertos y fallas de las estrategias utilizadas por los alumnos en la realización de estas tareas, se aplicaron cuatro ejercicios a niños de cuarto de primaria de una escuela oficial "B" y una escuela particular "A". Los ejercicios fueron tomados de la página de internet de la prueba ENLACE 2006 para cuarto de primaria considerándose sólo aquellos que se refirieran al tema de fracciones, en específico, a las operaciones de suma y resta de fracciones.

La Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) es una prueba del Sistema Educativo Nacional que se aplica a planteles públicos y privados del País. Es una prueba que tiene como principal objetivo proporcionar información diagnóstica de los temas y contenidos que los alumnos evaluados no han logrado aprender bien en las asignaturas de Español, Matemáticas y Ciencias. (<http://www.enlace.sep.gob.mx>).

Se consideró la prueba ENLACE ya que en su diseño se ha tomado en cuenta los significados institucionales que se le dan a las fracciones y a sus operaciones, en este caso, la suma y la resta y, de esta manera, se pueden identificar tareas específicas que puedan servir de base en el diseño de la actividad por computadora.

Se diseñaron dos formatos de reactivos asociados a dos tareas diferentes dentro de un mismo tipo de tarea:

- Para el formato 1 los ejercicios se tomaron de manera idéntica según lo presentado en la prueba enlace 2006. Aquí se dio la opción de cuatro posibles resultados y se solicitó que se subrayara la respuesta que considerasen correcta a la tarea solicitada.
- Para el formato 2 se consideraron los mismos ejercicios con la diferencia en la manera de dar el resultado, ya que aquí no hubo la opción del

subrayado, sino que se presentó un rectángulo en donde se le solicitó que escribiera las operaciones y resultados obtenidos.

Objetivo del formato 1:

Obtener las respuestas que dan los alumnos con el fin de identificar a través de los aciertos o fallas en las técnicas aplicadas la posible significación que le están dando a las operaciones de suma y resta de fracciones, e incluso, a la fracción misma.

Objetivo del formato 2:

Identificar en las técnicas utilizadas para la resolución de las actividades propuestas posibles interpretaciones de las mismas con el fin de tener un elemento de análisis y comprensión de la significación que le están dando los alumnos a las operaciones de suma y resta de fracciones, e incluso, a la fracción misma.

Objetivo de diseño de dos formatos

Detectar en la estructura de cada tarea que se encuentra dentro de un mismo tipo de tareas las particularidades que pueden propiciar distintos grados de dificultad asociados a la claridad que tienen para los estudiantes formatos distintos en este tipo de tareas.

4.2.1 - Aplicación:

En la escuela "A" la actividad se realizó de las 9:40 a 9:55 am a un total de 30 alumnos. Se entregaron las evaluaciones a los alumnos de la primera fila y se solicitó que tomara una y pasaran las demás y así sucesivamente. Se solicitó que no respondieran hasta que todos contaran con su actividad y se les informara que podían comenzar. Al empezar la evaluación los alumnos lo hicieron de forma particular sin voltear y preguntar posibles respuestas, sin embargo hubo quien comentó que eran actividades diferentes las que se les había proporcionado. Los primeros en entregar fueron los que habían respondido a la forma 1. En las evaluaciones no se detectaron posibles operaciones realizadas para la resolución de los ejercicios. Los alumnos que respondieron a la forma dos se prestaron un

poco más a confusión ya que varios de ellos no lograban comprender que tenían que poner en el cuadro donde se les solicitaba operaciones y resultados.

En la escuela B se aplicó la evaluación el mismo día a un total de 27 alumnos en un horario de 11:15 a 11:30 am aproximadamente, cabe mencionar que la mitad de los alumnos se encontraban en clase de computación y regresaron al salón de clases para realizar los ejercicios. Aquí las evaluaciones se entregaron de alumno en alumno solicitándoles también que no comenzaran hasta que se les indicara. De igual forma los alumnos que contestaron la forma 1 entregaron primero las evaluaciones quedando al final los alumnos que respondían la forma 2, en especial dos alumnos, uno de ellos realizó la pregunta de ¿Qué tamaño era el teatro? Para poder responder el ejercicio número dos que se le presentaba ya, que comentó, habla teatros grandes o pequeños y dependía de esto la respuesta.

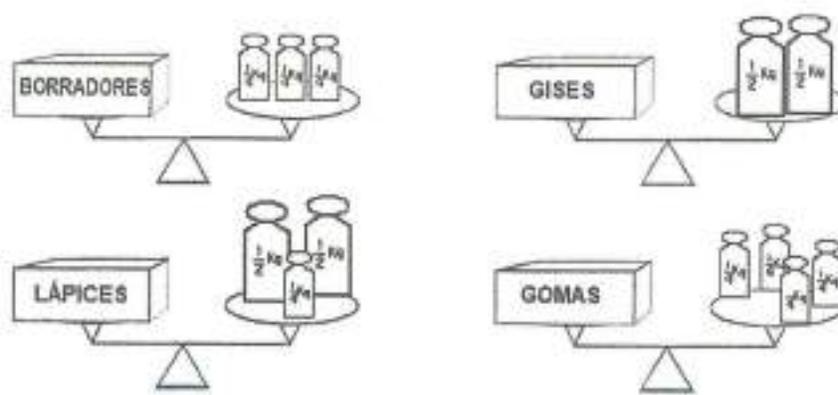
4.2.2 - Evaluaciones

4.2.2.1 - Formato 1

Nombre: _____ Fecha: _____

Subraya la respuesta correcta

1.- Observa las figuras:



¿Cuál de las cajas pesa más?

- A) La de gises
- B) La de gomas
- C) La de lápices
- D) La de borradores

2.- En el festival anual de la escuela, el teatro se fue llenando por partes. Primero llegaron $\frac{3}{9}$ partes de espectadores, después entraron $\frac{1}{9}$ partes y, por último, $\frac{2}{9}$ partes de espectadores

¿Qué parte del teatro se ocupó?

- A) $\frac{3}{9}$
- B) $\frac{4}{9}$
- C) $\frac{6}{18}$
- D) $\frac{6}{27}$

3. Un paquete contenía $\frac{6}{9}$ de kilogramo de harina y se utilizaron $\frac{2}{9}$ de kilogramo para hacer un pastel.

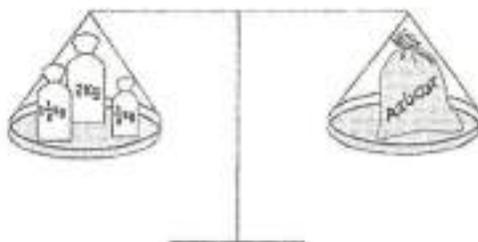
¿Cuánta harina quedó en el paquete?

- A) $\frac{3}{9}$
- B) $\frac{4}{9}$

C) $\frac{5}{4}$

D) $\frac{5}{8}$

4.- Observa la siguiente balanza.



¿Cuánto pesa la bolsa de azúcar?

A) $3\frac{1}{4}$ kg

B) $3\frac{1}{2}$ kg

C) 4 kg

D) 7 kg

68

acuvuau podría ponerse en evidencia la falta de dominio de la técnica adecuada en el sentido de que el distractor visual (Número y tamaño de las pesas) es adecuado para evidenciarlo.

En cuanto a las respuestas, como se puede identificar, la mayoría de los alumnos respondieron correctamente a este reactivo (Los gises). La segunda respuesta elegida fue las gomas, en la cual se podría pensar que el distractor tuvo que ver con la cantidad de objetos que equilibraban la balanza o con la evocación del peso de una goma que el mismo alumno haya utilizado. Otra consideración

69

sería la de un uso ineficiente del algoritmo de la suma de fracciones y la comparación del resultado.

Problema 2

Tarea:

Resolver problemas que impliquen sumar fracciones con denominadores iguales (2,4,6,3,5 y 6)

Técnicas:

- Algorítmicas: Suma de fracciones con el mismo denominador.

Porcentajes de Respuestas

	Reactivo 2
A	22.22%
B	44.44%
C	11.11%
D	22.22%

Observaciones

La tarea propuesta se realiza en el contexto de unión de partes (suma de fracciones). En esta actividad se pretende que se unan las distintas partes fraccionarias de espectadores que llegan, con el fin de obtener la totalidad de espectadores que están en el teatro. Cabe mencionar que las partes cuentan con el mismo denominador.

En este reactivo menos de la mitad de los alumnos contestaron correctamente subrayando la respuesta del $\frac{6}{9}$, y las respuestas A y D tuvieron la misma frecuencia de respuesta

Problema 3

Tarea:

Resolver problemas que impliquen restar fracciones con denominadores iguales (2,4,8,3,5,y 6)

Técnicas:

- Algorítmicas: Resta de fracciones con el mismo denominador.

Porcentajes de respuestas

	Reactivo 3
A	7.41%
B	66.67%
C	0%
D	25.93%

Observaciones

La tarea que se ha considerado se realiza en el contexto de operaciones con fracciones (Resta). En esta actividad se pretende que se obtenga la fracción restante de harina del paquete después de haber sido utilizada cierta parte de del mismo. Cabe mencionar que las partes cuentan con el mismo denominador.

Las 2/3 partes de los alumnos respondieron correctamente lo que se solicitaba, sin embargo hubo quienes en lugar de realizar la resta de fracciones pretendida lo hicieron sumando.

Problema 4

Tarea: Interpretar el peso de objetos representados gráficamente en balanzas (Con pesas de 1 kg, $\frac{1}{2}$ kg y $\frac{1}{4}$ de kg) y expresar la medida del peso con números fraccionarios.

Técnicas:

- Algorítmicas: Suma de fracciones.
- Visuales: Unión de pesos presentados.

Porcentajes de respuestas

	Reactivo 4
A	25.93%
B	18.52%
C	51.85%
D	3.70%

Observaciones

En esta actividad la tarea es que se obtenga del peso de la bolsa de azúcar mediante la obtención del peso de las pesas ahí presentadas. La balanza está en equilibrio, lo que refleja una igualdad en peso de ambos lados de la balanza, así al unir los distintos pesos de las pesas se tendrá el peso total de la bolsa de azúcar.

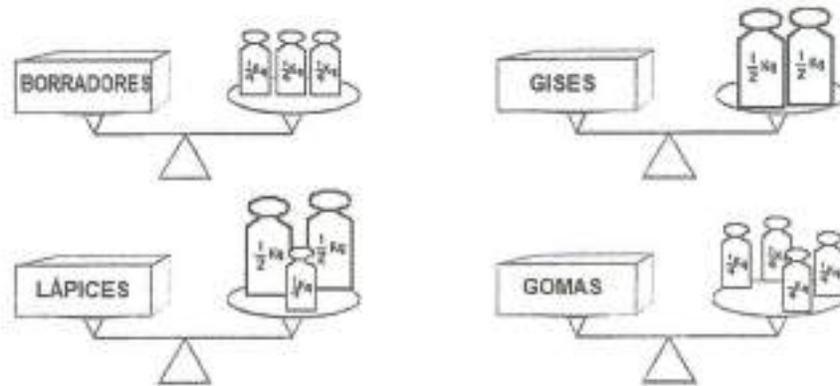
La mitad de los alumnos han respondido la opción correcta de 4 kg. La opción A de $3 \frac{1}{4}$ kg, fue escogida por un cuarto de los alumnos quienes probablemente consideraron la suma de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$ daba $\frac{1}{4}$.

4.2.2.2 - Formato 2

Nombre: _____ Fecha: _____

Usa los espacios indicados para resolver cada problema.

1.- Observa las figuras:



¿Cuál de las cajas pesa más?

Escribe aquí tus operaciones y tu resultado .

2.- En el festival anual de la escuela, el teatro se fue llenando por partes. Primero llegaron $\frac{3}{9}$ partes de espectadores, después entraron $\frac{1}{9}$ partes y, por último, $\frac{2}{9}$ partes de espectadores.

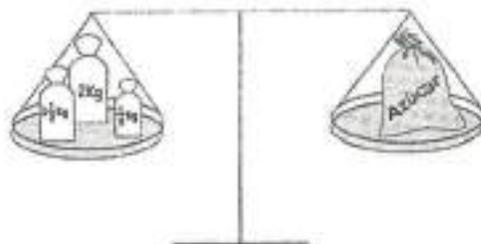
¿Qué parte del teatro se ocupó?

Escribe aquí tus operaciones y tu resultado .

3. Un paquete contenía $\frac{6}{8}$ de kilogramo de harina y se utilizaron $\frac{2}{8}$ de kilogramo para hacer un pastel. ¿Cuánta harina quedó en el paquete?

Escribe aquí tus operaciones y tu resultado .

4.- Observa la siguiente balanza.



¿Cuánto pesa la bolsa de azúcar?

Escribe aquí tus operaciones y tu resultado .

Resultados:

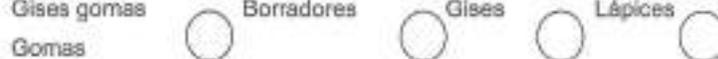
Al aplicar el formato 2, como ya se ha mencionado, se solicitó a los alumnos que escribieran las operaciones que llevaron a cabo para dar un resultado en cada uno de los problemas, algunos de los alumnos sólo dieron la respuesta sin explicarla. A continuación se presentan operaciones y resultados plasmados en las evaluaciones realizadas.

Problema 1

En este problema aproximadamente la mitad de los alumnos respondieron la respuesta considerada correcta, hubo quienes explicaron el porqué y otros sólo escribieron la palabra lápices sin más explicación. Algunas de las respuestas que dieron son las siguientes:

- Los lápices porque pesa igual a 1 entero $\frac{1}{4}$
- Los lápices porque sumé lo del otro lado de la balanza y está equilibrada
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
- Gomas porque es más
- Lápices $1/14$
- Gises porque son algo pesados
- Lápices
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$ lápices
- Lápices $\frac{1}{2} \frac{1}{2} = 1 \text{ kg} + \frac{1}{4} \text{ kg}$
- $12 + 12 + 14 = 38$; $14 + 14 + 14 = 42$; $12 + 12 = 24$; $14 + 14 + 14 + 14 = 56$
- $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ Borradores porque pesan más

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ kilo y medio
- Las gomas $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ entero
- Gises gomas Borradores Gises Lápices



En las respuestas presentadas se pueden identificar fallas en las mismas referentes a:

1. Falta de lectura y comprensión de lo solicitado
2. No existe significación de la fracción
3. Aplicación incorrecta del algoritmo de la suma de fracciones
4. Respuestas basadas en cantidad de objetos sin tomar en cuenta peso de los mismos

Problema 2

Al responder este problema sólo una tercera parte lo hizo correctamente expresando algunas de las técnicas utilizadas para su realización, otros de los que contestaron correctamente sólo expresaron por escrito la fracción correspondiente a la respuesta esperada. Se presentan respuestas dadas en general por los alumnos de ambas escuelas.

- $\frac{6}{9}$ del teatro porque sumé las partes que se fueron llenando

- Se ocupó $\frac{6}{9}$

- $\frac{3}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9}$

- $\frac{6}{9}$

- $\frac{3}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{27}$

- $\frac{3}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ la mitad

- 3 personas de 9 asientos

- $\frac{2}{9}$ de espectadores porque llegó primero
- $\frac{3}{9}$

Aunque la mayoría de las respuestas que se dieron fueron incorrectas no se dio una explicación al cómo se habían obtenido los datos ahí presentados, sin embargo, en las respuestas que aquí se presentan podemos observar:

1. Falta de lectura y comprensión de lo solicitado
2. No existe significación de la fracción
3. Hubo quienes aplicaron la técnica algorítmica correctamente y quienes aún aplicando la técnica no obtuvieron el resultado correcto.
4. Las representaciones que se dieron mediante dibujos presentan una respuesta apropiada a lo solicitado.

Problema 3

En este problema un poco más del 50% de los alumnos contestaron correctamente lo que se les solicitaba, aunque en su mayoría sólo expresaron la fracción sin dar alguna explicación del cómo lo habían obtenido. A continuación se presentan algunas de las respuestas que se obtuvieron.

- $\frac{4}{8}$ porque resté
- $\frac{28}{8} - \frac{6}{8} = \frac{4}{8}$
- $\frac{6}{8} - \frac{2}{8} = \frac{4}{8}$
- Quedó $\frac{6}{8}$
- $68 - 28 = 40$
- $\frac{6}{8} - \frac{2}{8} = \frac{4}{8}$
- La harina que quedó en el paquete son un tercio de harina
- $\frac{4}{8}$
- Cinco décimos

- $\frac{6}{8}$ hay 6 partes de 8

En las respuestas que se dan al problema anterior se identifica:

1. Falta de lectura y comprensión de lo solicitado
2. No existe significación de la fracción
3. La técnica algorítmica fue utilizada correctamente por la mayoría de los niños que contestaron correctamente lo solicitado.
4. En la técnica de resta de fracciones con iguales denominadores restaron no sólo el numerador, sino el denominador dando como resultado un denominador de 0.
5. No hubo respuestas donde presentaran dibujos en sus soluciones.

Problema 4

Un poco menos de la mitad de los alumnos respondieron correctamente a este problema y como en los anteriores problemas, la mayoría de las respuestas fueron dadas con un solo número sin dar explicación o presentar alguna técnica utilizadas. Algunas de las respuestas son:

- 4 kg. Porque sumé y pesa lo mismo porque está equilibrada.
- $1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{0} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{2}{2}$
- Si sumas 2 más $1\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$ da 4
- $2 \text{ kg} + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4 \text{ kilos}$
- 3 kg
- 5 Kg
- $22 + 2 + 12 = 36$
- $1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{0} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$
- Los resultados son $3\frac{2}{4}$
- $\frac{5}{4}$

Al checar las respuestas que dieron los alumnos se observa:

1. Falta de lectura y comprensión de lo solicitado
2. No existe significación de la fracción
3. Se utilizó la técnica algorítmica de suma de fracciones correcta e incorrectamente.
4. No se utilizaron dibujos en las soluciones

4.2.3 Observaciones Generales

En los reactivos aquí presentados identificamos que los tipos de tareas inmersas en dichos reactivos son acordes a los tipos propuestos en los libros de texto de tercero y cuarto de primaria. Algunas de las tareas observadas en los reactivos son:

- o Comparación y orden de cantidades fraccionarias
- o Unión de fracciones con igual denominador
- o Resta de fracciones del mismo denominador

La falta de lectura o comprensión de la misma es un factor que incide en las respuestas incorrectas que han dado los alumnos, una gran parte de ellos no cuentan con una significación clara de las fracciones y por consecuencia de sus operaciones de suma y resta de éstas lo que genera que las soluciones que presentan a los problemas no sean válidas y en el peor de los casos, ni siquiera tengan que ver con lo que se está solicitando. Lo anterior reitera la gran importancia que tiene el que los alumnos cuenten con significaciones de los objetos matemáticos que se están manipulando, siendo este el caso de las fracciones y sus operaciones.

4.3 – Análisis realizado a reactivos prueba IEEES

El Instituto de Evaluación Educativa del Estado de Sonora (IEEES) es una institución cuyo objetivo es el de "Evaluar de manera objetiva los elementos que

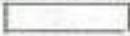
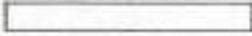
integran el Sistema Educativo Estatal, emitir y difundir resultados confiables a las autoridades educativas y sociedad en general de manera transparente y oportuna, y contribuir a la mejora continua de la educación en Sonora al ser la institución rectora del Sistema Estatal de Evaluación Educativa*

(www.leees.gob.mx/leees/pageselements.aspx?page=2&idElement=28-54k-)

Al igual que la prueba enlace, realizan una evaluación anual a las escuelas públicas y privadas del Estado de Sonora. El diseño de las evaluaciones es realizado por profesores del mismo estado de Sonora quienes se reúnen y proponen los reactivos a evaluar. Como ejemplo se muestran algunos de los reactivos utilizados en la evaluación realizada por el IEEES a niños de tercer grado de primaria en el ciclo escolar 2006 – 2007, así como un breve análisis de los mismos y resultados obtenidos en cuanto a frecuencia de aciertos y fallas en las respuestas dadas.

4.3.1 Reactivos

26. Unos niños cortaron listones de diferentes tamaños:

Pepe	Antonieta	Marisol
		
$\frac{1}{4}$ m	$\frac{1}{2}$ m	

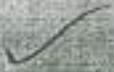
Si el listón de Marisol es cuatro veces más grande que el de Pepe y el doble que el de Antonieta. ¿Cuánto mide?

A) 1 metro.

B) $\frac{1}{4}$ de metro.

C) $\frac{3}{4}$ de metro.

D) $\frac{2}{4}$ de metro.



Tarea:

Comparar las longitudes dadas de los listones y responder con números fraccionarios lo solicitado.

Técnicas:

- Algorítmicas: Suma de fracciones
- Visuales: Simple medición de tamaños.

Frecuencia y porcentaje de respuestas

Reactivo 26 3-A	Frecuencia	Porcentaje
A	12095	51
B	3056	13
C	4609	19
D	3629	15
M	427	2

Observaciones

La tarea presentada se encuentra en el contexto de medición de longitudes, en el que se dan dos listones con longitudes conocidas y un listón de longitud desconocida. Se pretende que se identifique el significado de cuatro veces o del doble con el fin de que se unan este número de veces para obtener la longitud del listón restante.

Considero que la redacción de dicha tarea presenta distracción al mencionar el "cuatro veces y el doble de " ya que se pudiese tomar como la unión de ambas veces de listones aunque en las respuestas propuestas no viene tal resultado.

El reactivo 26 de la evaluación 3-A al tercer grado de primaria presenta un 51 % en que los alumnos respondieron correctamente.

25. Una señora reparte a partes iguales tres barras iguales de chocolate entre cuatro hijos.



¿Qué porción le tocó a cada hijo?

- A) $\frac{3}{6}$ de chocolate $\frac{3}{4}$ de chocolate
 B) $\frac{3}{5}$ de chocolate D) $\frac{3}{3}$ de chocolate

Tarea:

Identificar las partes de chocolate que le corresponden a cada persona. El reparto se hará equitativamente ($\frac{1}{4}$) de un todo discreto utilizando la notación de fracciones.

Técnicas:

- Visual: Inspección y conteo de partes de cada chocolate y reparto equitativo.

Frecuencia y porcentaje de respuestas

Reactivo 25 3-B	Frecuencia	Porcentaje
A	3222	14
B	2588	11
C	11727	50
D	5506	24
M	340	1

Observaciones

Esta actividad está incluida en el contexto de reparto y se da de forma equitativa partes de chocolate a un número mayor de personas que la cantidad de los objetos a repartir, por lo que se hace necesaria la partición de cada objeto en partes iguales ($\frac{1}{4}$). Se está presentando la manera en realizar el reparto de cada objeto lo que induce a una respuesta en cuartos que es la partición que se ha generado.

Si no se presentaran en el dibujo el número de partes de cada chocolate, la tarea cambiaría. Es un tanto difícil identificar que se pretende en esta actividad.

El reactivo 25 de la evaluación 3-B al tercer grado de primaria presenta un 50 % en que los alumnos respondieron correctamente

33. Necesito 12 trozos de listón de un cuarto de metro cada uno. ¿Cuántos metros de listón debo comprar?

- A) Tres metros.
- B) Dos metros y medio.
- C) Un metro y un cuarto.
- D) Tres metros y un medio.

Tarea:

Unir trozos de listón de las mismas longitudes y obtener la longitud final.

Técnicas:

- Algorítmica:
 - Unión de longitudes fraccionarias ($\frac{1}{4}$)
 - Multiplicación de fracciones

Frecuencia y porcentaje de respuestas

Reactivo 33 3-B	Frecuencia	Porcentaje
A	9106	39
B	4759	20
C	4800	20
D	4306	18
M	520	2

Observaciones

La tarea de esta actividad se da en el contexto de medición de longitudes realizando operaciones con fracciones (suma), pretendiéndose unir todas las partes de longitud igual para la obtención de una longitud total. Esta tarea se pudiese observar también como un caso de multiplicación de una fracción con un número entero.

El reactivo 33 de la evaluación 3-b al tercer grado de primaria presenta un 39 % en que los alumnos respondieron correctamente.

Reactivos utilizados en la evaluación realizada por el IEEES a niños de cuarto grado de primaria en el ciclo escolar 2006 – 2007.

22. Observa las pelotas.

¿Cuál de las siguientes es la fracción de pelotas que puede tomarse del conjunto de pelotas?

A) $\frac{4}{2}$ C) $\frac{2}{9}$

B) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{5}$

Tarea:

Identificar la fracción de pelotas que se pueden tomar de un conjunto de pelotas que se presentan y marcaría de las opciones dadas.

Técnicas:

- Visual: Inspección y conteo de pelotas comparando partes con la totalidad de las mismas

Frecuencia y porcentaje de respuestas

Reactivo 22 4-A	Frecuencia	Porcentaje
A	5650	25
B	6043	26
C	6578	29
D	4430	19
M	318	1

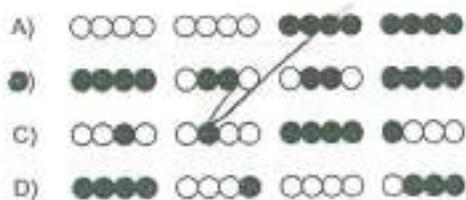
Observaciones

La tarea de la actividad se da en el contexto de reparto de un conjunto discreto de objetos. Se ha solicitado que se identifique la fracción que se obtiene al tomar un cierto número de pelotas del total de las mismas. Es necesario que los alumnos manejen las equivalencias de fracciones ya que la respuesta está dada en una fracción equivalente. Es muy importante que los alumnos identifiquen el todo como el conjunto total de pelotas presentadas.

Considero que se genera una confusión al presentar el conjunto total de pelotas mediante subconjuntos de las mismas presentando una distracción en cuanto a qué es lo que se toma como unidad o totalidad. Aunado a lo anterior la respuesta es presentada en una fracción equivalente a la que se puede determinar con la cantidad discreta de objetos que aquí se presenta por lo que la confusión puede ser mayor aún. La redacción es confusa y se puede observar en la totalidad de respuestas erróneas que dan los niños. No encuentro relación en los distractores

El reactivo 22 de la evaluación 4-a del cuarto grado de primaria presenta un 26 % en que los alumnos respondieron correctamente.

23. Observa las filas de pelotas y escoge la que tiene $\frac{3}{4}$ de pelotas negras.



Tarea:

Identificar la fila que contenga $\frac{3}{4}$ de pelotas negras de un conjunto de pelotas

Técnicas

- Visual: Inspección y conteo de pelotas comparando partes con la totalidad de las mismas

Frecuencia y Porcentaje de Respuestas

Reactivo 23 4-A	Frecuencia	Porcentaje
A	1937	8
B	8150	35
C	8206	36
D	4543	20
M	183	1

Observaciones

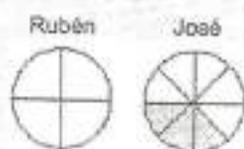
La tarea está dentro del contexto de reparto de un conjunto discreto de objetos. Se solicita que de 4 filas que se presentan con 16 pelotas cada una escojan la fila que contengan $\frac{3}{4}$ partes de pelotas negras. En esta actividad podemos identificar que las pelotas vienen separadas en montones de 4, sin embargo las pelotas negras

están dispersas en los diversos conjuntos de cada una de las filas. Es muy importante que los alumnos identifiquen el todo como el conjunto total de pelotas en cada fila.

Al igual que el inciso anterior, el total ha sido presentado mediante un subconjunto de objetos discretos por lo que si no se tiene bien comprendido cuál es la unidad, no se podrá determinar correctamente lo que se solicita.

El reactivo 23 de la evaluación 4-a del cuarto grado de primaria presenta un 35 % en que los alumnos respondieron correctamente.

24. En una rifa Rubén y José ganaron cada uno un pastel. José regaló la parte sombreada de su pastel como se muestra en la figura.



Si Rubén quiere hacer lo mismo que José, ¿qué partes de su pastel debe regalar?

- A) Tres cuartas partes del pastel.
- B) Dos cuartas partes y un octavo de pastel.
- C) Una cuarta parte y dos octavas partes del pastel.
- D) Una cuarta parte y la mitad de otra cuarta parte del pastel.

Tarea:

Identificar la respuesta correcta mediante la comparación de la misma con las particiones de las figuras que se presentan.

Técnicas:

- Visual: Observar y comparar los enunciados con las partes sombreadas y la solicitada.

Frecuencia y Porcentajes de Respuestas

Reactivo 24 4-B	Frecuencia	Porcentaje
A	7969	35
B	4169	18
C	2891	13
D	7667	33
M	198	1

Observaciones

En la tarea podemos identificar el contexto de reparto. Se observa particiones en cuartos y octavos y en algunas de las respuestas un incipiente de suma de fracciones.

Existe una confusión ya que al solicitar que Rubén haga lo mismo que José se puede pensar en dar las mismas partes y no la misma cantidad como se sugiere sea la respuesta correcta. Es por tal motivo que la mayoría de los alumnos han considerado el inciso A como la respuesta acertada al hablar de partes.

El reactivo 24 de la evaluación 4-b del cuarto grado de primaria presenta un 33 % en que los alumnos respondieron correctamente.

4.3.2-Observaciones Generales

En los reactivos que se presentan como parte de la evaluación del IEES podemos identificar que las tareas no son tan acordes a las observadas en los planes y programas de estudio ya que, aunque podemos constatar que los reactivos sugieren el uso de fracciones u operaciones con las mismas, las tareas a las que se refieren son:

- o Comparar longitudes de listones y responder a la comparación con números fraccionarios
- o Unir, sumar partes de listones y obtener longitud total
- o Identificar fracciones en conjuntos discretos y continuos