

“El saber de mis hijos
hará mi grandeza”



UNIVERSIDAD DE SONORA

División de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Matemáticas

Seguimiento de las Prácticas de profesores de matemáticas de secundaria

TESIS

Que para obtener el Grado de

Maestría en Ciencias

Con especialidad en Matemática Educativa

Presenta

Lucía Gisella Mendoza von der Borch

Directora de tesis

Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos

Hermosillo, Sonora, México

Enero de 2013

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



“El saber de mis hijos
hará mi grandeza”



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

AGRADECIMIENTOS

A Silvia, por contagiarme su entusiasmo por la Matemática Educativa y por introducirme en sus caminos; por dirigir este trabajo con gran entusiasmo y esmero y por saber siempre cómo guiarme en los múltiples cuestionamientos y, además, hacerlo de una manera muy hábil e ingeniosa. Gracias por todas las largas tertulias que ayudaron enormemente a la elaboración de este trabajo y al surgimiento de nuevas preguntas.

A los Doctores José Luis Soto, Agustín Grijalva y Gisela Montiel, por las agudas observaciones y sugerencias que ayudaron a dar término a este trabajo, y a la vez abrir nuevos cuestionamientos.

A todos los profesores de la Maestría, por sus valiosas aportaciones y por guiar nuestra formación de una forma muy interesante y animada. Agradezco muy especialmente al Doctor Ramiro Ávila por las discusiones y conversaciones tanto dentro como fuera de clase, por inducirnos el gusto por conocer el sinfín de caminos en los que se transita cuando se es profesor, y por los múltiples ejemplos y anécdotas. Al Doctor José Luis Soto por el apoyo constante a lo largo de todo este proceso, por la minuciosa y esmerada revisión de los avances y por las atinadas observaciones. A la Maestra Martha Villalba por las maravillosas discusiones dirigidas en clase y por revisar con tanto esmero cada uno de nuestros trabajos. A la Maestra Maricela Armenta por haberme ayudado a darle la forma y estructura inicial al proyecto.

A los profesores de secundaria que me permitieron acceder a sus aulas y poder llevar a cabo este trabajo.

A Tatiana, Moisés y Elsie por toda la ayuda, las recomendaciones y las pláticas que me han resultado muy útiles durante y después de la elaboración de esta tesis.

A mi cherri, por estar siempre ahí y por todas las aventuras y caminos que hemos recorrido juntos.

A mis padres Maren y Alfonso. Gracias mamá por todo el apoyo, el cariño, la energía y el ánimo para hacer cosas y buscar siempre cómo entrarle de lleno a lo que a uno le gusta.

A mis compañeros de la Maestría, por todas las historias que vivimos en este proceso. Gracias muy especialmente a Daniela y Angélica.

A Irma, por ser de gran apoyo y responder tan amablemente incluso a las peticiones apresuradas.

A mis hermanas Tatiana y Paulina y a mis sobrinos Sebas, Fonchito y Manés, por todas las alegrías, las risas y los juegos... y las regañadas también.

A Gila y a mis primos y tíos de Sonora, en especial a Regina, que hicieron que la vuelta a estas tierras fuera algo muy especial.

A Marusia, Leonor, Cristina, Mercedes, Cristtel, Laura y Carolina, por los grandes momentos, las risas y los ánimos y por estar siempre cerca a pesar de la distancia.

INDICE

CAPÍTULO I. PROBLEMÁTICA, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS	6
I.1 Las reformas recientes a la educación básica	6
I.2 Las matemáticas en secundaria	10
I.3 La responsabilidad asignada al profesor en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	14
I.4 Algunas situaciones que hacen dirigir la mirada hacia las prácticas de los profesores	15
I.4 a) Algunos resultados de evaluaciones del aprendizaje de las matemáticas	15
I.4 b) La falta de implementación en el aula del enfoque didáctico planteado en las propuestas curriculares	17
I.5 El énfasis en los programas de formación y actualización para el profesorado	21
I.6 Planteamiento del problema, preguntas de investigación y objetivos	23
I.6.1 El diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria”	24
I.6.2 La pregunta de investigación	26
Objetivos	28
I.7 Los contenidos matemáticos estudiados: proporcionalidad y funciones	29
CAPÍTULO II. CONSIDERACIONES TEÓRICAS Y METODOLÓGICAS	30
II.1 El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática	30
II.2 Consideraciones metodológicas	36
II.2.1 Características de la investigación	36
II.2.2 El contexto de investigación	39
II.2.2.1 La escuela. Sus características	39
II.2.2.2 El grupo itinerante y las condiciones del aula	40
II.2.2.3 El profesor A. Sus características	40
II.2.2.4 Los estudiantes del grupo del profesor A	41
II.2.2.5 La profesora B. Sus características	42
II.2.2.6 Los estudiantes del grupo de la profesora B	42
CAPÍTULO III. EL DISCURSO DE LOS PROFESORES ACERCA DEL ENFOQUE Y LA METODOLOGÍA PROMOVIDOS POR EL DIPLOMADO Y POR LA PROPUESTA CURRICULAR OFICIAL	44
III.1 El discurso del profesor A	44
III.2 El discurso de la profesora B	48
CAPÍTULO IV. LAS PRÁCTICAS DE LOS PROFESORES. TRAYECTORIAS EPISTÉMICAS Y DOCENTES	57
IV.1 Trayectorias epistémicas y docentes implementadas por el profesor A	57

IV.2 Trayectorias epistémicas y docentes implementadas por la profesora B	84
CONCLUSIONES	107
ANEXO. INSTRUMENTOS DE RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN	117
REFERENCIAS	121

|

PRESENTACIÓN

El trabajo de investigación que reportamos aquí es un estudio descriptivo de las prácticas de profesores de matemáticas de nivel secundaria que han cursado una acción de capacitación (Diplomado) centrada en la reflexión sobre la práctica. Se describe la interpretación que los docentes hacen sobre los planteamientos –en cuanto al enfoque y metodología de enseñanza- del Diplomado y de las propuestas curriculares vigentes, tanto a nivel de discurso como al de implementación en el aula. Para ello se llevaron a cabo entrevistas y se realizó observación no participante en el aula.

El estudio se realizó con profesores de una secundaria pública de la ciudad de Hermosillo, Sonora. Los contenidos matemáticos estudiados son los correspondientes al apartado “Proporcionalidad y funciones” de los Bloques III y IV del Programa de Matemáticas de Segundo grado de Secundaria del Plan de Estudios para la Educación Básica 2011. La observación se realizó en el periodo en que dicho Plan de estudios recién había sido introducido.

Para la elaboración de los instrumentos de investigación, para el análisis de los resultados, la organización e interpretación de los mismos, hacemos uso de constructos teóricos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. Así, el análisis de la información se plantea a través de trayectorias epistémicas y docentes. Para las primeras, se analiza la presencia de situaciones-problema, lenguajes, definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos, su articulación durante el proceso de estudio, el privilegio de unos frente a otros, el surgimiento de conflictos semióticos y el tratamiento de contenidos no previstos que van surgiendo en el proceso.

En lo que se refiere a las trayectorias docentes, hemos puesto el foco de atención en las acciones y decisiones que va realizando sucesivamente el profesor en el aula. Se identifican sus puntos de partida, los recursos que utiliza para conducir el proceso de estudio, la interacción con el grupo y las decisiones que toma con base en la dinámica que se crea, la manera de responder a los conflictos semióticos que identifica y la postura que asume respecto a las exigencias de la institución que representa.

Entre los aspectos más destacables de los resultados obtenidos se encuentra el esfuerzo de los docentes por promover en el aula el uso de diferentes registros de representación, pero sin una promoción sistemática de articulación entre unos y otros; el débil sentido que los docentes parecen depositar en el lenguaje gráfico, el intento sistemático de los docentes por promover el trabajo colaborativo entre los estudiantes y por seguir una metodología de enseñanza en la que el docente es guía para el aprendizaje y no la fuente de una serie de conocimientos que deben ser transmitidos.

Se destaca el escaso o nulo tratamiento que se hace en aula del estudio de la relación entre la proporcionalidad y las funciones, dos contenidos matemáticos que el

Plan de estudios vigente incluye en un mismo apartado, “*Proporcionalidad y funciones*”.

Después de analizar y describir las trayectorias epistémicas y docentes que tuvieron lugar en el aula, se realiza una reflexión basada en la comparación entre lo que apareció en el discurso de los profesores y lo que se observó en sus aulas, poniendo énfasis en los elementos que los profesores rescatan del programa de formación que cursaron.

Se resalta la necesidad de promover acciones de formación y capacitación de profesores que tengan continuidad, que puedan derivar en acciones a largo plazo, como la creación de grupos colegiados de trabajo en los que los docentes se hagan de un espacio para compartir entre el colegiado de profesores de su comunidad, las visiones, interpretaciones y dudas, que existan respecto a su quehacer docente.

CAPÍTULO I. PROBLEMÁTICA, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

I.1 Las reformas recientes a la Educación Básica en México

El sistema educativo en México ha experimentado varios cambios a lo largo del tiempo. Las propuestas curriculares que se han ido desarrollando obedecen a diferentes necesidades, y han sido planteadas con distintos enfoques. La última gran reforma para la educación básica fue la de 1993, que introdujo planteamientos centrales como el de la enseñanza centrada en el alumno y la promoción del aprendizaje a través de la resolución de problemas. Las reformas más recientes son la Reforma Educativa Preescolar 2004, la Reforma de la Educación Secundaria 2006, la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) en 2009 y la Reforma Curricular en Educación Primaria, que empezó a implementarse en algunos grados escolares en el ciclo escolar 2009-2010 y se consolida en el ciclo actual, 2011-2012. Las que conciernen a la educación preescolar, primaria y secundaria, son parte de una propuesta más global denominada Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), la cual se ha venido desarrollando en los últimos años y concluye con el Plan de Estudios para la Educación Básica 2011.

La RIEB retoma planteamientos esenciales de la reforma de 1993, pero tiene como una de sus preocupaciones centrales articular los distintos niveles que conforman la educación básica, es decir, promover la continuidad entre preescolar, primaria y secundaria. Pretende que la articulación exista no solamente entre los diferentes niveles educativos, sino también entre los contenidos de la misma asignatura y entre las diferentes asignaturas de un ciclo escolar, a través de la incorporación de temas que puedan ser abordados en más de una de ellas.

Otro de los planteamientos centrales de la RIEB es el desarrollo de *competencias* como propósito educativo central. En los documentos de la Reforma se especifica lo que se entiende por una *competencia*, pero es importante resaltar que este término, empleado cada vez con más frecuencia en distintos programas educativos en varios países, no está exento de debates internacionales; y su uso en diferentes contextos tiene múltiples connotaciones y es asociado con distintos significados. De acuerdo a Puig (2008), en matemáticas algunas veces la *competencia* es asociada con *alfabetización matemática*, otras veces con habilidades y conocimiento, otras más con desempeño o rendimiento, como dominio de estudio, o con procesos que deben ponerse en práctica al resolver problemas.

Por otro lado, se discute también lo viable o inviable de considerar un concepto tan general como “competencia” para definir algo que pueda ser promovido desde todas las asignaturas del plan de estudios.

Debido a las situaciones anteriores, consideramos que se debe tener cuidado al hablar de desarrollo de *competencias*. Aquí hablaremos del enfoque que plantea la RIEB, el cual es retomado de la Reforma de Secundaria 2006, en la que el término *competencia* se planteó de la siguiente manera:

Una competencia implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias del impacto de ese hacer (valores y actitudes). En otras palabras, la manifestación de una competencia revela la puesta en juego de conocimientos, habilidades, actitudes y valores para el logro de propósitos en un contexto dado (SEP, 2006a, p. 11).

Así, se plantea que las competencias movilizan y dirigen todos esos componentes hacia la consecución de objetivos concretos; y que “son más que el saber, el saber hacer o el saber ser”. De acuerdo a la propuesta curricular, esa movilización de saberes se manifiesta tanto en situaciones comunes de la vida diaria como en situaciones complejas, y “ayuda a visualizar un problema, determinar los conocimientos pertinentes para resolverlo, reorganizarlos en función de la situación, así como extrapolar o prever lo que falta.” (SEP, 2006a, p. 11).

En el Plan de Estudios de Secundaria 2006 se propone que a través del desarrollo de competencias, se pretende que los alumnos egresados de la educación básica:

- Sean personas que interactúen en distintos contextos sociales utilizando adecuadamente y con claridad el lenguaje oral y escrito.
- Empleen la argumentación y el razonamiento al analizar situaciones diversas, al identificar problemas, formular preguntas, emitir juicios y proponer soluciones.
- Seleccionen, analicen, evalúen y compartan información proveniente de diversas fuentes y aprovechen los recursos tecnológicos a su alcance para ampliar sus aprendizajes de manera permanente.
- Utilicen los conocimientos adquiridos para interpretar y explicar procesos sociales, económicos, culturales y naturales, así como para tomar decisiones y actuar en aras de promover la salud y el cuidado del ambiente.
- Conozcan los derechos humanos y los valores que favorecen la vida democrática y los pongan en práctica al analizar situaciones y tomar decisiones.
- Reconozcan y valoren distintas prácticas y procesos culturales y contribuyan a la convivencia respetuosa. Asuman la interculturalidad como riqueza y forma de convivencia en la diversidad social, étnica, cultural y lingüística.
- Conozcan y valoren sus características y potencialidades como ser humano, y se identifiquen como parte de un grupo social. Emprendan proyectos personales, se esfuercen en lograr sus propósitos y asuman con responsabilidad las consecuencias de sus acciones.
- Aprecien y participen en manifestaciones artísticas e integren saberes de las culturas como medio para conocer las ideas y sentimientos de otros, así como para manifestar los propios.

- Se reconozcan como una persona con potencialidades físicas que le permitan favorecer un estilo de vida activo y saludable, e interactuar en contextos lúdicos, recreativos y deportivos.

De acuerdo a ese plan de estudios, el perfil de egreso deseable surgirá de una educación basada en *competencias para la vida*, que incluye el desarrollo de capacidades cognitivas, afectivas, sociales: competencias para el aprendizaje permanente, competencias para el manejo de la información, competencias para el manejo de situaciones, competencias para la convivencia y competencias para la vida en sociedad. Se plantea que el desarrollo de esas competencias propiciará que los alumnos movilicen sus saberes dentro y fuera de la escuela.

Se trata, pues, de adquirir y aplicar conocimientos, así como de fomentar actitudes y valores que favorezcan el desarrollo de los alumnos, la convivencia pacífica con apego a la legalidad, y el cuidado y respeto por el ambiente. Además, se pretende que la educación secundaria permita a los alumnos dirigir su propio aprendizaje de manera permanente y con independencia a lo largo de toda su vida (SEP, 2006a, p. 19).

El Plan de Estudios 2011 para la educación básica, como hemos dicho, está enfocado también al desarrollo de competencias, en el mismo sentido en que se aborda en el Plan de Secundaria 2006, pero se habla además de *Estándares Curriculares* y de aprendizajes esperados. Los *Estándares Curriculares* son “descriptores de logro” y “definen aquello que los alumnos demostrarán al concluir un periodo escolar” (SEP, 2011b, p. 29). De acuerdo a este Plan de Estudios, los *Estándares* sintetizan los aprendizajes esperados que, en los programas de Primaria y Secundaria, se organizan por asignatura-grado-bloque, y en Preescolar por campo formativo-aspecto.

Se plantea que dichos Estándares son comparables con referentes internacionales:

[Los estándares curriculares] Son equiparables con estándares internacionales y, en conjunto con los aprendizajes esperados, constituyen referentes para evaluaciones nacionales e internacionales que sirvan para conocer el avance de los estudiantes durante su tránsito por la Educación Básica, asumiendo la complejidad y gradualidad de los aprendizajes. (SEP, 2011b, p. 29).

Los aprendizajes esperados son “indicadores de logro” que, en términos de los tiempos establecidos en los programas de estudio, definen “lo que se espera de cada alumno en términos de saber, saber hacer y saber ser” (SEP, 2011b, p. 29). Se plantea que estos aprendizajes le dan concreción al trabajo docente al “hacer constatable lo que los estudiantes logran”, y que conforman “un referente para la planificación y la evaluación en el aula” (SEP, 2011b, p. 29). Así, dan cuenta de “los conocimientos, las habilidades, las actitudes y los valores” que se pretende que los alumnos alcancen progresivamente para acceder a conocimientos cada vez más complejos y al logro de los Estándares Curriculares y del desarrollo de competencias.

Se plantea entonces que las competencias, los Estándares Curriculares y los aprendizajes esperados proveerán a los alumnos las herramientas necesarias para “la aplicación eficiente de todas las formas de conocimientos adquiridos, con la intención de que respondan a las demandas actuales y en diferentes contextos” (SEP, 2011b, p. 29).

El perfil de egreso de la educación básica que plantea el Plan 2011, básicamente coincide con el del Plan de Estudios de Secundaria 2006, pero agrega los siguientes rasgos:

El alumno:

- ... posee herramientas básicas para comunicarse en inglés;
- ... valora los razonamientos y la evidencia proporcionados por otros y puede modificar, en consecuencia, los propios puntos de vista;
- ... valora, conoce y ejerce los derechos humanos...;
- ... actúa con responsabilidad social y apego a la ley;
- Asume y practica la interculturalidad como riqueza y forma de convivencia en la diversidad social, cultural y lingüística;
- ... sabe trabajar de manera colaborativa; reconoce, respeta y aprecia la diversidad de capacidades en los otros, y emprende y se esfuerza por lograr proyectos personales o colectivos;
- Promueve y asume el cuidado de la salud y del ambiente como condiciones que favorecen un estilo de vida activo y saludable;
- Reconoce diversas manifestaciones del arte, aprecia la dimensión estética y es capaz de expresarse artísticamente. (SEP, 2011b, p. 39-40)

Se sugiere que el logro del perfil de egreso podrá manifestarse al alcanzar “de forma paulatina y sistemática” los aprendizajes esperados y los Estándares Curriculares; y que la articulación de la Educación Básica se conseguirá en la medida en que los docentes trabajen para los mismos fines, “a partir del conocimiento y de la comprensión del sentido formativo de cada uno de los niveles” (SEP, 2011b, p. 40).

Hemos hablado hasta aquí de algunos aspectos centrales de las reformas más recientes que ha experimentado la educación básica en México, enfocándonos en el nivel secundaria. La problemática que abordaremos en este trabajo de investigación se sitúa en la enseñanza de las matemáticas en este nivel, razón por la cual nos hemos enfocado a hablar de las reformas y los planes de estudio que conciernen específicamente a este nivel educativo. Recapitulando: El plan de estudios vigente para la educación secundaria es el Plan de Estudios 2011 para la Educación Básica, que fue creado en el marco de la RIEB. Esta reforma integral concluye un ciclo de reformas curriculares que se han venido haciendo en los últimos años en cada uno de los tres niveles que conforman la educación básica. En lo que concierne a la secundaria, el

nuevo Plan 2011 retoma el perfil de egreso planteado en el Plan de Estudios de Secundaria 2006, conserva los postulados y características esenciales de éste – como el enfoque centrado en el desarrollo de competencias-, pero se le hacen algunas modificaciones y se incorporan nuevos elementos, como los Estándares Curriculares.

I.2 Las matemáticas en secundaria

En el Plan de Estudios 2006, retomado en el Plan 2011, se propone que las competencias para la vida deben promoverse desde todas las asignaturas del Programa. En lo que respecta a las matemáticas, se explicita que el estudio de esta disciplina debe orientarse a “lograr que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como a justificar la validez de los procedimientos y resultados y a utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos” (SEP, 2006a, p. 34).

Como propósitos específicos de las matemáticas de Secundaria, se plantearon los siguientes:

Que los estudiantes:

- Utilicen el lenguaje algebraico para generalizar propiedades aritméticas y geométricas.
- Resuelvan problemas mediante la formulación de ecuaciones de distintos tipos.
- Expresen algebraicamente reglas de correspondencia entre conjuntos de cantidades que guardan una relación funcional.
- Resuelvan problemas que requieren el análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos provenientes de diversas fuentes.
- Resuelvan problemas que implican realizar cálculos con diferentes magnitudes.
- Utilicen las propiedades geométricas para realizar trazos, para establecer su viabilidad o para efectuar cálculos geométricos.
- Identifiquen y evalúen experimentos aleatorios con base en la medida de la probabilidad.
- Utilicen de manera eficiente diversas técnicas aritméticas, algebraicas o geométricas, con o sin el apoyo de tecnología, al resolver problemas.

(SEP, 2006a, p. 34)

En el Plan 2011 para la Educación Básica, las matemáticas se estudian en el campo de formación *Pensamiento matemático*, que “articula y organiza el tránsito de la aritmética y la geometría y de la interpretación de información y procesos de medición, al lenguaje algebraico; del razonamiento intuitivo al deductivo, y de la búsqueda de información a los recursos que se utilizan para presentarla” (SEP, 2011b, p. 48).

El énfasis de este campo de formación está puesto en la solución de problemas, en la formulación de argumentos para explicar los resultados y en “el diseño de estrategias y sus procesos para la toma de decisiones”. “En síntesis, se trata de pasar de la aplicación mecánica de un algoritmo a la representación algebraica” (SEP, 2011b, p. 48).

Se pretende entonces que los alumnos, mediante el estudio de las matemáticas a lo largo de su educación básica:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo. (SEP, 2011c, p. 13)

Se propone que para avanzar en el desarrollo del pensamiento matemático, el estudio de las matemáticas en Primaria y Secundaria se oriente a “aprender a resolver y formular preguntas en las que sea útil la herramienta matemática”. Y “Adicionalmente, se enfatiza la necesidad de que los propios alumnos justifiquen la validez de los procedimientos y resultados que encuentren, mediante el uso de este lenguaje” (SEP, 2011b, p. 49).

En Primaria, el estudio de las matemáticas incluye “el conocimiento y uso del lenguaje aritmético, algebraico y geométrico, así como la interpretación de información y de los procesos de medición”. El nivel Secundaria “atiende el tránsito del razonamiento intuitivo al deductivo, y de la búsqueda de información al análisis de los recursos que se utilizan para presentarla” (SEP, 2011b, p. 49).

Así, la progresión de los aprendizajes en matemáticas debe entenderse como:

- Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.
- Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.
- Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo. (SEP, 2011c, p. 15)

Se busca entonces lograr que los alumnos “sean responsables de construir nuevos conocimientos a partir de sus saberes previos” (SEP, 2011b, p. 49), lo cual implica:

- Formular y validar conjeturas.
- Plantearse nuevas preguntas.

- Comunicar, analizar e interpretar procedimientos de resolución.
- Buscar argumentos para validar procedimientos y resultados.
- Encontrar diferentes formas de resolver los problemas.
- Manejar técnicas de manera eficiente.

Hay entonces cuatro competencias matemáticas que deben ser promovidas: *Resolver problemas de manera autónoma, Comunicar información matemática, Validar procedimientos y resultados, y Manejar técnicas eficientemente* (SEP, 2011c, p. 23).

El conjunto de aprendizajes que se espera que los alumnos desarrollen a lo largo de la Educación Básica para conducirlos a “altos niveles de alfabetización matemática” (SEP, 2011c, p. 15), se plantea en términos de los Estándares Curriculares de Matemáticas, los cuales se organizan en cuatro ejes: *Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida; Manejo de la información y Actitud hacia el estudio de las matemáticas*. En Secundaria, los Estándares se organizan en los tres primeros (que coinciden con los tres ejes que se habían planteado ya en la Reforma 2006), pero se promueve también la cuarta línea -*Actitud hacia el estudio de las matemáticas*-, a través del desarrollo de “actitudes y valores que son parte esencial de la competencia matemática y que son el resultado de la metodología didáctica que se propone para estudiar matemáticas” (SEP, 2011c, p. 16).

Los propósitos específicos de las asignaturas de matemáticas de Secundaria que plantea el Plan 2011 fueron retomados del Plan 2006, pero presentan algunas modificaciones, y son más precisos en algunos rubros. Se plantean de la siguiente manera:

En la educación Secundaria, como resultado del estudio de las Matemáticas, se espera que los alumnos:

- Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos.
- Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.
- Justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera.
- Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas.
- Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.

- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.
- Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad.
- Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independientes. (SEP, 2011c, p. 14)

El enfoque y la metodología didáctica que propone el Plan 2011 para las asignaturas de matemáticas, también coinciden esencialmente con los que propuso el Plan 2006. Se sugiere utilizar situaciones problemáticas enriquecedoras, que impliquen los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar en el estudiante, que permitan a éste aprovechar lo que ya sabe y avanzar en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces; que sean adecuadas (ni tan sencillas que resulte trivial encontrar la solución, ni tan complicadas que parezcan imposibles de resolver por quien se ocupa de ellas), que despierten el interés y promuevan la reflexión –y no tanto la memorización- y la búsqueda de diferentes formas de resolver los problemas.

Se plantea que el conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar para solucionar problemas y reconstruir en caso de olvido; “de ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, tanto en relación con el lenguaje como con las representaciones y procedimientos” (SEP, 2011c, p. 20). Pero se aclara que eso no excluye la recomendación de los ejercicios de práctica o el uso de la memoria para guardar ciertos datos; “al contrario, estas fases son necesarias para que los alumnos puedan invertir en problemas más complejos” (SEP, 2011c, p. 20).

En este enfoque se pretende que sean los alumnos los que busquen las soluciones a los problemas que se les plantean, utilizando los procedimientos y estrategias que ellos elijan, aprovechando lo que ya saben. Se pretende que trabajen de manera colaborativa, de tal manera que se les permita discutir diferentes ideas y desarrollar habilidades de argumentación.

Vemos entonces que el enfoque y la metodología propuestos por el plan de estudios vigente para las escuelas secundarias del país, aunque no está exento de críticas, parece promover una enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que tiene la intención de que el alumno desarrolle su pensamiento matemático, y sus habilidades no solo matemáticas, sino también comunicativas, sociales y afectivas; para encaminarse hacia el objetivo global de la educación básica, de acuerdo a la SEP: “formar ciudadanos íntegros capaces de desarrollar todo su potencial” (SEP, 2011a).

Pero en los siguientes apartados de este trabajo de investigación, en los que plantaremos específicamente nuestra problemática de estudio, veremos que aunque los planteamientos del Plan y Programas de estudio para las secundarias mexicanas aportan elementos importantes y valiosos para fomentar el pensamiento matemático de los alumnos y el desarrollo de competencias, se ha visto con frecuencia que estos planteamientos no son incorporados en las aulas. La problemática es compleja, la implementación en el aula del enfoque y metodología planteados por las propuestas curriculares no se consigue fácilmente ni de manera inmediata. Varias investigaciones - de las cuales hablaremos más adelante- dan cuenta de que, aun después de varios años – incluso décadas- de haber entrado en vigor las distintas reformas educativas que se han realizado, los planteamientos de éstas y los cambios propuestos por ellas no habían sido incorporados en las aulas y no habían logrado permear las prácticas docentes de los profesores.

Esto conduce a plantearse cuestionamientos sobre los diferentes factores involucrados en los procesos educativos, entre los que ocupa un lugar central el profesor.

I.3 La responsabilidad asignada a los profesores en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Al profesor se le asigna una misión complicada:

En el Plan 2011 se explicita que para poder lograr los objetivos de formación de los alumnos durante su educación básica, “se trata de que el docente analice y proponga problemas interesantes, debidamente articulados, para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces” (SEP, 2011c, p. 20).

El promover las competencias matemáticas, las competencias para la vida y las diferentes habilidades necesarias para lograr el perfil de egreso que plantea el Plan de estudios, implica un trabajo considerable por parte del profesor, pues requiere de desafíos pedagógicos y didácticos importantes. Los planes y programas incluyen propuestas de planes de clase, actividades didácticas, formas de organización del trabajo en el aula y estrategias diversas que pueden ser de ayuda para los docentes en la planeación de sus actividades, pero aun así se requiere de un esfuerzo grande y de una sólida formación didáctica y disciplinar para poder adecuarlas al trabajo con sus alumnos.

Aunque son muchos los factores que intervienen en los procesos educativos, a menudo se asigna al profesor gran parte de la responsabilidad de los resultados de

aprendizaje de los alumnos. De acuerdo a (Chevallard, Bosch y Gascón, 1998), al profesor se le asigna “un papel desmesurado en el proceso didáctico”.

Se ha hecho creer al profesor que él es la pieza fundamental del sistema educativo y que de su voluntad y su formación depende el funcionamiento del sistema y el éxito de cualquier reforma educativa. Él es el encargado de conseguir que el alumno tenga una *actitud positiva* y la *motivación* necesaria para aprender matemáticas, al tiempo que éstas (actitud y motivación) son consideradas las condiciones básicas de todo aprendizaje.

En resumen, se acepta que el resultado del aprendizaje del alumno depende esencialmente de la instrucción que imparte el profesor (Chevallard et al, 1998, p. 80).

De acuerdo a estos autores, tradicionalmente el trabajo matemático concreto de los alumnos no se ha tomado muy en serio. “De hecho, nunca se le consideró como un *verdadero* trabajo matemático” (Chevallard et al, p. 78). No se considera que la actividad del alumno como *estudiante de matemáticas* tenga una estructura compleja ni, mucho menos, que constituya un fin en sí misma.

Hay entonces una creciente dependencia mutua alumno-profesor. Y, relacionado con ella, aparece una “cerrazón de ambos en el aula”. Sobre el profesor recaen enormes demandas sociales a las que no puede responder, y el alumno, por su parte, “sólo encuentra sentido a su actividad matemática dentro del aula porque ésta se les presenta como una actividad exclusivamente escolar” (Chevallard et al, 1998, p. 80).

No profundizaremos aquí en los diferentes factores que pueden estar involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pues esto queda fuera de los alcances de esta investigación. Lo que interesa remarcar es que, como hemos visto, a los profesores se les ha asignado una responsabilidad importante; y existe, por tanto, una preocupación por dirigir la mirada hacia la práctica docente del profesorado de los distintos niveles educativos. Mencionaremos ahora algunas situaciones recientes que han hecho que diversas instituciones –investigadores en didáctica, instancias gubernamentales, instituciones educativas- hayan dirigido (y sigan dirigiendo) la mirada hacia dichas prácticas.

I.4 Algunas situaciones que hacen dirigir la mirada hacia las prácticas de los profesores

Diversos motivos han conllevado a prestar especial atención a la actividad docente y a la planificación de programas de formación y actualización de profesores que ayuden a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Uno de estos motivos son los resultados que obtienen los alumnos mexicanos en distintas pruebas de matemáticas, tanto nacionales como internacionales.

a) Algunos resultados de evaluaciones del aprendizaje de las matemáticas.

En las distintas evaluaciones del aprendizaje de matemáticas que se aplican en México en los distintos niveles escolares, es muy elevado el porcentaje de alumnos que obtiene resultados muy magros.

En el caso de los alumnos de secundaria, desde hace varios años se han aplicado distintas pruebas: la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (EXCALE), el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés) y evaluaciones estatales. Estas distintas pruebas han indicado que, aunque en las aplicaciones más recientes se observa una ligera mejoría con respecto a los años anteriores, los resultados de la mayoría de los alumnos mexicanos siguen ubicándose en niveles bajos de desempeño en matemáticas. Estas pruebas miden distintas habilidades y conocimientos, tienen distintas características y no todas se aplican a todos los grados ni a todos los estudiantes escolarizados, pero todas ellas han mostrado resultados muy poco exitosos. Los resultados globales de la aplicación más reciente de cada una de estas pruebas mostraron lo siguiente:

Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE). La prueba Enlace se aplica cada año a todos los alumnos de todos los grados escolares a partir de tercero de primaria. Los resultados de secundaria en la aplicación de 2011 mostraron que el 84.2% de los alumnos de este nivel educativo se situó en los niveles insuficiente y elemental (SEP, 2011d).

Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (EXCALE). Esta prueba se aplica a una muestra de alumnos rotando grados y asignatura cada año. En su aplicación más reciente en matemáticas de secundaria (tercer grado, en 2008) se obtuvo que para la mayoría de los reactivos, el porcentaje de respuestas correctas fue inferior al 50%. (INEE, 2011).

Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA). El estudio PISA, que evalúa el desarrollo de competencias para la vida en los estudiantes escolarizados de 15 años de edad (independientemente del grado escolar en el que se encuentren), y se aplica cada tres años a una muestra de estudiantes de distintos países (la mayoría pertenecientes a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico –OCDE–), mostró en su última aplicación (2009) que el porcentaje de alumnos mexicanos que se sitúan en los niveles bajos –inferiores al nivel 2 de competencia en matemáticas– es superior al 50% (Véase INEE, 2010, p. 104). El nivel 2 (de un total de 6) de competencia en matemáticas es considerado por la OCDE como el nivel mínimo que permite desempeñarse en la sociedad contemporánea.

Evaluación Estatal del Desempeño Escolar en Primaria y Secundaria. En el Estado de Sonora se aplica, además de las anteriores, una evaluación instrumentada por el Instituto de Innovación y Evaluación Educativa del Estado de Sonora (IIEEES) dirigida

a todos los alumnos de todas las escuelas del Estado: la Evaluación Estatal del Desempeño Escolar en Primaria y Secundaria. La aplicación en 2010 mostró que los alumnos de secundaria responden correctamente en general sólo uno de cada 3 reactivos de matemáticas. El porcentaje de respuestas correctas de los alumnos de primer grado de secundaria fue 39.5% en promedio. Los alumnos de segundo de secundaria, en promedio, obtuvieron la respuesta correcta solamente en el 37.6% de los reactivos. En 2011 la prueba se aplicó a todos los alumnos de segundo de secundaria de todas las escuelas del Estado, y en sus resultados se vio que la mayoría de los reactivos de matemáticas fueron contestados correctamente por menos del 40% de los alumnos (IIIEES, 2011, p. 25-33).

Estos resultados son desalentadores y conducen a plantearse diversos cuestionamientos, pero consideramos importante aclarar que las pruebas mencionadas tienen algunas críticas, tanto en la congruencia de su diseño como en su validez y confiabilidad para medir las habilidades matemáticas de los estudiantes. Por esta razón tomamos con ciertas reservas estas pruebas y no podemos atribuir directamente al profesor los resultados que obtienen los alumnos en ellas. Pero tampoco se pueden ignorar, pues al profesor se le exige cada vez más que tome en cuenta estas evaluaciones, incluso como factor a considerar en su práctica docente diaria.

Los resultados de estas evaluaciones es un factor que ha influido de manera muy importante en los cambios que se han venido promoviendo en la educación básica: las reformas curriculares, los cambios en infraestructura, la preocupación por poner atención en las prácticas docentes y el interés por la creación de diferentes programas de formación y actualización para el profesorado. Nosotros hemos centrado este trabajo de investigación en este último aspecto.

La preocupación por las prácticas docentes se advierte de forma notoria en los Programas 2006 y 2011 para las matemáticas de Secundaria. En ellos se explicita el papel del profesor como guía fundamental para crear los ambientes de aprendizaje que promueve el plan de estudios. Para ello, proponen a los docentes estrategias diversas, sugerencias de planes de clase y de secuencias didácticas que pueden ser útiles para crear dichos ambientes de aprendizaje.

Explicaremos ahora otro factor que también ha conducido a enfocar de manera particular la actividad docente; y que ha sido objeto de estudio de diversos trabajos de investigación en didáctica de las matemáticas: la problemática de cómo los profesores llevan al aula los cambios y planteamientos promovidos por las propuestas curriculares.

b) La falta de implementación en el aula del enfoque didáctico planteado en las propuestas curriculares. Algunas experiencias de investigación.

Como ya hemos mencionado con anterioridad, el enfoque de los planes y programas actuales, en el que se pretende que el alumno desarrolle competencias a través de la

resolución de situaciones-problema significativas y adecuadas, asigna al profesor un papel clave; como guía o facilitador del aprendizaje se le asigna la labor de diseñar o adecuar actividades didácticas, planear e implementar ambientes de aprendizaje ricos que permitan al alumno desarrollar sus habilidades y avanzar a niveles de competencia cada vez más complejos.

Pero diversos estudios han dado cuenta de que, frecuentemente, el enfoque y metodología propuestos por las reformas de los diferentes niveles educativos, no son incorporados por los profesores en su práctica docente en el aula. Esta no es una situación nueva, sino que ya se ha presentado en reformas curriculares anteriores, como veremos en los resultados de los trabajos de investigación a los que haremos referencia a continuación.

Como una referencia tenemos el trabajo de Alicia Ávila (2001). La autora estudió las características de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria en dos periodos distintos, uno de la época en que los programas de enseñanza vigentes correspondían a la llamada “matemática moderna” (1972-1993) y otro que corresponde al enfoque de promover el aprendizaje a través de la resolución de problemas (1993 hasta la fecha de la investigación, 2001), fijándose en las modificaciones y permanencias debidas a la introducción de las reformas educativas.

Una de las conclusiones principales del trabajo fue: “las reformas han aportado algunos elementos que hoy forman parte de la cultura matemática escolar, pero no han logrado alterar ciertas formas de enseñanza ni creencias de los profesores” (Ávila, 2001, s/n).

El trabajo de Ávila es también un estudio sobre prácticas docentes, pero difiere con nuestra investigación en varios aspectos: el nivel educativo en el que se llevó a cabo la investigación, y el propósito central del trabajo, que en el caso nuestro se centra en analizar las prácticas docentes de profesores que han cursado el programa de formación que hemos mencionado, mientras que el trabajo de Ávila estudia los cambios y permanencias en las prácticas docentes debidas a la introducción de las reformas.

Otro trabajo que tomamos como referencia es la investigación de Mena (2005) sobre la enseñanza del álgebra en secundaria, en el que estudió la manera en que profesores de matemáticas de este nivel educativo interpretaban la propuesta curricular entonces vigente (plan de estudios de 1993) y cómo llevaban sus planteamientos al aula. La autora encontró evidencias de que, aun después de más de 10 años de haber entrado en vigencia el Plan de Estudios de 1993, los profesores no le daban concreción en el aula al enfoque y metodología de enseñanza y aprendizaje propuestos:

Tenemos en México una propuesta curricular potente para la enseñanza del álgebra en secundaria...y se podría dar por sentado que los profesores, desarrollándose profesionalmente, entenderían los cambios que se les proponen y tratarían de

involucrarse en ellos, valorando su significación y dándose a la tarea de compenetrarse en esta modalidad de enseñanza del álgebra... Pero a pesar de que se han visto impulsados distintos proyectos para dar a los profesores oportunidades de superación profesional, ...durante diez años de esfuerzos continuados en la dirección de que los profesores hagan efectiva la orientación señalada, tenemos indicadores de nuestra localidad de que las cosas no andan del todo bien: ...en sondeos aleatorios hechos en diversas secundarias y en diferentes años, los textos sugeridos por la SEP y por la Secretaría de Educación y Cultura (SEC) que mejor concretan la propuesta curricular, no son del todo aceptados o no son utilizados en forma adecuada por los profesores; la organización en equipos para desarrollar el trabajo en el aula y la metodología de resolución de problemas no las implementan, o en su caso, si se llevan a cabo, las desvirtúan (Mena, 2005, p. 8).

Por otro lado, la autora menciona que las evaluaciones nacionales realizadas a profesores de educación básica en el área de matemáticas han arrojado resultados muy poco exitosos:

De acuerdo a los Informes de la Dirección General de Evaluación de Sonora (1998-2004), los resultados obtenidos por los profesores del estado de Sonora que han presentado el examen “La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Secundaria” en donde se evalúa el dominio tanto de la disciplina como el de su enfoque pedagógico... los porcentajes de reprobación son mayores que los de aprobación (Mena, 2005, p. 8).

Mena afirma en las reflexiones finales de su trabajo que un cambio tan significativo en el sistema educativo requiere un trabajo profundo en diversos ámbitos, y menciona la dificultad de que el profesor implemente cambios en el aula cuando él considera que las estrategias con las que ha venido trabajando han resultado exitosas:

Un cambio tan significativo en el sistema educativo requiere un cambio integral del profesor, pues para interpretar bien los cambios en los planes y programas, necesita tiempo para construir su propio entendimiento de los cambios, trabajar sobre sus esquemas cognitivos producto de experiencias anteriores exitosas que no le dejan tomar decisiones sobre cómo responder a las sugerencias de la reforma (Mena, 2005, p. 75).

Las diferencias de nuestra investigación con la de Mena radican en que estudiamos las prácticas de profesores que han cursado el programa de formación descrito, que son profesores a quienes les ha tocado hacer frente a un cambio muy reciente en el plan de estudios y que se han visto obligados a seguir, en el mismo ciclo escolar, dos planes distintos. Por otro lado, los contenidos analizados por Mena corresponden a temas de álgebra del Programa de 1993, mientras que nuestra investigación se enfoca en analizar contenidos de “*Proporcionalidad y Funciones*” del Plan de Estudios de Educación Básica 2011, que aunque incluyen temas de Pensamiento Algebraico, están incluidos en el eje *Manejo de la información*.

Otra referencia para nuestra investigación es Ibarra (2008), cuyo trabajo reporta una investigación sobre la transposición didáctica que experimenta un conocimiento algebraico desde que es incluido en una propuesta curricular para las carreras de ingeniería, hasta que es llevado por los profesores al aula.

La autora hace la caracterización del significado institucional de referencia, el pretendido y el implementado por algunos profesores de nivel universitario para el caso de los sistemas de ecuaciones lineales; poniendo en evidencia cómo cada uno de los docentes asume una postura de acuerdo a su propia versión del significado institucional pretendido y que es influida tanto por las circunstancias que se presentan durante el proceso de estudio, como por sus propias concepciones y creencias. De esta manera, expone los diferentes caminos que puede tomar un proceso de estudio que ha sido planeado “teóricamente” bajo las mismas consideraciones.

De acuerdo a la autora, el mayor reto, el que “va más allá del diseño de una estrategia de formación” es su implementación; y sostiene que “la clave está en el diseño de los procesos de formación, capacitación y actualización de profesores” (Ibarra, p. 245).

Las tres investigaciones que hemos descrito brevemente en este capítulo, nos han aportado elementos para conocer la manera en que profesores de diferentes instituciones han llevado al aula los planteamientos de distintas propuestas curriculares para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en distintos niveles educativos. Las principales diferencias con nuestro trabajo son los contenidos matemáticos estudiados, el nivel educativo, el abordaje que se le dio a cada investigación y el hecho de que para nuestro trabajo hemos elegido como sujetos de estudio a profesores que han cursado un programa de formación centrado en la reflexión sobre la práctica.

Las investigaciones mencionadas muestran entonces que existe una ausencia frecuente de la implementación en el aula de los planteamientos del enfoque y la metodología de enseñanza de las matemáticas presentes en los planes y programas de estudio, aunque éstos propongan a los docentes diversas estrategias y sugerencias de secuencias didácticas para llevar a cabo.

Los resultados de investigación ponen entonces en evidencia que la modificación de las prácticas es un problema complejo. Los cambios propuestos por las reformas curriculares difícilmente podrán verse incorporados en las aulas si no se diseñan e implementan programas de formación que se dirijan a orientar y sensibilizar a los profesores en la dirección de esos cambios. En este sentido, se han realizado desde hace varios años diversos esfuerzos en torno a la formación y actualización de profesores; y actualmente es una preocupación importante en Matemática Educativa el cómo diseñar programas de formación que realmente influyan en la naturaleza y calidad de la práctica docente.

I.5 El énfasis en los programas de formación y actualización para el profesorado

Debido a las problemáticas mencionadas, se ha puesto atención desde hace varios años en la necesidad de estudiar las características de las prácticas docentes, de conocer los factores que influyen en ellas, de buscar la manera de incidir para fomentar cambios en algunas prácticas que, aunque no han resultado eficaces para lograr el aprendizaje de matemáticas de los alumnos (con relación al enfoque de aprendizaje que promueven los planes y programas actuales), siguen siendo muy utilizadas por los profesores.

En la Reforma de Secundaria 2006 se planteó la necesidad de modificar las prácticas docentes con el objeto de que el enfoque de la propuesta se implemente efectivamente en las aulas. Con esa finalidad, en los acuerdos oficiales que surgieron con la Reforma, se enfatizó la necesidad de desarrollar programas de formación, capacitación y actualización para los docentes y directivos:

Se señala “la imperiosa necesidad de realizar en ella [la educación secundaria] cambios de fondo, tomando en cuenta las siguientes líneas de acción:

1. El desarrollo de un amplio programa de información, capacitación y asesoría técnico-pedagógica para docentes y directivos.
2. El funcionamiento efectivo de un Sistema Nacional de formación, capacitación, actualización y superación profesional a corto, mediano y largo plazos sobre los diversos temas que los maestros y directivos requieren para el desempeño de sus funciones.” (Diario oficial, 26 de mayo 2006).

De esta manera, se crearon nuevos talleres de formación y actualización para el profesorado. El *Primer Taller de Actualización sobre el Programa de Estudios 2006 Reforma de la Educación Secundaria* (SEP, 2006b) se centró en dar a conocer los planteamientos de la Reforma y el Plan de Estudios creado (las finalidades y el perfil de egreso de la educación básica, el por qué y para qué del estudio de las matemáticas en la educación secundaria, la estructura de los nuevos programas, la evaluación del desempeño de los alumnos, el desarrollo de competencias matemáticas, entre otros) y se enfatizó la necesidad de planificar el trabajo para mejorar la práctica docente.

Posteriormente a ese taller de actualización, se desarrolló un acuerdo entre instancias de gobierno y las instituciones de educación superior para recibir propuestas de formación y capacitación a maestros. Surgió entonces una serie de propuestas de cursos, talleres, diplomados y programas de maestría destinados a participar en la formación continua del profesorado. Con estas propuestas se conformó el *Catálogo Nacional de Formación Continua y Superación Profesional de Maestros de Educación Básica en Servicio*, cuya organización está a cargo de la Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio. De esta manera, varios programas de

distinta naturaleza han sido propuestos a los profesores por diversas instituciones a lo largo de estos años.

En el Plan de Estudios 2011 se vuelve a remarcar la necesidad de que los profesores hagan modificaciones en su práctica docente, para que los alumnos logren los aprendizajes establecidos en los programas de estudio.

Esta necesidad de modificación de las prácticas ha llevado a investigadores en matemática educativa a plantearse cuestionamientos sobre cómo diseñar programas de formación que realmente incidan sobre la calidad de la práctica docente. Si se pretende que los profesores desarrollen habilidades que les permitan conducir más eficazmente el proceso de aprendizaje de los alumnos, entonces ¿qué características deberían tener los programas de formación para que sean de utilidad para el mejoramiento efectivo de las prácticas de los profesores?

Este problema representa una preocupación actual entre quienes se dedican a la Didáctica de las Matemáticas. Según Hiebert, Morris y Glass (2003) citado en Godino, Font y Wilhelmi (2006, p. 1), hay una ausencia de efectos significativos de los programas de formación de profesores en la práctica docente, que puede explicarse, en parte, por “la falta de un conocimiento base ampliamente compartido sobre la enseñanza y la formación de profesores”.

Godino et al (2006, p. 1) afirman que el saber didáctico que progresivamente va produciendo la investigación en educación matemática, queda reflejado en diversas fuentes dispersas y heterogéneas (revistas, monografías de investigación, etc.), pero de manera más directa llega a través de los libros de texto escolares. Por tanto, el diseño y desarrollo de unidades didácticas deben tener en cuenta las experiencias e investigaciones previas realizadas.

Si se pretende que los profesores modifiquen sus prácticas docentes con el objetivo de conseguir que el aprendizaje de sus alumnos sea más significativo y efectivo, existe entonces la necesidad de que los saberes didácticos lleguen de manera más accesible a los profesores, tanto a través de los libros de texto escolares y de otros materiales didácticos, como a través de programas de formación efectivos, que contemplen herramientas de análisis de distinta naturaleza. No basta con hacer nuevos libros de texto, nuevos materiales didácticos y nuevos programas de formación, sino que es necesario pensar en la manera en que estas herramientas puedan incidir más directamente en el mejoramiento de las prácticas de los profesores.

El diseño de programas de formación que influyan sobre la naturaleza y calidad de la práctica de los profesores es, entonces, “un problema persistente en educación matemática” (Hiebert et al, 2003 en Godino et al, 2006, p. 1). De acuerdo a estos autores, la preparación de programas de formación puede ser más efectiva centrándola en ayudar a los profesores-estudiantes a que adquieran las herramientas que necesitarán

para aprender a enseñar, en lugar de “competencias acabadas sobre una enseñanza efectiva”.

Los autores sostienen que dentro de las herramientas necesarias deben incluirse los criterios para realizar análisis críticos de los textos escolares y materiales didácticos que utiliza el profesor y, más en general, la reflexión de los profesores sobre su propia práctica docente.

Consideramos importante introducir en la formación (inicial y continua) de profesores de matemáticas criterios para valorar la idoneidad de los procesos de estudio matemático, tanto si son basados en el uso de libros de texto, como si se trata de procesos apoyados en el uso de materiales y documentos de trabajo elaborados por el propio profesor (Godino et al, 2006, p. 2).

La reflexión sobre la propia práctica es “un requisito importante para la mejora efectiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje” (Schön, 1983 en Font, Planas y Godino, 2010, p. 2). Los autores plantean que dicha reflexión debe ser sistemática, teniendo en cuenta las diversas facetas implicadas y tipos de conocimientos requeridos: un conocimiento profundo tanto del contenido como de los estudiantes y de las interacciones en el aula, entre otros.

I.6 Planteamiento del problema, preguntas de investigación y objetivos

Se ha planteado ya la necesidad de modificar las prácticas docentes respecto a la enseñanza de las matemáticas de secundaria. Se ha visto también que esto es un proceso complejo, y que una de las preocupaciones importantes actualmente en Didáctica de las Matemáticas es el diseño de programas de formación efectivos para el mejoramiento de dichas prácticas.

En este trabajo de investigación nos interesamos en estudiar las prácticas docentes de profesores de matemáticas de secundaria que han cursado previamente un programa de formación específico, el Diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria”, que se impartió a profesores de matemáticas de secundarias públicas del Estado de Sonora. Este programa de formación está dirigido a la reflexión sobre la práctica, en congruencia con la postura propuesta por Godino y colaboradores (Godino et al, 2006; Font et al, 2010, pp. 1-2).

Hemos mencionado que el enfoque de las propuestas curriculares frecuentemente no se implementa en las aulas, aun después de años y décadas de su entrada en vigor; y que, de acuerdo a resultados de investigaciones, las reformas recientes no han logrado alterar ciertas formas de enseñanza ni creencias de los profesores. Así, estamos conscientes de que los cambios que se proponen en cuanto al enfoque educativo de las matemáticas de secundaria, pueden tardar mucho tiempo en verse reflejados en el aula;

y que la modificación de las prácticas es un proceso complicado en el que intervienen factores de naturaleza muy diversa.

Lo que nos interesa es obtener información cualitativa sobre la manera en que los docentes interpretan los planteamientos que han tratado de promoverse en un programa de formación enfocado a promover reflexiones sobre aspectos significativos de las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; y nos interesa estudiar si los profesores incorporan ya concretamente en el aula los aspectos que se han promovido en dicho programa de formación, y describir la manera en que lo hacen.

Dadas las características del programa de formación en cuestión, consideramos que la información obtenida a través de la observación en aula de la eventual incorporación en sus prácticas de elementos del diplomado por parte de los docentes, puede resultar una aportación de utilidad para contribuir al mejoramiento de los programas de formación. Asimismo, la identificación de elementos del diplomado que no estén siendo incorporados por los profesores -ni al nivel de discurso ni en acciones concretas en el aula-, puede resultar también de utilidad para prever potenciales mejoras.

I.6.1 Sobre el Diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria”.

El Diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria” dirigido a profesores del Estado de Sonora, se enmarca dentro del Programa de Transformación Educativa que anunció su puesta en marcha a principios de 2011, con énfasis en la problemática del aprendizaje de las matemáticas de los alumnos de educación básica. El Diplomado está destinado a atender la problemática de formación de profesores de matemáticas de secundaria, “con la plena conciencia de que tener mejores profesores, aunque no es suficiente, es un paso importante en las expectativas de elevar el desempeño escolar de los niños y jóvenes estudiantes” (Ibarra et al, 2011, p. 1). El programa tiene como objetivo general: “*Apoyar al personal docente de la escuela secundaria en la comprensión y desarrollo de las competencias profesionales que lo hagan más eficaz para conducir el proceso de aprendizaje de las matemáticas de sus alumnos*” (Ibarra et al, 2011, p. 2).

Para el logro de este objetivo se pretende que el profesor:

- Viva procesos de estudio de situaciones problema similares a las que viven sus alumnos,
- Analice las competencias generales y disciplinares que se pueden promover en la resolución de los problemas asociados a tales situaciones,

- Identifique las potencialidades de diversas situaciones para integrar los conocimientos de los tres ejes básicos de la formación matemática en la educación básica, y
- Reflexione sobre las actividades didácticas que él debe, a su vez, llevar a cabo para conducir eficiente y eficazmente los procesos de aprendizaje de sus alumnos.

Los objetivos específicos que se pretenden alcanzar son los siguientes:

Que los docentes:

- Desarrollen habilidades intelectuales para la formulación, análisis y resolución de problemas en diversas situaciones en las que la matemática es útil.
- Desarrollen habilidades para la expresión oral y escrita, particularmente de ideas matemáticas.
- Profundicen en la comprensión de los objetivos, las orientaciones didácticas y los contenidos disciplinares de la matemática de la educación básica, en especial los de la escuela secundaria.
- Logren articular los contenidos matemáticos de la escuela primaria con los de la escuela secundaria y desarrollen habilidades y competencias para manejar con fluidez los contenidos matemáticos de sus cursos.
- Desarrollen competencias para diseñar situaciones-problema o variantes de las que se trabajan en los libros de texto, con el propósito de poner en práctica estrategias y actividades didácticas de conformidad con los intereses y modos de aprendizaje de sus alumnos, así como las características sociales, económicas y culturales de su entorno.
- Desarrollen competencias para emplear, consciente y convenientemente los recursos tecnológicos de la información y la comunicación en el diseño de actividades de aprendizaje de sus alumnos.
- Desarrollen habilidades para conducir el proceso de aprendizaje de las matemáticas de sus alumnos, generando ambientes de confianza, autoestima, respeto hacia los demás y hacia el medio ambiente, disciplina, creatividad, curiosidad y gusto por el estudio de las matemáticas.
- Desarrollen conciencia no sólo de la importancia del trabajo en equipo de sus alumnos, sino también de los profesores en su escuela y en su comunidad y asuman una actitud responsable de colaboración y cooperación con sus compañeros de trabajo. (Ibarra et al, 2011, p. 2).

El Diplomado consta de tres módulos de 50 horas cada uno, que se describen a continuación:

1) *Evaluaciones del aprendizaje de las matemáticas y su relación con la práctica docente*; en el que se realizan análisis de los principales instrumentos de evaluación regionales, nacionales e internacionales que se aplican a los estudiantes, con la finalidad de “dar soporte para la reflexión y discusión de diversos aspectos tanto de carácter disciplinario como didáctico” (Ibarra et al, 2011, p. 3). Se analizan las características de los exámenes, y se reflexiona sobre los principales procesos de evaluación.

2) *Los planes de clase y otros materiales de apoyo para la actividad docente*; que tiene el propósito de discutir las estrategias de enseñanza para el impulso de los objetivos de aprendizaje de los alumnos. Se promueve el análisis y discusión de las prácticas de enseñanza “no sólo desde un punto de vista teórico sino a partir de elementos de carácter eminentemente prácticos” (Ibarra et al, 2011, p. 3). Se revisan algunos planes de clase (incluyendo ejemplares de los tres grados de secundaria) y se hace un análisis tomando en cuenta los siguientes aspectos: ubicar el nivel de conocimiento de los planes de clase, de los textos de matemáticas que han sido aprobados oficialmente y de los materiales didácticos que se sugiere usar en los planes de clase, como manipulables, calculadoras y computadoras.

3) *Actividades e integración del conocimiento*; en el que se revisan algunas propuestas de situaciones problema, con el fin de enriquecer las reflexiones previas y contribuir a elevar el nivel de los participantes en el dominio de algunos contenidos matemáticos de secundaria, así como de su conocimiento y desarrollo de habilidades para la implementación de las estrategias didácticas propuestas en los planes y programas de estudio.

Las situaciones propuestas deberán permitir a los participantes, entre otros aspectos, reflexionar sobre las posibilidades de usar diversos procesos o elementos de nuestra vida cotidiana en las clases de matemáticas, de plantear situaciones que involucren la necesidad de integrar contenidos matemáticos de los tres ejes de las matemáticas de la escuela secundaria y, adicionalmente, de temas que son también objeto de análisis en otros cursos o asignaturas (Ibarra et al, 2011, p. 4).

Respecto a la metodología de trabajo en el Diplomado, en los tres módulos se llevan a cabo actividades de análisis por etapas o momentos, en las que se propone la realización de alguna tarea o responder algunas preguntas con el propósito de propiciar la reflexión a través de la cual se construyan los conocimientos y se desarrollen las habilidades y actitudes que se pretenden alcanzar con la actividad en particular y con el módulo y el diplomado en general. El trabajo durante las sesiones presenciales del diplomado se desarrolla a veces de manera individual, a veces por equipos y a veces grupal.

Un aspecto clave de este diplomado es que incluye un proyecto de acompañamiento a los docentes, que tiene el propósito de dar seguimiento a las reflexiones que hayan

surgido o que eventualmente se originen entre grupos de profesores en etapas posteriores al Diplomado.

El enfoque y la metodología de trabajo de este Diplomado concuerdan con las reflexiones realizadas por Godino et al (2006, p. 1-2), respecto a la importancia que tiene para los programas de formación de profesores el proporcionar herramientas a los maestros para que éstos logren realizar un análisis crítico de su propia práctica docente y de los textos escolares y materiales didácticos en cuanto a la evaluación de su pertinencia, idoneidad y adecuación.

Así, tomando como punto de partida este diplomado, nuestro trabajo de investigación consistirá en recabar y analizar información cualitativa sobre los elementos del Diplomado (en cuanto al enfoque y la metodología) que eventualmente sean incorporados por los profesores en su práctica docente. Consideramos que el conocer mejor los planteamientos de un programa de formación, centrado en la reflexión sobre las prácticas, que los profesores incorporen en su trabajo, puede desprender aspectos de interés y utilidad en el ámbito de la formación de profesores.

I.6.2 La pregunta de investigación

Nos interesa entonces conocer: ¿cuáles son las prácticas de los profesores de matemáticas de secundaria que han cursado el diplomado? ¿Qué aspectos de este programa de formación son incorporados por los docentes a nivel declarativo? ¿Cuáles son incorporados concretamente en su quehacer docente en el aula?

Enunciamos nuestra pregunta de investigación de la siguiente manera:

¿Cuáles son los sistemas de prácticas docentes de profesores de matemáticas de secundaria, después de que han cursado el Diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria”?

La noción de práctica es un concepto amplio. La realización de una práctica es un proceso complejo en el que intervienen elementos de distinta naturaleza, entre los que se incluyen fines, intenciones, valores, creencias, concepciones. Por ejemplo, algo que permea fuertemente las prácticas de enseñanza de las matemáticas, es la concepción que tienen los profesores sobre la propia matemática.

En este trabajo nos enfocaremos en estudiar algunos aspectos centrales de las prácticas de enseñanza de las matemáticas que tienen algunos profesores que han cursado el programa de formación referido. Para responder a nuestra pregunta de investigación, se realizará una exploración acerca de la manera en que los profesores interpretan los planteamientos del diplomado y se estudiará cómo incorporan

concretamente en el aula elementos del enfoque y la metodología promovidos en él. Así, desglosamos nuestra pregunta de investigación en las siguientes dos interrogantes:

- ¿Cómo interpretan los profesores de matemáticas de secundaria el enfoque y la metodología promovidos por el Diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria”?

Con lo cual pretendemos identificar lo que aparece al respecto en el discurso de los profesores; es decir, nos estamos enfocando en el nivel declarativo.

- ¿Cómo llevan al aula los profesores de matemáticas de secundaria el enfoque y la metodología promovidos por el Diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria”?

Pregunta que aborda, por su parte, las acciones concretas que lleva a cabo el profesor en su salón de clase.

Enunciamos entonces como **Objetivo General** de nuestro trabajo, el siguiente:

Analizar y describir aspectos centrales de las prácticas de enseñanza de las matemáticas de profesores que han cursado el diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria”.

Para analizar la información que permita responder a las interrogantes planteadas, y poder interpretarla, haremos uso de herramientas teóricas que nos permitan estudiar los aspectos de las prácticas docentes en los que nos enfocaremos. El marco teórico que respalda nuestra investigación es el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2009). Planteamos entonces los objetivos específicos de nuestro trabajo en términos de dichas nociones teóricas, que se explicarán con más detalle en el capítulo dedicado a las consideraciones teórico-metodológicas.

Declaramos los siguientes **Objetivos Específicos**:

- Identificar los *objetos matemáticos primarios* (situaciones problema, lenguaje, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentaciones) que promueve el profesor en su práctica docente.
- Explicar las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas de los profesores, y las relaciones que se establecen entre ellos. En el Enfoque Ontosemiótico estas redes se conocen como *configuración epistémica*.
- Describir la *trayectoria epistémica* que tiene lugar en el aula.

- Describir las acciones sucesivas que va realizando el profesor en el aula. Esto se conoce en el EOS como *trayectoria docente*.

I.7 Los contenidos matemáticos estudiados: Proporcionalidad y relaciones funcionales.

Los contenidos matemáticos abordados en el aula durante el periodo en que se realizó la observación, se ubican en los apartados “Proporcionalidad y funciones” y “Análisis y representación de datos” de los Bloques III y IV del Programa de Matemáticas de Segundo Grado de Secundaria del Plan de estudios para la Educación Básica 2011. En este trabajo nos enfocamos en analizar los de “Proporcionalidad y funciones”, aunque también hacemos algunas referencias a prácticas observadas durante el periodo en que se trató el apartado de “Análisis y representación de datos”.

El eje temático en el que se ubican los contenidos es Manejo de la información. En el Bloque III, la propuesta curricular establece que en el apartado “Proporcionalidad y funciones” deben abordarse los siguientes contenidos: “Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación”. Para el Bloque IV, se propone “Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano” y “Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$ ” (SEP, 2011c, p. 40-41).

El periodo de observación en aula inició cuando los profesores abordaron el contenido de “Proporcionalidad y funciones” del Bloque III.

CAPÍTULO II. CONSIDERACIONES TEÓRICAS Y METODOLÓGICAS

II.1 El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática

El trabajo de investigación que reportamos se sustenta en el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). Este enfoque teórico y de investigación en Matemática Educativa desarrollado por Juan D. Godino y colaboradores, ha venido creciendo como un marco teórico que aspira a ser integrador, teniendo como una de sus preocupaciones centrales la articulación de las diferentes facetas y dimensiones implicadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El EOS toma en consideración el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas (socialmente compartida), lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado. Al ser un enfoque ontológico y semiótico, asigna un papel central a los tipos de *objetos matemáticos* y su naturaleza, al lenguaje y a los procesos de comunicación e interpretación.

Un objeto matemático es todo lo que es indicado, señalado o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemáticas. No son sólo los conceptos, sino cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos o de la cual hablamos –sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo- que interviene de alguna manera en la actividad matemática (Ibarra, 2008, p. 62).

Otro elemento básico de las construcciones teóricas del EOS es la noción de práctica, pues es de los sistemas de prácticas de donde emergen los objetos matemáticos. La práctica matemática se refiere a “toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas”. (Godino, Batanero y Font, 2009, p. 4).

El sistema de prácticas operativas y discursivas que realiza una persona para resolver un determinado campo de problemas (del cual emerge el objeto matemático en cuestión), constituye su significado personal de dicho objeto matemático. Si el sistema de prácticas es realizado por una institución (conjunto de personas involucradas en una misma clase de situaciones-problemas), este constituirá el significado institucional del objeto en cuestión.

El aprendizaje de matemáticas supone el acoplamiento progresivo entre los significados personales e institucionales. La enseñanza implica la participación del estudiante en la comunidad de prácticas que da soporte a los significados

institucionales; y el aprendizaje, en última instancia, supone la apropiación por el estudiante de dichos significados (Godino et al, 2009, p. 6).

Así, el EOS atribuye un papel central a la práctica matemática en su versión institucional, esto es, “relativa a juegos de lenguaje y formas de vida” (Godino et al, 2009). La noción de juego de lenguaje ocupa un lugar importante, al considerarla, junto con la noción de institución, como “los elementos contextuales que relativizan los significados de los objetos matemáticos y atribuyen a éstos una naturaleza funcional” (Godino et al, 2009, p. 20).

Para la realización de una práctica matemática (en torno a la resolución de una determinada situación-problema) y para la interpretación de sus resultados como satisfactorios, se necesita poner en funcionamiento determinados conocimientos. Dentro de estos conocimientos, se observa el uso de lenguajes, verbales y simbólicos. Estos lenguajes son la parte ostensiva (perceptible por alguno de los sentidos) de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones simples que componen la práctica, y ella, en tanto que acción compuesta, son satisfactorias. Entonces, cuando un agente realiza y evalúa una práctica matemática, activa un conglomerado formado por los seis tipos de objetos anteriores: situaciones–problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, los cuales componen la tipología de objetos matemáticos primarios propuesta por el Enfoque Ontosemiótico:

- *Elementos lingüísticos.* Son todos aquellos términos, expresiones, notaciones, gráficos, en sus diversos registros (escrito, oral, gráfico, gestual, etc)
- *Situaciones – problemas.* Son los problemas, ejercicios, aplicaciones extra-matemáticas, etc.
- *Conceptos- definición.* Lo que se introduce mediante una definición, descripción o mediante una o varias de sus propiedades. Por ejemplo, recta, punto, función, sistema de ecuaciones, etc.
- *Proposiciones.* Son los enunciados sobre conceptos, puede ser la enunciación de un atributo o alguna propiedad.
- *Procedimientos.* Estos incluyen las operaciones, los algoritmos, las técnicas de cálculo, etc.
- *Argumentos.* Enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos.

Los seis tipos de objetos primarios están relacionados entre sí: las situaciones–problemas son el origen o razón de ser de la actividad matemática; el lenguaje permite describir a las situaciones-problema, representar a los conceptos, proposiciones y argumentos, y sirve de instrumento para la acción; mediante los argumentos podemos justificar y validar los procedimientos y las propiedades; las propiedades relacionan conceptos; los procedimientos involucran propiedades, etc.

Los objetos se relacionan entre sí formando configuraciones, definidas como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas, y las relaciones que se establecen entre ellos.

Entonces, en el EOS, la actividad matemática ocupa el lugar central y se modeliza en términos de sistema de prácticas operativas y discursivas. De estas prácticas emergen los distintos tipos de objetos matemáticos primarios, que están relacionados entre sí formando configuraciones.

La identificación de los objetos primarios y de las redes presentes en las configuraciones, serán herramientas clave para realizar el análisis de la investigación que se reporta en este trabajo.

Las nociones teóricas explicadas hasta aquí, son herramientas básicas del modelo propuesto por el Enfoque Ontosemiótico para explicar las distintas componentes que intervienen en la cognición matemática. Pero este enfoque teórico propone, a su vez, que el modelo para explicar la cognición puede ser aplicado también a los problemas de su didáctica.

Se habla entonces ya no solo de problemas, objetos, prácticas y procesos matemáticos, sino también de problemas, objetos y prácticas didácticas. Cuando se abordan problemas didácticos, las acciones (prácticas didácticas) que se ponen en juego, y los objetos emergentes de tales sistemas de prácticas (objetos didácticos) serán diferentes respecto del caso de la solución de problemas matemáticos.

Para el análisis de los procesos instruccionales el EOS introduce las nociones de configuración y trayectoria didáctica. De acuerdo a esta perspectiva teórica, la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático se modeliza como “un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales” (Godino et al, 2009, p. 12).

Se propone como unidad primaria de análisis didáctico la configuración didáctica, constituida por las interacciones profesor-alumno en relación a un objeto o contenido matemático, usando unos recursos materiales específicos. El proceso de instrucción sobre un contenido matemático se desarrolla en un tiempo dado mediante una secuencia de configuraciones didácticas.

Una configuración didáctica lleva asociada una configuración epistémica, es decir, una tarea, los procedimientos requeridos para su solución, lenguajes, conceptos, proposiciones y argumentaciones, que pueden estar a cargo del profesor, de los estudiantes o distribuidas entre ambos.

Una configuración epistémica tiene asociada, a su vez, una configuración instruccional, constituida por la red de objetos docentes, discentes y mediacionales puestos en juego a propósito del problema o tarea matemática abordada.

Las distintas configuraciones didácticas, epistémicas e instruccionales que se presentan a lo largo de un proceso de instrucción, conforman, respectivamente, las trayectorias didáctica, epistémica e instruccional.

En nuestro trabajo de investigación, nos enfocaremos a estudiar las componentes epistémica y docente de las trayectorias didácticas.

La relación entre las distintas configuraciones y trayectorias se puede ver en el siguiente esquema (Godino et al, 2009, p. 13).

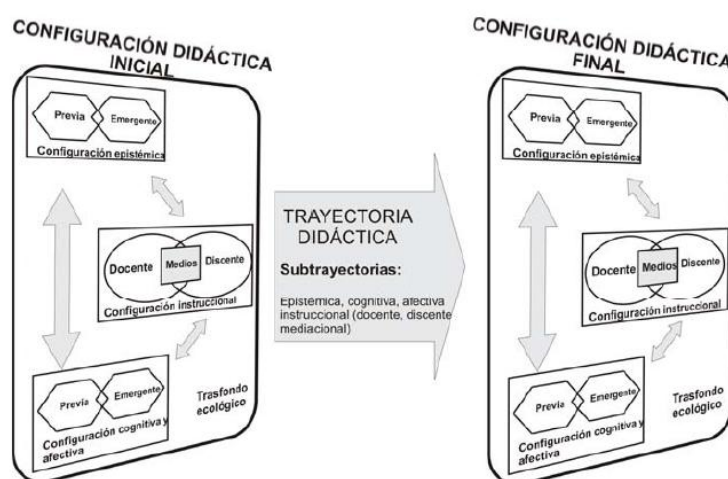


Figura 1: Configuraciones y trayectorias didácticas (Godino et al, 2009)

Para el análisis de los procesos de instrucción, el EOS propone cinco niveles de análisis didáctico. Los tres primeros –que son en los que nos basaremos para sustentar nuestra investigación- se mencionan a continuación (Godino et al, 2009, p. 12):

- 1) Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas;
- 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos;
- 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas;

Respecto al nivel 2, en este trabajo sólo trabajaremos los objetos; no describiremos los procesos matemáticos. Respecto al nivel 3, nos enfocaremos en las componentes epistémica y docente de las trayectorias didácticas.

Los niveles de análisis didáctico van siendo más específicos con respecto a los niveles anteriores. Así, el nivel uno plantea un análisis “grosso” de los sistemas de prácticas, mientras que el nivel tres, relacionado con las trayectorias, proporciona un análisis más detallado.

Las prácticas a las que se refiere el primer nivel de análisis ya no son únicamente las prácticas matemáticas, sino que se enfoca ahora también a las prácticas didácticas, que son el tema de estudio en nuestra investigación.

Los planteamientos del EOS implican hacer la diferenciación entre prácticas matemáticas y prácticas didácticas. En nuestro trabajo, nos referimos a prácticas docentes como las prácticas de enseñanza del profesor, que son las prácticas didácticas a las que se refiere el EOS. No analizaremos en nuestro trabajo las prácticas matemáticas del profesor, aunque éstas influyen también en sus prácticas de enseñanza.

En el EOS se aclara que “la realización de una práctica [matemática o didáctica] es algo complejo que moviliza diferentes elementos, a saber, un agente (institución o persona) que realiza la práctica, un medio en el que dicha práctica se realiza (en este medio puede haber otros agentes, objetos, etc.)” y “puesto que el agente realiza una secuencia de acciones orientadas a la resolución de un tipo de situaciones problemas, es necesario considerar también, entre otros aspectos, fines, intenciones, valores, objetos y procesos matemáticos” (Godino et al, 2009, p. 17).

Complementariamente a los niveles de análisis didáctico para los procesos de instrucción matemática propuestos por Godino et al (2009, p. 21), Godino (2009, p. 22) propone cuatro niveles de análisis para el estudio del conocimiento (matemático y didáctico) del profesor. De esta clasificación, utilizaremos en nuestra investigación algunos de los planteamientos de los dos primeros niveles, los cuales se explican a continuación:

1) Prácticas matemáticas y didácticas. Es la descripción de las acciones realizadas para resolver las tareas matemáticas propuestas para contextualizar los contenidos y promover el aprendizaje. Proporciona una descripción de las líneas generales de actuación del docente y de los estudiantes.

2) Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos). Descripción de objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este nivel de análisis es describir la complejidad de objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas como factor explicativo de los conflictos que se producen en su realización y de la progresión del aprendizaje. (Godino, 2009, p. 21-22).

Los constructos teóricos propuestos por el EOS que hemos explicado aquí, serán utilizados en nuestra investigación para analizar las prácticas de enseñanza de las matemáticas de profesores de educación secundaria. Las herramientas que utilizaremos nos ayudarán a describir las trayectorias epistémica y docente que tienen lugar en el aula durante el proceso de estudio a analizar.

En cada caso, identificaremos las redes de objetos que intervienen y emergen de los sistemas de prácticas institucionales, esto es, cómo van apareciendo y relacionándose las seis entidades primarias que se mencionaron con anterioridad: situaciones-problema, lenguaje, procedimientos, conceptos, argumentos y proposiciones. Dichas redes son las que denominaremos configuraciones epistémicas. El conjunto de configuraciones epistémicas, secuenciadas en el tiempo didáctico, conforma la trayectoria epistémica.

Además de la trayectoria epistémica, la otra herramienta del EOS que será clave para sustentar nuestra investigación es la noción de trayectoria docente, entendida ésta como la secuencia de actividades que va efectuando el profesor durante un proceso de estudio. Un segmento de la trayectoria docente, referida al accionar del docente alrededor de una situación-problema, la denominamos configuración docente.

Son parte de la trayectoria docente las acciones que realiza el profesor tanto antes, como durante y después de conducir un proceso de estudio. Es decir, incluye desde el diseño o selección de los contenidos y significados a estudiar, las acciones que realiza en aula para crear un ambiente apropiado para abordar las situaciones propuestas, las actitudes que adopta, los recursos que utiliza para motivar e involucrar a los estudiantes en las actividades, las prácticas de dirección y control del proceso de estudio, la asignación de tiempos para realizar una tarea determinada, las orientaciones y estímulos que da a los estudiantes, la observación y la valoración del estado de aprendizaje en varios momentos a lo largo de la clase, la identificación y resolución de las dificultades de los alumnos, la fijación de definiciones, proposiciones, justificaciones, ejemplificaciones y recuerdo de conocimientos previos, hasta las funciones docentes referidas a la reflexión y análisis del desarrollo del proceso de estudio. Nosotros nos enfocaremos en analizar las acciones desarrolladas en el aula, en las que se refleja naturalmente las acciones previas de planificación.

Las nociones teóricas que hemos explicado hasta aquí, son las que utilizaremos en los capítulos subsecuentes con la intención de alcanzar los objetivos de esta investigación.

Dado que el Enfoque Ontosemiótico cuenta con las herramientas mencionadas (herramientas de análisis de los procesos de instrucción matemática -tanto a nivel descriptivo, como explicativo y valorativo-; herramientas de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas -con relación al contenido matemático y didáctico- ; además de elementos de análisis y factores a considerar dentro del ámbito de la formación de profesores –como los que hemos mencionado en la Problemática en el capítulo I-), ha resultado de gran utilidad para el estudio de nuestro problema de investigación.

II.2 Consideraciones metodológicas

II.2.1 Características de la investigación

La metodología de investigación que empleamos es de carácter cualitativo. Nuestro trabajo consiste en un estudio descriptivo de las prácticas docentes, cuya metodología se corresponde con el foco de atención de los estudios de corte cualitativo, como es enunciado en (Sandín, 2003 en Ibarra, 2008, p. 67): “[Realización de] *descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y comportamientos que son observables, incorporando la voz de los participantes, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones tal y como son expresados por ellos mismos*”.

Las acciones de investigación incluyeron:

- 1) Identificación de una problemática en el campo de la Matemática Educativa.
- 2) Planteamiento de la pregunta de investigación, los objetivos generales y específicos.
- 3) Revisión documental y bibliográfica sobre investigaciones relacionadas con nuestro tema, sobre resultados que dieron sustento a los elementos de justificación de nuestro trabajo y sobre perspectivas teóricas útiles para analizar los fenómenos de la Matemática Educativa.
- 4) Elección del marco teórico que da sustento a la investigación.
- 5) Selección de la estrategia de investigación.
- 6) Elaboración de los instrumentos, para lo cual nos basamos en los constructos teóricos del paradigma que seleccionamos.
- 7) Selección de los profesores a estudiar.
- 8) Realización del trabajo de campo en el que se recopiló la información.
- 9) Realización del análisis de la información obtenida y elaboración de conclusiones.

Para la identificación de la problemática, el planteamiento de la pregunta de investigación y los objetivos del trabajo, se tomó en cuenta –entre otros aspectos- que lo que concierne a las acciones de formación, capacitación y actualización de profesores es una problemática vigente en Matemática Educativa, y no existe actualmente un consenso sobre la dirección y las características que “deberían” tener dichas acciones.

Una vez identificada la problemática y establecida la pregunta de investigación, nos planteamos los objetivos, pero fueron replanteados después de la elección del marco teórico. Las razones de la elección del Enfoque Ontosemiótico como perspectiva teórica para sustentar el trabajo, las hemos enunciado en el capítulo correspondiente.

Con base en los constructos teóricos básicos del Enfoque Ontosemiótico que utilizamos en esta investigación, elaboramos los instrumentos de colección de información, que esencialmente fueron dos: un guión de entrevista y un formato de registro para observación en aula.

Las entrevistas fueron diseñadas con el objetivo de obtener información respecto de tres aspectos: el nivel de conocimiento que tienen los profesores sobre los planes y programas de estudio; los planteamientos presentes en los programas que los docentes reconocen en el Diplomado; y las concepciones personales sobre lo que es la matemática, su enseñanza y aprendizaje (Ver guión de entrevista en Anexo 1).

Para la elaboración de la guía de observación en aula se utilizaron varios elementos del Enfoque Ontosemiótico: la primera parte de la guía estuvo enfocada a la identificación de los objetos primarios –situaciones-problema, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos- que aparecen durante el proceso de estudio, al análisis de la articulación de estos objetos y la identificación de aquellos que más se privilegian. Esto nos permitió describir posteriormente la trayectoria epistémica que tuvo lugar en las sesiones observadas.

La segunda parte de la guía se centró en identificar las acciones del profesor en el aula, poniendo énfasis en los recursos que utiliza para conducir el proceso de estudio, en sus puntos de partida, en la manera en que promueve la aparición de los objetos matemáticos, en si responde a las intervenciones de los alumnos y cómo lo hace, en si las promueve y cómo lo hace. Estos elementos nos permitieron identificar y describir las configuraciones docentes y su articulación en trayectorias (Ver guía de observación en Anexo 1). Creemos importante resaltar que la guía de observación no fue exhaustiva, las preguntas que nos guiaron a la descripción y posterior análisis de las trayectorias implementadas por los profesores fueron el punto de partida para realizar el trabajo de colección de información, pero hubo varios aspectos que salieron a la luz en las observaciones y que no habían sido específicamente contempladas en la guía de observación.

Para la selección de los casos de estudio, se tomó en cuenta que los docentes hubieran tenido una participación satisfactoria en el Diplomado, que cursaron durante los meses de junio a octubre de 2011. La selección de los contenidos matemáticos se realizó bajo revisión previa de los planes y programas de estudio para las matemáticas de Secundaria. Nos interesaron particularmente los contenidos de los apartados “Proporcionalidad y funciones” y “Análisis y representación de datos” del Programa de Matemáticas de Segundo grado de Secundaria por ser temas a los que se les dio especial

énfasis en el Diplomado y que, de acuerdo a la bibliografía consultada, son contenidos cuya enseñanza y aprendizaje presentan dificultades importantes.

Se eligieron a dos profesores de segundo grado de una escuela secundaria pública de Hermosillo, Sonora. El número de sesiones observadas fue distinto para los dos casos, ya que los contenidos fueron desarrollados con distintos abordajes y en distintos tiempos.

El profesor A trató en clase los contenidos de “Proporcionalidad y funciones” del Bloque III en 5 sesiones, los de “Análisis y representación de datos” en 4, y los de “Proporcionalidad y funciones” del Bloque IV en 6 sesiones. El caso B abordó “Proporcionalidad y funciones” del Bloque III en 7 sesiones, “Análisis y representación de datos” de dicho Bloque en 4 sesiones, y “Proporcionalidad y funciones” del Bloque IV en 6.

De esta manera, las sesiones observadas para el caso A fueron 15, 9 en el Bloque III y 6 en el IV; para la profesora B fueron 17, de las cuales 11 fueron en el Bloque III y 6 en el IV. La duración de las sesiones fue “oficialmente” de 45 minutos, pero como se verá más adelante, la clase efectiva constaba únicamente de entre 27 y 35 minutos.

En este trabajo se reportan únicamente los resultados de observación de las sesiones correspondientes a “Proporcionalidad y funciones” del Bloque III. Sin embargo, las observaciones en torno al abordaje de los otros contenidos por parte de los profesores – y la extensión del periodo de observación, aproximadamente 4 meses- también nos resultó de gran utilidad para identificar y analizar los sistemas de prácticas.

La recopilación de información se obtuvo a partir de las entrevistas a los profesores y la observación no participante en sus aulas. En las entrevistas se utilizó una grabadora y en las sesiones de clase se empleó grabadora y cámara fotográfica para registrar lo escrito en el pizarrón. La información obtenida a partir de las entrevistas se comparó con los resultados de la observación en aula, para poder realizar el análisis tanto a nivel declarativo (lo que apareció en el discurso de los profesores), como en el de su concreción en el aula.

Las acciones metodológicas que acabamos de describir nos permitieron satisfacer los objetivos que nos planteamos en el trabajo: la descripción y el análisis de las trayectorias epistémicas y docentes que tienen lugar en el aula.

Como veremos más adelante -en el capítulo IV-, no siempre se corresponden las trayectorias epistémicas y las docentes debido a que el profesor toma decisiones en función de las variables que se presentan durante el proceso de estudio con su grupo de alumnos.

II.2.2 El contexto de investigación

II.2.2.1 La escuela. Sus características

La escuela en la que se realizó la observación es una secundaria técnica ubicada al norponiente de la ciudad de Hermosillo, situada en los límites entre una colonia de clase media y varias colonias populares. Es una escuela pequeña, de construcción reciente - hace 6 años aproximadamente-. Cuenta con 14 aulas, 2 aulas específicas para talleres (una para el de Computación y otra para los talleres de Secretariado y Contabilidad), una sala de cómputo con 20 computadoras para que el alumnado pueda hacer tareas o los profesores lleven eventualmente a sus grupos a realizar alguna actividad de investigación, una sala equipada con el programa Habilidades Digitales para Todos (HDT), accesible únicamente si se reserva con anticipación y si el profesor solicitante ha cursado una capacitación específica en el programa HDT; una cooperativa que es a su vez tienda y centro de fotocopiado, varias canchas de basquetbol y fútbol.

La escuela atiende a alrededor de 860 alumnos, distribuidos en 6 grupos de primer grado, 5 de segundo y 5 de tercero en el turno matutino; 5 de primero, 4 de segundo y 4 de tercero en el vespertino. Los alumnos provienen de ambientes diversos, pero la mayoría de ambientes desfavorecidos a decir de los profesores. El número de alumnos promedio por grupo es 33 en el turno matutino y 26 en el vespertino. En este último se presenta un gran ausentismo.

Las observaciones de aula en las clases del profesor A se llevaron a cabo en el turno matutino y las de B en el turno vespertino. Aunque es la misma escuela, las características del ambiente en el que se desarrollan las sesiones de clase son distintas.

A decir de los profesores, la generalidad es que no hay mucho involucramiento de los padres de familia en el seguimiento de la actividad escolar de los alumnos.

No se observó la presencia de directivos en ninguna de las sesiones observadas. En el turno matutino, varias veces hubo interrupción de clase por parte de un prefecto para dar algún mensaje a los estudiantes, o de algún alumno de otro grupo que acudía a solicitar algo o dar algún aviso, pidiendo previamente autorización al profesor. En el turno vespertino, sólo hubo interrupción en una sesión.

En tres ocasiones la escuela suspendió labores en días hábiles (los alumnos habían sido avisados previamente), debido a festividades diversas. En otra ocasión hubo suspensión sin aviso previo: a media jornada en el turno vespertino se informó a todos los alumnos que podían retirarse del plantel ya que suspenderían las labores docentes debido a que los profesores debían participar en una reunión. En otra ocasión más, la profesora B arribó al salón de clases 15 minutos después de la hora de inicio de la sesión debido a que se le había requerido en la Dirección.

II.2.2.2 El grupo itinerante y las condiciones del aula.

Dado que los profesores A y B no tienen plaza de tiempo completo en la escuela, no cuentan con un aula fija asignada para impartir sus clases. No conocen de antemano el aula en la que van a trabajar, por lo que cada día deben pedir al prefecto que les sea asignada una que esté libre en ese horario. Dadas estas condiciones, la observación realizada se llevó a cabo cada día en un aula distinta. Varias clases del profesor A se realizaron en el aula HDT, por ser la única disponible en ese momento; además el profesor A es uno de los dos únicos docentes de la escuela que ha recibido capacitación para el uso de ese recurso tecnológico.

En el turno vespertino la cantidad de grupos es menor y se alcanza por ello a cubrir las necesidades de espacio con relativa facilidad; por lo tanto a la profesora B se le asigna generalmente la misma aula cada día. La mayoría de las sesiones observadas en el grupo a cargo de este profesor se llevaron a cabo en el mismo salón.

Las aulas cuentan básicamente con un escritorio para el profesor, un pintarrón, plumones y pupitres para los alumnos. Hay varios pupitres en mal estado, con el escritorio despegado, con rayones o rotos.

Los profesores tienen acceso a un cañón y proyector, pero dada la demanda y la cantidad de profesores en la escuela, la posibilidad de utilizarlos sólo se presenta ocasionalmente. El profesor A ha optado por adquirir un cañón con recursos personales. En las sesiones de clase de la profesora B no se observó el uso de ningún recurso tecnológico.

II.2.2.3 El profesor A. Sus características

El profesor tiene una experiencia de 8 años como maestro de matemáticas. Es una persona de edad mediana; sobresale su dinamismo, amabilidad y demostración de interés. Con frecuencia usa su sentido del humor, tanto en conversaciones con la observadora/entrevistadora como durante las sesiones de clase con el grupo. En ninguna de las sesiones aplicó sanción de algún tipo a los alumnos.

Su formación profesional es Licenciatura en Matemáticas por la Escuela Normal Superior de Hermosillo. Ha cursado diferentes programas de formación y actualización, 4 programas en los últimos dos años, todos ellos dirigidos a docentes de matemáticas de secundaria. Fue elegido para cursar el Diplomado y la valoración de su desempeño fue *excelente*. En conversaciones posteriores mencionó que cursó estudios de maestría, pero no proporcionó mayores detalles sobre las características de la misma. Ha cursado la capacitación para el programa HDT.

Trabaja en una sola escuela, con una carga de trabajo docente de 42 horas semanales, atendiendo grupos tanto en el turno matutino como en el vespertino.

En repetidas ocasiones expresó preocupación por no contar con recursos –libros de texto, planeaciones didácticas- que le permitieran seguir los planteamientos curriculares del Plan 2011. Mencionó con frecuencia no tener planeado “*qué dar la siguiente clase*” y no contar con tiempo suficiente –tanto por la carga de trabajo como por responsabilidades familiares- para realizar una planeación cuidadosa.

En las conversaciones se mostró siempre abierto a expresar sus puntos de vista, su percepción acerca de aspectos del sistema educativo oficial, a declarar con honestidad “*la realidad*” de tener algunas debilidades, como el no haberse detenido a leer los documentos de los planes de estudio o no haber realizado –*por falta de tiempo*, especifica- la planeación de sus clases con suficiente esmero. Es abierto a reconocer que algunas estrategias que utiliza o ha utilizado no han resultado favorables para lograr el aprendizaje de los estudiantes. Tiene disposición –y lo promueve- a incorporar recursos tecnológicos en el aula, aun cuando reconoce ante su grupo que no es un experto en el manejo del recurso.

II.2.2.4 Los estudiantes del grupo del profesor A

El grupo en el que se desarrolla la observación cursa el segundo grado de secundaria en el turno matutino. Consta de 33 alumnos inscritos, pero el promedio de alumnos presentes en las sesiones observadas fue 26. Durante las primeras sesiones hubo 5 alumnos que no asistieron, algunos se encontraban suspendidos por motivos de salud e higiene; otro alumno tenía permiso para ausentarse por estar participando en eventos deportivos. El ambiente socioeconómico del que provienen los alumnos es variado, algunos de ambientes desfavorecidos. El rango de edades es de 13 a 15 años.

El grupo es reconocido en la escuela como un grupo de buenos y muy buenos estudiantes. Estos alumnos cursaron el primer grado de secundaria en el ciclo escolar 2010-2011, con el Plan de Estudios para la Educación Secundaria 2006. Comenzaron su segundo año de secundaria con el mismo plan de estudios, pero a partir del tercer bimestre de ese ciclo escolar empezaron a trabajar los contenidos del Plan de Estudios para la Educación Básica 2011. El profesor mencionó que las autoridades de la escuela dieron a los docentes la indicación de comenzar a trabajar con el nuevo plan de estudios a partir del tercer bimestre, aunque éste se encontraba apenas en la etapa de pilotaje y la escuela en donde se desarrolló la investigación no fue escuela piloto.

Dado que la organización de contenidos del Programa de Matemáticas de Segundo Grado de Secundaria del Plan de estudios para la Educación Básica 2011 no coincide con la del plan de estudios anterior (Plan 2006), algunos temas que los alumnos habían estudiado en su primer año de educación secundaria, se repitieron en el curso de

segundo, y por el contrario, algunos temas que el Plan 2006 contemplaba para ser abordados en segundo grado, no fueron estudiados debido a que en el Plan 2011 ya no aparecen en la misma etapa. Debido a esta incorporación no paulatina de la nueva propuesta curricular, estos alumnos a los que circunstancialmente les tocó estar en medio del cambio, no estudiaron en clase algunos temas contemplados en los Programas de matemáticas para la educación secundaria.

El grupo cuenta con un alumno que es “jefe de grupo”, que se encarga de transmitir a los alumnos mensajes de los profesores de las diferentes asignaturas; y también de poner reportes (previa indicación del profesor) a los alumnos que incurran en alguna falta, como daño al mobiliario o alguna ofensa a los compañeros.

II.2.2.5 La profesora B. Sus características

La profesora tiene una experiencia de 5 años como maestra de matemáticas. Comenzó su labor docente en una escuela privada. En el periodo en que se llevó a cabo la observación en aula, recién había ingresado al sistema público. Es una persona joven, cursó la Licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Matemáticas. Ha cursado diferentes programas de formación y actualización, 3 programas en los últimos dos años, todos ellos dirigidos a docentes de matemáticas de secundaria. No fue elegida por los directivos de su centro de trabajo para cursar el Diplomado, pero se postuló ella misma “*al ver que en el grupo de instructores estaría un profesor con quien ya había llevado un programa de formación con anterioridad*”, experiencia que calificó como “*muy satisfactoria*”. La valoración de su trabajo en el Diplomado fue de *excelente*. Tiene una carga de trabajo docente de 10 horas semanales, únicamente en el turno vespertino.

En clase no utiliza ningún recurso tecnológico. En una ocasión utilizó un “manipulable” -cinta métrica- para medir a los alumnos con el objetivo de contextualizar el problema que se estaba abordando en clase.

Recurrentemente mencionó a la observadora algunas dificultades familiares que viven sus alumnos. Expresó preocupación en este respecto y por el alto grado de ausentismo. También manifestó que hay muy poca intervención de los padres de familia.

II. 2.2.6 Los estudiantes del grupo de la profesora B

El grupo en el que se desarrolla la observación cursa el segundo grado de secundaria en el turno vespertino. Consta de 27 alumnos inscritos, pero hay un alto grado de ausentismo. Con frecuencia, el número de alumnos presentes en las sesiones fue de entre 14 y 16. La mayoría de los alumnos, a decir de la profesora, provienen de ambientes desfavorecidos. El rango de edades es de 13 a 15 años.

Hay dos estudiantes cuyo aprovechamiento en matemáticas se distingue del resto del grupo. En conversaciones con la observadora, la profesora expresó que esos dos estudiantes son hijos de profesionistas, y dejó entrever la existencia de una interrelación entre esas variables.

Al igual que los alumnos del profesor A, este grupo cursó el primer año de secundaria bajo el Plan de Estudios 2006 y experimentó en su segundo año el cambio de propuesta curricular.

El grupo cuenta con “jefe de grupo”, pero en las sesiones observadas no se le solicitó intervención alguna.

CAPÍTULO III. EL DISCURSO DE LOS PROFESORES ACERCA DEL ENFOQUE Y LA METODOLOGÍA PROMOVIDOS POR EL DIPLOMADO Y POR LA PROPUESTA CURRICULAR OFICIAL

Como se explicó en el apartado de consideraciones metodológicas, las entrevistas con los profesores nos permitieron obtener información acerca de tres aspectos: a) el conocimiento que tienen de los Planes y Programas de estudio; b) los planteamientos presentes en los programas que ellos reconocen en el Diplomado; y c) las concepciones personales sobre lo que es la matemática, su enseñanza y aprendizaje.

Se observó que la interpretación del enfoque didáctico promovido por la propuesta curricular varía mucho de un profesor a otro, por lo menos a nivel de discurso. Ambos profesores mencionan que implementan la metodología de enseñanza promovida.

Es de notar que la Propuesta Curricular 2011 para Secundaria apenas se había introducido cuando se realizaron las entrevistas, por lo que los profesores no estaban aun familiarizados con ella, y solamente destacaron los planteamientos que se habían hecho públicos, como el enfoque por competencias y la introducción de los Estándares Curriculares.

III.1 El discurso del profesor A

a) Respecto al nivel de conocimiento de los planes y programas oficiales para las matemáticas de secundaria y sobre lo que incorpora en su quehacer en el aula, remarcamos los siguientes aspectos que identificamos en el discurso del profesor:

- El docente declara que no conoce el enfoque del Programa de Matemáticas del Plan de Estudios 2006, pero habla sobre “las competencias”, como podemos ver en los siguientes fragmentos:

Bueno, el enfoque así tal cual no, en verdad no lo conozco .. yo me baso más en las competencias, como que se me quedaron más grabadas las competencias, tanto las competencias matemáticas como las competencias de educación secundaria... Ese tipo de documentos como el enfoque nos lo piden a nosotros que lo entreguemos... cada ciclo escolar hacemos una carpeta donde agregamos todos esos documentos.

...A mí me llamó mucho la atención y sobre todo en el enfoque, que ya es un documento que no nos están pidiendo que lo anexemos como evidencia para nosotros los maestros para tenerlo presente, a la mano... nos lo quitaron de la carpeta, no sé por qué... Lo que pasa que ahora [a partir de la vigencia del plan 2011] aparecieron por ahí un documento nuevo que se llama campos formativos para educación secundaria, se manejaban en primaria... entonces nos cambiaron el documento de los enfoques por lo de campos formativos.

Esto nos hace ver que hay una distancia entre los significados de los términos que utilizan los documentos oficiales de las propuestas curriculares y los que utilizan los profesores. Esto ha sido particularmente notorio en relación al término “enfoque”, como se ha podido constatar en la cita anterior.

- El conocimiento del Plan 2011 es incipiente, el profesor afirma no haber revisado cuidadosamente sus planteamientos.
- Afirma que trabaja con situaciones-problema en el aula, principalmente las que se proponen en los Planes de clase presentes en el Plan de estudios 2006 o adaptaciones y/o modificaciones de los mismos. Pero afirma que algunos Planes de clase tienen deficiencias al partir de situaciones problema que no son del todo favorecedoras para promover la emergencia de los objetos matemáticos que se pretende estudiar. Respecto a la planeación de secuencias didácticas que incluyan situaciones-problema para la etapa que están a punto de comenzar –la introducción del Plan 2011-, afirmó sentirse “*en blanco*” puesto que todavía no había planes de clase adaptados a la nueva organización curricular.
- Considera que los problemas de matemáticas son situaciones contextualizadas fuera de la matemática, no se consideran los contextos intra-matemáticos. Y plantea que un problema necesariamente tiene que implicar un reto para el estudiante que lo aborda:

Yo siento que se siente que es un problema cuando hacemos que el alumno se interesa por él... nosotros tenemos la idea de que un problema es contextualizar algo, ¿no? o sea no es decirles 6×5 a ver cuánto es, sino que más o menos plantearles o platicarles una situación donde esté inmersa esa operación... que se resaltara no sé... en el ir a la tienda, a la papelería, a comprar algo donde ellos tuvieran que verlo... teníamos esa idea de que problematizar era contextualizar... o sea que el alumno sintiera alguna situación donde él pudiera vivir ese problema y que viera que le es útil... ya un problema es cuando el alumno siente que hay un reto para él y se siente interesado porque a lo mejor el problema puede estar muy bonito y con las mejores palabras y bien explicado pero no es problema si el alumno no se siente enganchado por la situación.

La reflexión sobre lo que es un problema de matemáticas es un aspecto que se enfatizó en el Diplomado. En la cita anterior podemos ver que el profesor reconoce que un problema de matemáticas implica que el alumno “se enganche”. En otras conversaciones con la entrevistadora, el profesor comentó que su visión sobre lo que es un problema de matemáticas se había modificado, por lo que podemos conjeturar que las discusiones originadas en el Diplomado pudieron haber tenido una repercusión en el discurso del profesor en este respecto.

- Afirma que durante el trabajo en aula, emplea distintas estrategias dependiendo de las necesidades del grupo.

El docente enfatizó que esta habilidad de utilizar estrategias distintas en función del desarrollo del proceso de estudio, es una de las competencias más importantes con las que debe contar un profesor, como veremos en el apartado a continuación.

b) Sobre la manera en que interpreta el enfoque y la metodología promovidos en el Diplomado.

- Reconoce que las competencias profesionales son distintas a las competencias que se trata de promover en los alumnos. Algunas de las que considera más importantes son el conocimiento de los planes y programas – que reconoce como *“muy difícil de conocer, a pesar de que por ahí hay algunos programas que nos invitan a revisarlo, como el programa de carrera magisterial...”*, y la habilidad para utilizar estrategias diferentes con base en las necesidades de los alumnos. Con relación a esta última, expresó que diariamente se enfrentan a situaciones en las que tienen que cambiar de estrategia debido a la dinámica de los grupos, y que eso requiere de gran habilidad del profesor:

Muchas veces nos casamos con una metodología para una clase y cuando llegamos al aula vemos que no funcionó, no funcionó con un grupo o sí funcionó con todos pero como que sentimos que nos faltó, entonces como que hace falta esa habilidad de decir: “a pesar de que lo tenía planeado no me funcionó, entonces tengo este otro recurso a la mano”...y es en el diario, se nos presentan conflictos de esa manera y que tenemos que resolver.

- Sobre la identificación de actividades o sugerencias metodológicas del Diplomado que podrían ayudarle a mejorar su práctica docente o a desarrollar alguna de las competencias profesionales, señaló que un aspecto muy destacable fue la promoción del trabajo colaborativo, entendido no sólo como el promover que los alumnos trabajen en equipo las actividades en el aula, sino como el compartir entre el colegiado de profesores de su comunidad, las opiniones, dudas y sugerencias que existan respecto a su quehacer docente.

El trabajo colaborativo, a mí yo creo que ahora [fue] algo de lo que más me impactó...

lo que quiero rescatar es en el sentido de que...ha habido intentos en algunos otros cursos o diplomados o talleres de que exista una... vamos a decir cuando menos alguna pequeña comunidad donde de alguna manera estemos compartiendo información... y a eso me refiero... yo siento que en este diplomado es donde mayor énfasis se le dio... toda la calidad del diplomado para mí fue excelente pero ese trabajo colaborativo con mis compañeros de otras escuelas que tengo, yo creo que es lo que más rescato ahí.

Cuando se le pidió enunciar explícitamente algún aspecto y/o actividad del Diplomado que promovía o contribuía al desarrollo de alguna competencia profesional, el docente hizo referencia a las actividades que se trabajaron en el Módulo 3. De los

primeros dos módulos hizo poca o nula mención. Expresó que las actividades que se les plantearon en el Módulo 3 les condujeron a una problematización, y que el trabajo colegiado en dichas actividades fue lo que propició en mayor medida el surgimiento de ideas sobre estrategias que podían llevar a sus aulas. Asimismo, dejó entrever algunas reflexiones sobre la complejidad de la elección y/o diseño de situaciones problema que resulten eficaces para el aprendizaje de los alumnos:

Lo que más nos movió a nosotros fue la problematización que estaba ahí planteada en el tercer módulo y que son de alguna manera pues, donde te digo, donde más nos duele a los docentes o sea tener una actividad y tener que aplicarla o si no te gusta tener que diseñarla o arreglarla, eso es donde más nos hizo trabajar.

Mencionó que a partir de las actividades trabajadas, se le ocurrieron nuevas actividades y recursos que podrían ayudar a mejorar su quehacer en el aula, ya que *“muchas veces lo vemos (los temas) de manera muuuy tradicional todavía”*. Destacó que el trabajo en ese módulo le ha sido de utilidad también para visualizar nuevas posibilidades de utilizar situaciones de la vida cotidiana en las clases de matemáticas.

Afirmó estar poniendo en práctica en su labor docente algunos de los aspectos trabajados, como la implementación con su grupo de alumnos de una variante/adequación de una actividad didáctica trabajada en el Módulo 3, y el estar en proceso de elaboración de un diseño de actividad que ideó a raíz de un problema planteado en el Módulo. Mencionó que le interesa utilizar en sus diseños contextos próximos a sus estudiantes, con datos “reales” y no “inventados”.

- Sobre el enfoque metodológico con el que se trabajó en el Diplomado, manifestó que *“les movió mucho el tapete”* pero expresó –con aire dubitativo– que le pareció muy extraño que habiéndose promovido durante todo el programa el trabajo colaborativo, al final se les solicitó que las actividades se entregaran de manera individual, lo cual interpretó como una falta de congruencia: *“Sentíamos como que se rompía lo que nos decían con lo que nos exigían...ahí como que a lo mejor por ese lado no eran tan congruentes como nos lo pedían a nosotros”*.

c) Sobre las concepciones personales acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

- Con relación a la pregunta sobre cuándo considera que un estudiante aprendió matemáticas, el profesor no dio una respuesta concreta. Declaró que para decir que un estudiante aprendió matemáticas, tendría que decir que él sabe matemáticas, pero no puede asumir eso porque *“nunca dejamos de aprenderlas”*:

Decir “ya aprendió” no está fácil decirlo...porque siempre estamos aprendiendo, yo lo reconozco y lo vuelvo a decir, nosotros también estamos aprendiendo junto

con los alumnos, entonces... Sí puedo decir “este alumno tiene ciertas cualidades que le sirve para algo, que le puede servir”... pero decir “ya aprendió matemáticas” pues no lo pudiera decir.

- Respecto a la enseñanza de las matemáticas, declaró que ha cambiado su visión a lo largo de su formación y experiencia profesional; que antes tenía la idea de que era “*pararte de frente en el salón y decir: muchachitos, aquí les va la clase*”, que ahora considera que la enseñanza de las matemáticas es un problema complejo, en el que es importante “*ponerse en el lugar del alumno*”. Mencionó la dificultad para trabajar con los alumnos diferentes métodos de resolución de alguna clase de situaciones-problema, pues “*el alumno siente que si ya aprendió con un método, ese le sirve y no quiere otro*”. Y concluye: “*la verdadera enseñanza, como que “esto es enseñar” [es cuando] el alumno ya descubrió que hay cosas nuevas y que él mismo las puede explorar*”.

La última situación que acabamos de describir, referente a lo que expresa el profesor acerca de la dificultad para trabajar con los alumnos diferentes métodos de resolución de una clase de problemas, deja entrever la fragmentación que existe en el estudio de algunos contenidos matemáticos. Aunque el Plan 2011 para la educación básica plantea como uno de sus principales objetivos el promover la articulación, tanto en los contenidos de la misma asignatura como entre las distintas asignaturas y grados escolares, falta ejemplificar cómo promover dicha articulación en el aula.

III.2 El discurso de la profesora B

Al contrario del profesor A –que declaró no conocer los planteamientos y el enfoque de las propuestas curriculares-, B dio respuesta a todas las preguntas que se le realizaron en la entrevista. Pocas veces expresó dudas y su discurso fue apegado a los términos de los documentos oficiales.

Como veremos más adelante, hay un aparente contradicción entre los casos A y B: mientras que A no tiene un discurso apegado a lo institucional, logra implementar en el aula estrategias favorables de acuerdo a lo que proponen los planteamientos curriculares. Por el contrario, la profesora B tiene un discurso mucho más apegado a lo institucional, pero no logra concretarlo eficientemente en el aula.

A continuación presentamos los aspectos que consideramos más destacables en el discurso de la profesora. Podemos ver que, sobre todo en la primera parte de la entrevista –lo concerniente al conocimiento de los planes y programas-, lejos de contestar de manera escueta las preguntas que le planteamos, expresó no solamente los planteamientos que consideró más relevantes, sino también sus opiniones sobre diversos aspectos de la propuesta curricular.

a) Respecto al nivel de conocimiento de los planes y programas oficiales para las matemáticas de secundaria y sobre lo que incorpora en su quehacer en el aula.

- Maneja los términos institucionales, menciona diversos planteamientos del plan de estudios vigente y de otros anteriores. Afirma compartir la visión del enfoque didáctico que promueve la propuesta curricular vigente, rescatando particularmente la promoción del trabajo colaborativo en el aula y que el profesor funge “únicamente” como guía, siendo el alumno sobre quien recae gran parte de las actividades en aula. Declara que para poder llevar esto a cabo, los docentes deben desarrollar competencias, ya que *“no podemos querer desarrollar [en los alumnos] algo que nosotros no tenemos”*:

Cuando estudié en la Normal me enseñaron con el Plan 1993, el enfoque que tenían en la Normal para nosotros era trabajar con el constructivismo en matemáticas. Entonces cuando llega el Plan 2006, que yo estaba nuevita como maestra, no se me hizo muy diferente y a mí me gusta el Plan porque está enfocado a que el alumno tiene que hacer y que el maestro tiene que guiar, entonces la mayor carga en el aula viene siendo para el alumno pero el trabajo del maestro está detrás de todo esto que tiene que realizar... y se me hace a mí que nosotros como docentes tenemos que tener competencias desarrolladas y sobre todo aquellas que queremos desarrollar en los alumnos pues porque no podemos querer desarrollar algo que nosotros no tenemos, aunque sabemos que muchos de nuestros alumnos tienen capacidades que nos rebasan... pero se me ha hecho a mí complicado en el sentido de qué manera puedo explotar todas esas capacidades en los muchachos, con qué tipo de actividades... entonces el enfoque del Programa como está considero que es correcto, el trabajar en equipos, el tener trabajo colaborativo, el que tengan ellos primero que buscar antes que nosotros darle el procedimiento...

- Declara que, aunque está de acuerdo con el enfoque curricular, le ve serios inconvenientes a la carga de contenidos que tiene el programa y el tiempo asignado al tratamiento de cada uno; menciona la dificultad de promover las competencias y conseguir que los conocimientos adquiridos por los estudiantes sean más sólidos, cuando se dispone de tiempos tan reducidos. Expresa su preocupación por estar constantemente “atrasada” en el programa con respecto a otros profesores:

...lo que sí yo le veo un pero es al tiempo, toda la vida me la vivo atrasada con el Programa... Se me hacen muchos temas y se me hace muy cargado, como que necesito, no sé si sea yo, porque veo a los otros compañeros y... ¿por qué yo voy tan atrasada? ¿Por qué me atraso tanto pues, en el Programa? ¿Cómo lo verán [los demás]? yo no puedo ir al mismo ritmo...

Con el Plan 2006 vienen los planes de clase, vienen las actividades, entonces yo estuve trabajando mucho en las actividades que vienen ahí y sí me he dado cuenta de que los alumnos podían hacerlas y llegaban al resultado pero como que falta más para que se consolide el conocimiento...aunque ahora lo que se quiere

desarrollar ya son competencias pero el conocimiento pues está inmerso dentro de las competencias, es la base de la competencia... entonces, sí desarrollan competencias esos planes de clase pero falta... tiempo podríamos decir así, para lograr que el conocimiento se quede en los alumnos o que se practique de manera más profunda, porque yo siento que si lo dejamos así, cuando queramos utilizarlo otra vez, ya sea en el mismo ciclo escolar en otro tema que lo necesita o en el otro ciclo escolar, como que tenemos que retomarlo otra vez desde el principio...

- Se advierte que la profesora ha revisado los planteamientos del Plan 2011. Afirma “*no haberlo leído completo*”, pero menciona que las competencias matemáticas han tenido algunos cambios con respecto al Programa 2006. Manifiesta, como visión personal, que de las cuatro competencias que el programa establece que deben promoverse, la de Argumentación le parece la más importante. Declara que le parecen “*muy acorde*” las competencias que se estipulan en el Plan con los contenidos de los programas, y expresa que el Diplomado le hizo ver la dificultad de diseñar y/o adaptar planes de clase que resulten eficaces para que los estudiantes desarrollen cabalmente las competencias:

En el Diplomado estuvimos viendo lo de los planes de clase y es cierto, muchos los criticamos, pero ya cuando quisimos hacer uno, pues es mucho trabajo y nos dimos cuenta, yo en lo particular me di cuenta que no siempre en una actividad se puede desarrollar todas las competencias, ¿no? al 100%... o sea tratar de desarrollarlas, porque el desarrollar las competencias nos va a llevar toda la educación, y aún cuando terminemos, [hay que] seguir desarrollando eso... Dentro de lo que son [las competencias] lo que se me hace más esencial a mí es la argumentación, porque si el alumno argumenta quiere decir que comprende y que comprende conceptos matemáticos, entonces, a lo mejor puede resolver un problema pero lo hace mecánicamente... entonces ya cuando te argumentan, cuando te dicen de dónde sale, puedo saber y comprender [lo que hicieron]...yo les digo “pongan ahí lo que hicieron, para saber cómo estás pensando... no sé, para saber qué hiciste, para poder entenderte” y de esa manera, uno darse cuenta de cómo se debe de conducir la actividad...

- La maestra destaca la dificultad de llevar al aula algunos aspectos centrales del enfoque y la metodología propuestos por el plan de estudios, como el trabajo en equipos -y declara que aun así intenta promoverlo-. Expresa que la dificultad reside en que “*son pocos los que logran sacar el trabajo en el tiempo*” porque son muy cortas las clases (menciona el tiempo que se pierde diariamente en que le asignen aula) y “*de aquí a que se organiza el grupo... y por lo mismo que están distraídos o que están en otras cosas, no se logran concentrar en el trabajo o porque les falta los conocimientos que son necesarios para empezar*”. Declara que, aun así, intenta que “*poco a poquito vayan desarrollando esta capacidad de trabajar en equipo, esa habilidad también de que aprendan cómo se debe trabajar realmente en equipo porque también lo que hacen es dejarle el trabajo a un solo compañero*”... pero “*todos necesitan saber, inmiscuirse, por lo menos conocer, qué es lo que pusieron ahí*”.

- Sostiene que la manera en que ha trabajado con sus grupos depende de las características de éstos, y menciona que en ocasiones prioriza el trabajo individual al trabajo por equipos.

Hay momentos, clases, temas que por la importancia que tienen sí se necesita a veces estar enfrente explicando, o sea a mí me gusta mucho cómo está el Plan, yo soy partidaria del Plan como está en las competencias, cómo vienen las clases, de trabajar en equipos, que el alumno primero aprenda, trate de buscarle... pero sí hay temas sobre todo en temas de álgebra en los que considero que sí es importante que el maestro explique desde el principio hasta el fin cómo se hacen las cosas, sobre todo por la falta de conocimiento que tienen muchas veces los alumnos...

- Respecto a las acciones que realiza ella y las que encarga a los alumnos durante el trabajo en el aula, expresó que el trabajo principal de los profesores, de acuerdo a *“como lo marca el Programa”*, es *“organizar”*:

Organizar el ambiente en el aula y organizar el aprendizaje de los alumnos. Y muchas áreas más que tenemos que hacer, pero esas son las básicas, y a los alumnos, pues les toca hacer el trabajo, o sea construir su aprendizaje, ¿cómo? con los conocimientos previos que poseen.

Describe el desarrollo de las clases de la siguiente manera: cuando el trabajo es en equipos, los organiza y ellos trabajan, les asigna un tiempo determinado –dependiendo de la actividad, que toma de los Planes de clase o de libros de texto-, luego los equipos explican cómo lo resolvieron y ella les hace preguntas sobre lo que explicaron y sobre sus procedimientos. Si el resto del grupo tiene alguna pregunta para los integrantes de ese equipo, se hacen esas preguntas y después *“ya con lo que ellos sacaron de conclusión... se hace ya lo que sería la formalización”* *“y luego ejercicios de lo que marque el contenido, que es el Plan de clase”*.

Menciona que le parece muy importante que los alumnos expongan sus procedimientos y resultados, aunque tengan *“algo erróneo”*, pues esto le permite al docente identificar la existencia de conflictos que les impiden avanzar.

- Declara que de los Planes de clase propuestos por la SEP –que utiliza frecuentemente- *“algunos están formulados en base a problemas... en otros son nada más prácticamente ejercicios que tienen que hacerse”*, y afirma que procura trabajar siempre partiendo de problemas, pero ya que los alumnos los resuelven *“buscando ellos cómo”*, le parece muy necesario ponerles ejercicios *“para que ellos practiquen”*. Habla de los problemas de matemáticas como algo que *“detona”* el trabajo matemático de los alumnos, pues a raíz de ellos surgen cuestionamientos *¿Cómo le vas a hacer para resolver esto? ¿cómo le hiciste? ¿por qué pensaste esto? ¿Y esto?*; que hay que resolver haciendo uso de los conocimientos previos y que *“te mueve a buscar estrategias diferentes”*; menciona que no es fácil diferenciar entre un

ejercicio y un problema, y hace referencia a una discusión que surgió en el Diplomado: *“como decíamos en el Diplomado, ... aunque sea una operación... que nosotros lo vemos como un ejercicio... pero para ellos es un problema porque es algo nuevo con lo que se está topando”*.

b) Sobre la manera en que interpreta el enfoque y la metodología promovidos en el Diplomado

- Con relación a las competencias profesionales, considera que *“la más importante y la que se desprendió del diplomado es organizar situaciones didácticas”*... *“La otra es la de evaluación”*. De ambas menciona que conllevan procesos complicados, y que particularmente la competencia para evaluar *“como debe ser”*, poniendo atención en el aprendizaje de cada uno de los estudiantes, es muy difícil de conseguir:

Ya vi que [el organizar situaciones didácticas] no es tan fácil porque tienes que analizar muchas situaciones, adecuarlo al grado de dificultad, de conocimiento que tienen los alumnos, de ver hasta dónde quiere uno llegar...son muchas cosas las que se tienen que tomar en cuenta...Básicamente el trabajo no se realiza en el aula, porque en el aula uno llega a evaluar esa situación didáctica que uno diseñó...o que otra persona diseñó...

La otra es la de evaluación, que en lo personal a mí se me hace un proceso muy complicado, porque si hablamos de evaluación, tenemos que observar todo lo que hace el alumno y entonces observar en mi caso yo tengo 28 alumnos, no es tan difícil, pero para un maestro que tiene completo, 40 alumnos en cada grupo de matemáticas y son ocho grupos, ya es cansado el proceso de evaluación como debe ser... porque a veces nomás nos fijamos en los que van atrasados y los que van bien los vamos dejando pero a veces también siento yo que perdemos con los alumnos que van bien porque a lo mejor podemos desarrollar más en ellos sus competencias... si nos fijáramos un poquito más en cómo hacen, cómo piensan... y generalmente nos centramos en los que van más atrasados porque son los que nos apuran, que tienen que aprender o que tienen que ir al mismo nivel de los demás...

- Sobre la identificación de actividades o sugerencias metodológicas del Diplomado que podrían ayudarle en su práctica docente, menciona que el programa le resultó de utilidad para percatarse de la necesidad de hacer análisis detallados de las actividades didácticas –contenidas en los libros de texto u otros materiales- y de los exámenes que se pretende trabajar con los alumnos:

A mí me sirvió mucho lo del Diplomado porque aprendí que tengo que analizar cada actividad, por ejemplo en las actividades del libro, para determinar si esa actividad le sirve al grupo que se la voy a aplicar... o al momento de poner un examen, [ver] cómo les voy a preguntar a los alumnos, o qué contenido voy a poner y si eso que estoy poniendo si es realmente lo que quiero evaluar.

Considera que le puede ayudar también para el diseño de mejores instrumentos de evaluación, que aporten más información sobre los aspectos en que se pueda mejorar su práctica docente:

Aunque la evaluación debe hacerlo uno de manera diaria, sí es necesario aplicar un examen, pero que ese examen nos sirva no sólo para decirle al niño: “oye tu no aprendiste nada” y al maestro ¿Qué te está pasando aquí? O sea, si voy a poner una suma, determinar si el alumno puso bien los sumandos, pero le salió mal la suma...o sea, saber en cada paso qué es lo que puede estar pasando con el alumno para que no haya aprendido ese contenido, o no haya desarrollado la competencia.

Cuando se le pidió ejemplificar con alguna actividad específica del Diplomado, la profesora hizo referencia a lo que se trató en el Módulo 1. Declaró que esas actividades *–donde analizamos el panorama de lo que son los exámenes PISA, ENLACE, los estatales..., menciona-*, le pueden resultar de utilidad para que los instrumentos de evaluación que aplique no sean nada más un instrumento *“que sirva para entregar a los niños una calificación”*:

... aunque es una parte mínima de la calificación que se asigna, pero que sí sea un instrumento que te arroje a ti como docente, elementos para que mejores tú en la clase, o que te diga: aquí se están equivocando específicamente en esto, entonces hay que buscar una forma diferente para dar ese contenido... que combata en eso que me están saliendo deficientes.

- Afirmó haber incorporado a su práctica docente algunos aspectos rescatados del Diplomado. Como ejemplos, menciona que el examen diagnóstico para sus alumnos trató de elaborarlo poniendo atención a que le fuera de utilidad para detectar dificultades en los estudiantes; y en el diseño/adaptación de actividades didácticas, ha puesto atención en atender las necesidades de los alumnos, a la asignación de tiempos durante en la clase, y a visualizar con más claridad lo que se quiere lograr.
- Acerca de la metodología con que se trabajó en el Diplomado, manifestó que es similar a lo que se pretende que sea promovido en las aulas:

Es prácticamente como quieren que nosotros trabajemos en el aula pero ya en el nivel de docente... trabajar en equipo y luego hacer la discusión de lo que cada equipo había llegado...argumentar, o sea que a nosotros nos cuesta decir el por qué, y más porque se tienen deficiencias con ciertos contenidos... los instructores siempre nos problematizaban... aprendí bastante y pues ahora lo que falta es aplicarlo.

Menciona como un inconveniente la carga de trabajo que requirió, pues *“hubo mucha tarea, a veces pasaba toda la semana haciendo la tarea... porque soy lenta para hacerlo...y luego hacer todas las actividades de aquí de la escuela”*.

- Al preguntarle acerca de las actividades del Módulo 3, mencionó que éstas le permitieron vislumbrar situaciones de la vida cotidiana que pueden ser utilizadas en el aula de matemáticas, que el tratamiento de ciertos contenidos en el Módulo y el trabajo colegiado con los demás profesores, le ayudó a reforzar conocimientos en los que tenía ciertas “*carencias*”:

Fue como decirnos “miren, miren, hay cosas que tenemos al alcance, situaciones que tenemos al alcance que tú puedes llevar al aula, o sea, no tienes por qué limitarte a lo que viene en el libro de texto o lo que te dan los planes de la Secretaría, tú también puedes crear o sacar o adecuar tus actividades a [realizar] con los alumnos”. En especial el contenido que venía ahí, ¿cuál era? Relaciones de proporcionalidad, lo de gráficas, ecuaciones lineales... ¿Cuál otro? la exponencial...son contenidos que sí los vemos pero no con profundidad, entonces, en lo particular tenía ciertas carencias...y la forma como se trabajó, pues como te digo en equipo y argumentando y escuchando lo que tenían que decir los demás compañeros, que hay compañeros de mucha experiencia que tienen un buen dominio de los conocimientos...en lo particular aprendí mucho... Y, lo más importante es que pudimos ver que de cosas tan normales que a veces tenemos al alcance, en la clase podemos crear o desarrollar actividades.

c) Sobre las concepciones personales acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.

- Expresa que las matemáticas son “*algo que te ayuda, que está presente siempre... si sabes matemáticas puedes entender cualquier situación*”. Considera que un alumno aprendió matemáticas cuando “*logra enfrentar problemas con cierta lógica*”. Asocia el aprendizaje a la habilidad para resolver un problema, para argumentar el uso de un procedimiento u otro y para aplicar los conocimientos adquiridos al enfrentarse a una situación distinta.

[puedo decir que aprendió] cuando puede resolver un problema y aparte me argumenta por qué lo hizo y cuáles fueron los argumentos para hacerlo, y sobre todo cuando lo puede aplicar si le pongo una situación diferente y lo puede resolver ahí y analizar un poquito más....

Respecto al hecho de considerar que un factor importante para “determinar” si un estudiante aprende matemáticas es constatar si éste puede aplicar los conocimientos en situaciones distintas, la profesora mencionó que se ha enfrentado a situaciones en las que los alumnos no han podido resolver un problema de una misma clase de situaciones-problema cuando se cambia, por ejemplo, la posición de figuras o rectas, aunque sean los mismos objetos con los que ya han trabajado. O cuando los alumnos repiten los procedimientos que sus profesores hacen en el pizarrón, y no logran relacionarlos con conocimientos adquiridos “con otros métodos”.

- Respecto a lo que significa para ella enseñar matemáticas, declara que ha cambiado su visión, pues *“desde los 12 años quería ser maestra para enseñarles a sumar, restar...”* pero *“va más allá”*. Considera que *“hay que fijarse en lo que hace el alumno... dejar un semillita para que quiera seguir aprendiendo”*, y afirma que sus concepciones respecto a la enseñanza se van modificando: *“entre más conozco menos sé, entonces entre más conozco, como que se me van inflando los conceptos de lo que es enseñar”*.

A manera de conclusión, destacamos aquí varios aspectos que nos parecieron esenciales en el discurso de esta profesora:

Da prioridad, por lo menos en el discurso, a que los alumnos desarrollen conocimientos sólidos, aunque eso implique dedicar más tiempo que el establecido por los programas. Expresa que *“prefiere que los alumnos aprendan bien en lugar de avanzar con deficiencias”*, y muestra su postura al respecto:

Si el alumno no me demostraba a mí que medianamente dominaba, ¿cómo iba poder avanzar en el programa? Cuando llegara el siguiente tema me iba atorar más y no iba poder sacar el tema. Y son temas muy difíciles para ellos, por ejemplo entender que un número negativo por otro negativo, nos da positivo. Si a nosotros se nos hace difícil explicarlo, lo vimos en el Diplomado... y también ¿Cómo te vas a poner a explicar de dónde viene toda la teoría? tampoco es viable, pero sí se necesita mucho tiempo para esos temas. O decimos “lo vamos a ir viendo en el transcurso del bloque” pero tienen que tener cierto dominio para poder tener otros conocimientos, para poder enlazarlos...

Hace referencia frecuentemente a los planes de clase propuestos por la SEP. Menciona que suele utilizar los que fueron elaborados con base en el Programa de Estudios 2006. No hizo referencia a la existencia de planes de clase que sigan el Plan 2011.

Expone abiertamente que tiene “deficiencias matemáticas”, que va constantemente “atrasada” en cuestiones de tiempo, que le parece difícil llevar al aula los planteamientos curriculares, como el promover el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes.

Menciona con frecuencia diversos elementos que rescata del Diplomado, esencialmente sobre la metodología con la que se trabajó, y sobre la manera en que el programa fomentó el análisis de aspectos que considera muy importantes en su quehacer docente, como lo relativo a la evaluación.

Para cerrar este capítulo sobre el discurso de los profesores, nos interesa destacar algunos elementos comunes al discurso de ambos docentes:

Conocen lo que la propuesta curricular para las matemáticas de secundaria pretende que sea promovido, siendo el desarrollo de las competencias matemáticas y, metodológicamente, el trabajo en equipo, los planteamientos que con más frecuencia mencionan. Pero manifiestan que conlleva una gran dificultad implementarlos en el aula. Los documentos emitidos por la SEP –dirigidos a los docentes-, si bien les brindan las pautas esenciales que la institución pretende que sean implementados en las aulas, parecen ser vistos por los profesores como algo lejano a su quehacer cotidiano. Ninguno hizo referencia a los *aprendizajes esperados* que plantea el programa de la asignatura, cuando se les preguntó cuándo podrían decir que un estudiante aprendió matemáticas. Por otro lado, plantean que los planes de clase propuestos por la Secretaría no son siempre “adecuados” para favorecer la emergencia de los objetos matemáticos que se pretende abordar.

Creemos que estas situaciones necesariamente conllevan a que los docentes tomen decisiones que con frecuencia implican sacrificar aspectos que consideran importantes. Por un lado, se le demanda al profesor que siga las referencias institucionales; por otro lado, los planteamientos y actividades dirigidas a él le resultan muchas veces ajenas. Es aquí donde consideramos que las acciones de formación de profesores pudieran jugar un papel importante, como fuente de creación de ambientes de trabajo colegiado que permitan a los docentes plantear y discutir dudas, construir nuevas estrategias, nuevos abordajes.

En el siguiente capítulo analizaremos las prácticas que tuvieron lugar efectivamente en el aula. Lo que apareció en el discurso se contrastó con la información obtenida en la observación. Se constató la necesidad de hacer observación en aula, pues no basta conocer el discurso, para analizar la manera en que los profesores hacen uso de las propuestas didácticas y la manera en que conducen los procesos de enseñanza y aprendizaje.

CAPÍTULO IV. LAS PRÁCTICAS DE LOS PROFESORES. TRAYECTORIAS EPISTÉMICAS Y DOCENTES

Los resultados que presentamos a continuación se organizan en configuraciones epistémicas y docentes que describen los elementos (objetos matemáticos, acciones, prácticas didácticas) que fueron apareciendo en los episodios de clase observados. En cada configuración se especifica la sesión de clase. Cada sesión consta de 45 minutos de duración, pero en la mayoría de ellas, el tiempo de trabajo efectivo (desde que el profesor presenta las indicaciones iniciales hasta que da por concluido el trabajo en clase) fue aproximadamente de 35 minutos.

Las configuraciones presentadas se integran a su vez en trayectorias.

Hemos dividido este Capítulo en dos partes: “Trayectorias implementadas por el profesor A” y “Trayectorias implementadas por la profesora B”. A su vez, para cada caso dividimos los resultados en una trayectoria epistémica y su correspondiente trayectoria docente. La trayectoria 1 corresponde al tratamiento de los contenidos de “Proporcionalidad y funciones” del Bloque III.

La información se presenta en tablas. Después de describir las configuraciones epistémicas de cada sesión o conjunto de sesiones en las que se abordaron las mismas situaciones-problema, presentamos un apartado de comentarios o “Asuntos destacables”, en donde enunciamos algunas reflexiones que surgieron a partir del análisis de las configuraciones. Con las configuraciones docentes asociadas a las epistémicas hemos procedido de la misma manera: después de presentar en tablas el conjunto de configuraciones, hemos escrito nuestras reflexiones en un apartado de asuntos destacables.

IV.1 Trayectorias epistémicas y docentes implementadas por el profesor A

Algunos aspectos generales del desarrollo de las sesiones de clase impartidas por el profesor A, se resumen a continuación:

En la mayoría de las sesiones, el profesor comienza su clase pidiendo a los alumnos organizarse en equipos, escribe el título del tema en el pizarrón y les reparte un ejemplar de hojas de trabajo –que contienen un conjunto de situaciones-problema a resolver- a cada equipo. Posteriormente se acerca a varios equipos para monitorear el trabajo. Después de un tiempo asignado –cuando faltan aproximadamente 10 minutos para concluir la clase-, solicita la atención del grupo para hacer una puesta en común. Si identifica conflictos de significado comunes a varios alumnos durante el desarrollo del trabajo por equipos, el docente interrumpe la actividad y solicita la atención del grupo para resolver grupalmente los conflictos existentes.

Generalmente cada ejemplar de hojas de trabajo se aborda en dos sesiones consecutivas, razón por la cual la puesta en común de las primeras sesiones de cada contenido es muy breve, y realmente la discusión grupal que el profesor promueve en la puesta en común se desarrolla hasta la segunda sesión. Al finalizar el tema, se hace una sesión de cierre en la que ya no se trabaja en la resolución de problemas, sino que se realiza una discusión grupal sobre los procedimientos, proposiciones y argumentos de resolución que utilizaron los diferentes equipos; y se resuelven dudas que hayan surgido durante el proceso de estudio del tema.

El ambiente en clase es agradable, el profesor usa su sentido del humor con frecuencia.

En las siguientes tablas se presenta la descripción detallada de cada trayectoria. En la Tabla 1 se presentan las primeras cuatro configuraciones de la trayectoria epistémica 1. Las situaciones-problema son las que aparecen en las hojas de trabajo que el profesor proporcionó a los alumnos en la primera sesión, las cuales fueron resueltas y discutidas en las sesiones 1 y 2. En esas hojas de trabajo, aparece escrito lo siguiente: “Intenciones didácticas: que los alumnos identifiquen las variables que intervienen en una relación proporcional al resolver un problema.” Como veremos más adelante, estas intenciones didácticas no se corresponden con la propuesta de situaciones-problema planteadas.

TABLA 1. TRAYECTORIA EPISTÉMICA 1. CONFIGURACIONES 1 A 4.

Configuración epistémica 1 (sesiones 1 y 2)																											
			Objetos matemáticos primarios																								
<p>La siguiente tabla muestra algunas conversiones que se hicieron en una casa de cambio de diferentes países con respecto al peso</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>País</th> <th>Nombre de la moneda</th> <th>Cantidad en la moneda correspondiente</th> <th>Cantidad recibida en pesos mexicanos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Estados Unidos</td> <td>Dólar americano</td> <td>10</td> <td>129.40</td> </tr> <tr> <td>España</td> <td>Euro</td> <td>100</td> <td>1705.73</td> </tr> <tr> <td>Costa Rica</td> <td>Colones</td> <td>200</td> <td>5.12</td> </tr> <tr> <td>Brasil</td> <td>Reales</td> <td>120</td> <td>890</td> </tr> <tr> <td>Japón</td> <td>Yen</td> <td>150</td> <td>25.30</td> </tr> </tbody> </table> <p>María fue de viaje a Estados Unidos y de ahí viajó a Brasil, a su regreso cambió las monedas que le sobraron, 13 dólares americanos y 39 reales brasileños, ¿Cuántos pesos mexicanos recibió por los dólares americanos? ¿Y por los reales?</p>			País	Nombre de la moneda	Cantidad en la moneda correspondiente	Cantidad recibida en pesos mexicanos	Estados Unidos	Dólar americano	10	129.40	España	Euro	100	1705.73	Costa Rica	Colones	200	5.12	Brasil	Reales	120	890	Japón	Yen	150	25.30	<p>Situación - problema: convertir una cierta cantidad de dólares y una cantidad de reales brasileños a pesos, sin tener el valor unitario.</p> <p>Lenguajes: verbal y tabular.</p> <p>Procedimientos: división para conseguir el valor unitario y multiplicación posterior; redondeo de cifras con decimales.</p>
País	Nombre de la moneda	Cantidad en la moneda correspondiente	Cantidad recibida en pesos mexicanos																								
Estados Unidos	Dólar americano	10	129.40																								
España	Euro	100	1705.73																								
Costa Rica	Colones	200	5.12																								
Brasil	Reales	120	890																								
Japón	Yen	150	25.30																								

Configuración epistémica 2 (sesiones 1 y 2)

Completen la siguiente tabla para calcular cuántos pesos mexicanos se obtienen por 39 reales

Reales	Pesos mexicanos
120	
60	
10	
1	
39	

Los reales brasileños y los pesos mexicanos son cantidades directamente proporcionales.

¿Cuál es la constante de proporcionalidad, que permite convertir directamente los reales en pesos? _____

¿Qué significa que los reales y los pesos sean cantidades directamente proporcionales? _____

¿Pasará lo mismo entre los dólares americanos y los euros? _____

¿Por qué? _____

Situación - problema: llenar una tabla que induce hacia la construcción de los conceptos.

Conceptos emergentes: cantidades directamente proporcionales; constante de proporcionalidad.

Lenguajes: verbal y tabular.

Proposiciones: los reales brasileños y los pesos mexicanos son cantidades directamente proporcionales.

Procedimientos: división y multiplicación; obtener la mitad, la sexta parte, la décima parte de una cantidad; obtener el valor unitario; redondear números con cifras decimales.

Se promueve el proceso de generalización. Se promueve la argumentación.

Configuración epistémica 3 (sesiones 1 y 2)

Si llamamos “X” a la cantidad de reales que tenemos y “Y” a la cantidad de pesos que obtenemos, ¿cómo podríamos representar algebraicamente la relación de estas dos cantidades y su constante de proporcionalidad? _____

Utilicen la expresión algebraica que encontraron para hacer conversiones de reales a pesos

Reales (x)	Procedimiento	Pesos (y)
5		
12		
25		
37		
45		

Situaciones - problemas: encontrar una forma de representar algebraicamente una relación directamente proporcional y utilizar esa expresión algebraica para encontrar el valor de Y correspondiente a un valor de X dado.

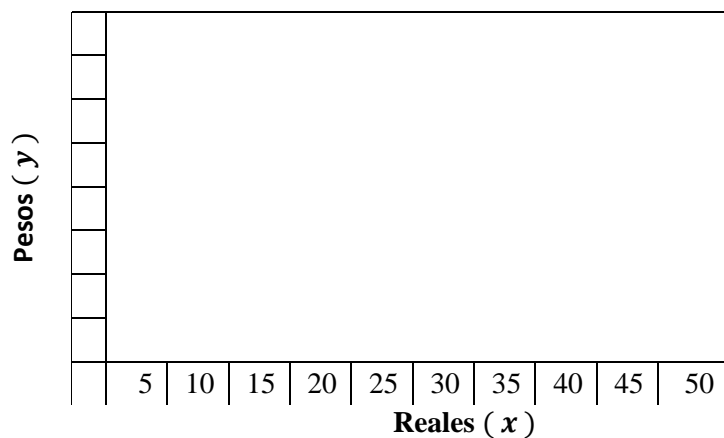
Lenguajes: verbal, tabular, algebraico (variables, signo de igualdad, de suma y resta).

Conceptos: relación entre dos cantidades; constante de proporcionalidad.

Procedimientos: multiplicación de números con decimales, redondeo de cifras con decimales.

Configuración epistémica 4 (sesiones 1 y 2)

Conversión de Reales a Pesos



Situación - problema: -Sin consigna explícita- realizar la gráfica que representa la relación entre dos cantidades directamente proporcionales.

Lenguajes: verbal, algebraico y gráfico.

Procedimientos: multiplicaciones para obtener las coordenadas y para los distintos valores de x ; asignar escala en el eje y ; localización de puntos en un plano; estimación.

Cabe señalar que las acciones solicitadas a los estudiantes modifican la propuesta de construcción del conocimiento matemático en juego, pues se hace necesario que se dedique tiempo a discutir otros objetos matemáticos: redondeo de decimales, decimales periódicos y no periódicos. Esto se mostrará con más detalle en la trayectoria docente.

Asuntos destacables:

a) Se parte de una situación problema en un contexto no matemático, sin embargo se desaprovecha la oportunidad de conectar dicho contexto con otras áreas del conocimiento (por ejemplo, ubicación de los países de los cuales se habla, qué otras monedas conocen, presentar imágenes de las monedas, preguntar si conocen una casa de cambio, etc.). Como veremos más adelante, el desconocimiento del contexto hizo más difícil para los alumnos trabajar con la moneda *real brasileño* que con la moneda *dólar*, que les resultaba mucho más familiar.

b) Se promueve el uso de diferentes lenguajes a lo largo de las configuraciones, dado que aparecen tablas, gráficas, expresiones algebraicas, pero no hay un esfuerzo de promoción de las conversiones entre dichos lenguajes. Se advierten momentos donde se podría esperar la promoción de las conversiones pero se desaprovecha la oportunidad de conectar unos lenguajes con otros. Es decir no hay un esfuerzo sistemático para promover la conversión.

c) En el caso particular de la gráfica (configuración epistémica 4) hay descuidos en la presentación: no hay consigna, el eje Y no presenta escalas, el valor cero está ausente.

d) Las consignas con frecuencia no son claras y no promueven eficazmente la resolución de problemas de manera autónoma, ya que la manera en que están planteadas conllevan a saltos bruscos hacia los objetos matemáticos que se pretende que emerjan durante el proceso de estudio. Por ejemplo, en la configuración epistémica 2, se plantea la proposición: “*Los reales brasileños y los pesos mexicanos son cantidades directamente proporcionales*”. Después se da un salto hacia la constante de proporcionalidad: *¿Cuál es la constante de proporcionalidad, que permite convertir directamente los reales en pesos?* y luego se pide argumentar el significado de una relación de proporcionalidad directa: *¿Qué significa que los reales y los pesos sean cantidades directamente proporcionales?*

e) La articulación de las configuraciones epistémicas tiene algunas debilidades. Por ejemplo, en la configuración 1 no se solicita al estudiante describir el procedimiento, lo cual conduciría de manera más directa a la emergencia de los objetos “cantidades directamente proporcionales” y “constante de proporcionalidad” que aparecen en la configuración 2. El salto hacia estos objetos aparece de manera desarticulada, como si no existiera relación con las consignas anteriores. Por otro lado, en la configuración 3, la consigna solicita al estudiante explicitar el procedimiento, pero en este momento únicamente se promueve la ejercitación aritmética; por lo que ya no resulta provechoso

describir el procedimiento. Y, más aun, la tabla que se pide al estudiante llenar no tiene relación con la consigna siguiente, que solicita la elaboración de una gráfica. Así, las configuraciones 3 y 4 también están desarticuladas entre sí.

f) La hoja de trabajo de los estudiantes contiene información que no es útil para los fines didácticos que se persiguen (Contenido, intenciones didácticas).

g) La intención didáctica declarada no se corresponde con las posibilidades que da la actividad propuesta a los alumnos, ya que los objetos matemáticos que se pretende que emerjan (según lo que se declara en la intención didáctica) no aparecen a lo largo de la actividad y; por el contrario, hay varios objetos matemáticos que pueden emerger explícitamente de la actividad y que no han sido declarados en las intenciones didácticas.

El profesor mencionó a la investigadora que las actividades de las hojas de trabajo fueron una adecuación de una secuencia de actividades contenida en un libro de texto para telesecundaria, cuyo título y nombre del autor no recuerda. Explicó que a la actividad que venía en el libro, le actualizó los valores de las divisas y “le agregó una gráfica” (configuración 4). Podemos ver entonces que –aunque no escribió consigna en la configuración 4-, el profesor está promoviendo el uso de diferentes lenguajes - registros de representación-, y que no se enfoca exclusivamente a tratar los contenidos curriculares, que en esta etapa plantea únicamente el análisis de la representación algebraica de una relación de proporcionalidad.

Ahora presentamos las configuraciones docentes asociadas a las epistémicas que acabamos de describir.

TABLA 2. TRAYECTORIA DOCENTE 1. CONFIGURACIONES 1 A 4.

Trayectoria docente 1	
Configuraciones docentes (sesiones 1 y 2)	
Sesión	Descripción de las acciones del docente
1	Escribe en el pizarrón el tema “Relación proporcional”. Pide que se formen equipos y reparte a cada uno dos hojas de trabajo con situaciones-problema a resolver. No da ninguna introducción al contexto en el que se insertan las situaciones-problema.
1	Deja a los equipos trabajar de manera libre en las situaciones-problema.
1	Recorre algunos equipos para ver la manera en que están abordando los problemas y para resolver dudas. No se acerca a todos los equipos, acude principalmente a los que lo llaman para hacerle alguna pregunta. Se percata de que algunos alumnos no están trabajando en la actividad, pero no insiste en involucrarlos.

1	Se percata de las confusiones de algunos alumnos, principalmente en relación a los objetos “cantidades directamente proporcionales” y “constante de proporcionalidad”. Aclara a todo el grupo que más adelante, en la puesta en común, posiblemente se resolverán sus dudas.
1	Después de aproximadamente 30 minutos de iniciado el trabajo por equipos, el profesor lo interrumpe y solicita la atención del grupo para hacer una breve puesta en común que atienda las dudas generales que se han presentado.
1	Explica la problemática planteada en la configuración epistémica 1.
1	Ante la pregunta de un estudiante, pide que se le permita en ese momento continuar con su estrategia de conducción.
1	Indaga si hubo dificultades para contestar las preguntas de la configuración epistémica 1, motivando la participación de los alumnos.
1	Ante el conflicto expresado por un alumno con relación al contexto extra matemático en el que se inserta la situación-problema 1, la discusión toma otra dirección y el docente acaba promoviendo el uso de la calculadora.
1	Retoma la línea inicial de conducción de la puesta en común, preguntando a los alumnos qué estrategia siguieron para resolver las consignas de la configuración epistémica 1, y qué dificultades tuvieron.
1	Trata de incorporar en la discusión a una alumna que parece distraída; para ello le pregunta sobre la estrategia seguida por su equipo. Ante la falta de respuesta, el docente reprueba su actitud de escaso involucramiento en la actividad didáctica.
1	Una alumna interviene para explicar el procedimiento llevado a cabo por su equipo. El docente valida la intervención y promueve la participación del resto del grupo en torno a lo que enunció la compañera.
1	Remarca las diferencias de participación de los estudiantes que se involucraron en el trabajo por equipos frente a aquellos que no lo hicieron.
1	Pide al grupo tratar de terminar de resolver la secuencia para el día siguiente, en que se continuará con la puesta en común. Al equipo que declaró haber terminado, le pide comparar las estrategias y procedimientos con sus compañeros de otros equipos.

2	Escribe en el pizarrón el tema “relación proporcional”.
2	Retoma las situaciones planteadas la sesión anterior. Explica que se comentarán algunos aspectos de los problemas que se están resolviendo, y después se reunirán en equipos para continuar contestando las consignas de las hojas de trabajo.
2	Hace una larga pausa mientras intenta instalar un cañón y proyector. Mientras tanto, interviene en la conversación de los alumnos (sobre el problema de higiene que se ha presentado en el grupo).
2	Ante las dificultades técnicas que se presentan, abandona el intento de utilizar el cañón y proyector y dirige sus acciones hacia la discusión de los procedimientos de resolución de la última consigna de la hoja de trabajo 1 del día anterior (configuración epistémica 2).
2	Solicita a una alumna (a quien se dirige con frecuencia) leer la consigna.
2	Retoma la discusión de la sesión anterior sobre los procesos de resolución llevados a cabo por los equipos. Recupera las intervenciones de algunos alumnos que mencionaron que el procedimiento utilizado fue “dividir y multiplicar”.
2	Escribe en el pizarrón la tabla reales-pesos mexicanos (configuración epistémica 2).
2	Ante la pregunta de una alumna sobre el por qué el número 1 aparece en la consigna resaltado y con un tamaño mayor al de los otros números, el docente elogia la intervención y especifica que se aclarará más adelante.
2	La alumna a quien solicitó leer la consigna hace notar al profesor que éste ha cometido un error de redacción en las hojas de trabajo. El docente simplemente asiente.
2	Resalta el procedimiento seguido por un equipo la sesión anterior. Lo contrasta con el procedimiento llevado a cabo por otros equipos y remarca que con ambos procedimientos se llega al mismo resultado.
2	Trata de involucra al resto de los alumnos planteando preguntas al grupo en general.
2	Enfatiza la relación entre las cantidades (que los alumnos determinen si se trata de la décima parte, la sexta parte, etc.).
2	Promueve el uso de la calculadora para encontrar el resultado de las divisiones que se están realizando.
2	Percibe la dificultad que presenta un alumno para enunciar el resultado que obtuvo en la calculadora, ya que tiene cifras decimales.

2	Menciona el procedimiento realizado por otro alumno que no utilizó la calculadora.
2	Retoma la pregunta de la estudiante sobre el por qué el número 1 está escrito en un tamaño mayor al resto de los números (configuración epistémica 2). Aclara que con anterioridad “no quiso” detenerse a resolver esta duda. Incita al grupo a elaborar argumentos sobre la razón de que el número 1 esté escrito en un tamaño mayor.
2	Valida las respuestas que dan los alumnos, se enfoca en hablar de la utilidad de conocer el valor unitario para calcular con mayor facilidad las otras cantidades.
2	Pasa a la discusión de la hoja de trabajo 2. Pide a una alumna –a la que hizo la observación sobre el tamaño del número 1- leer la consigna.
2	En la lectura se evidencia el error de redacción que ya se le había hecho notar con anterioridad. El docente lo reconoce de manera cómica.
2	Menciona ante al grupo una duda expresada por una alumna la sesión anterior, ausente en esta sesión, respecto a la consigna que acaba de ser leída.
2	A través de plantear preguntas al grupo, lleva a cabo una institucionalización sobre el significado de la constante de proporcionalidad.
2	Ante las intervenciones de varios alumnos sobre la cantidad de cifras decimales que se obtiene al realizar el cálculo con la calculadora, se percata de la existencia de un conflicto semiótico (cantidad de decimales que “puede” tener un número). Para resolver el conflicto, plantea preguntas al grupo.
2	Retoma la discusión sobre la constante de proporcionalidad.
2	Más alumnos expresan sus dudas sobre la cantidad de cifras decimales que hay que tomar en consideración, así que el docente opta por hablar de los decimales periódicos, aclarando al grupo que se desviará un poco del objetivo de la secuencia didáctica.
2	Retoma la pregunta sobre lo que significa que dos cantidades sean directamente proporcionales.
2	Valida la intervención de los alumnos que aportan sus conjeturas sobre lo que significa que dos cantidades son directamente proporcionales.
2	Pasa a la siguiente consigna –la de la representación algebraica-, pidiendo que algún estudiante la lea en voz alta.
2	Pide a una alumna que interviene con mucha frecuencia enunciar nuevamente lo que expresó la sesión anterior en relación a esta consigna. Pregunta al grupo si están de

	acuerdo con el resultado al que llegó la compañera y si alguien tiene una idea distinta.
2	Contrasta las intervenciones de diferentes alumnos.
2	Ante la discusión entre los estudiantes sobre la diferencia de dividir un número a entre un número b y dividir el número b entre el a , el docente lleva a cabo la institucionalización.
2	El docente deja que los alumnos contrasten los procesos que están llevando a cabo para encontrar la expresión algebraica, solamente funge como guía durante la discusión grupal.
2	Resurge la discusión sobre el número de cifras decimales que hay que tomar en consideración. El docente menciona que pueden redondear las cifras.
2	Al final asigna un tiempo breve para tratar el tema de la organización de la festividad que el grupo ha organizado para llevarse a cabo el último día de esa semana.

Asuntos destacables:

Vemos que el profesor:

a) Trata de que los alumnos lleguen por sí mismos a la solución de los problemas que les plantea. Ante las preguntas que hacen los alumnos con frecuencia pidiendo la validación del profesor, éste no da una respuesta categórica. “*Si esa es tu respuesta, puedes manejarla*”.

b) No da ninguna introducción al contexto, lo cual provoca la aparición de dificultades debido a la presencia de términos desconocidos o poco familiares para los estudiantes. Esto lo vemos ejemplificado en el uso de la moneda brasileña, cuando el profesor pregunta a los estudiantes si tuvieron alguna dificultad para resolver la primera consigna (configuración epistémica 1) y uno de los alumnos responde que tuvo confusión con la conversión de esa moneda, no siendo así en el caso de la conversión dólares-pesos:

Profesor: bueno, la pregunta sería... ¿tuvimos alguna dificultad para poder contestar correctamente esta pregunta? a ver por acá...

Enrique: pues que...

Martín (del mismo equipo): no sabíamos cuáles eran los ... realitos

Profesor: ¿cómo?

Martín: los reales, pues

Profesor: ¿no sabías cómo eran? ¿a qué te refieres con que no sabían cómo eran los reales?

Carmen (de otro equipo): no sabía dividirlos [risa del grupo]

Martín: no sabemos dividirlos.

Profesor: ah ¿no saben dividirlos?

Varios: aaaaaaaahhhhhh

Profesor: ¿estás repitiendo lo que dice Carmen o es problema de ustedes?... bueno, a lo mejor en este momento te puedo entender que no sepas dividir pero... ¿traes calculadora?

Martín: no

Martín: también pues es el problema

Profesor: ah, entonces tenemos dos problemas, no saber dividir y no traer calculadora.

Hay que resolver cuando menos uno de esos dos problemas ¿sale?

Profesor: Espero tu calculadora entonces.

Los alumnos de este equipo habían resuelto ya el problema de convertir los dólares a pesos. Vemos por lo tanto que un contexto desconocido puede causar confusión en los estudiantes. Aunque el mismo procedimiento sea útil para responder las dos preguntas ¿cuántos pesos recibió por los dólares? ¿y por los reales?, se observa mayor dificultad para trabajar con los reales, ya que la moneda del dólar les resulta más familiar y su uso es más común.

c) El profesor reorienta la actividad al percatarse de las dificultades generales que están surgiendo durante el trabajo en equipos. Originalmente la sesión estaba planeada para destinarse enteramente a la actividad por equipos, pero el profesor recondujo su estrategia con base en las necesidades del grupo, decidiendo hacer una puesta en común al percatarse de las dudas y conflictos que estaban surgiendo en los equipos.

d) A través del recurso de hacer preguntas, promueve la participación de los alumnos y la contrastación de estrategias y procedimientos de resolución llevados a cabo por los diferentes equipos.

e) Identifica dificultades que presentan los alumnos, los anima a expresarlas ante el grupo y promueve que en una discusión grupal se expresen argumentos que permitan validar o invalidar los procedimientos propuestos. Esta estrategia es explicitada por el profesor a los alumnos:

Profesor (a A2): ¿tú te confundiste, verdad?

A2: sí

Profesor: Ahorita vamos a ver las dudas que tuviste y a ver si con lo que digan tus compañeros le podemos abonar un poquito.

f) El docente pretendió utilizar un recurso tecnológico (cañón y proyector) pero por cuestiones técnicas no lo logró. En una conversación posterior, al preguntarle acerca de las intenciones que pretendía alcanzar con el uso del recurso, respondió que era “*para no estar escribiendo todo*”. No manifestó alguna intención didáctica con relación a su uso.

g) Durante el trabajo en equipos, había estudiantes que no estaban involucrados en el trabajo con sus compañeros. El profesor no realizó alguna acción al respecto. Durante la

discusión grupal, promovió la participación de varios alumnos, haciendo preguntas a todo el grupo y animando a distintos alumnos a responder. Como se verá en las siguientes configuraciones, hay una pequeña cantidad de alumnos (principalmente mujeres) a quienes les solicita intervenir en casi todas las clases, ya sea para leer alguna consigna en la puesta grupal o responder a algún cuestionamiento.

h) En la puesta en común no se terminaron de discutir los procesos de resolución de todas las consignas de las hojas de trabajo. La última configuración epistémica, en donde se promueve el lenguaje gráfico, no fue abordada en ninguna sesión. En una conversación posterior con la observadora, afirmó que a los alumnos “*no les gustan, no les interesan las gráficas*”.

Configuraciones epistémicas 5 a 9.

La siguiente sesión de clase (sesión 3), el profesor proporcionó nuevas hojas de trabajo a los alumnos, con situaciones-problema que trabajaron esa sesión y la siguiente. La Tabla 3 presenta las configuraciones que se desarrollaron en esas sesiones.

TABLA 3. TRAYECTORIA EPISTÉMICA 1. CONFIGURACIONES 5 A 9.

Configuración epistémica 5 (sesiones 3 y 4)											
	Objetos matemáticos primarios										
<p>Escribe la relación entre el precio a pagar representado por y y el precio por cada pluma, 8 pesos, si el número de plumas está representado por x.</p> <p>_____</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de plumas (x)</th> <th>Precio a pagar (y)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Cuál será el precio total de 7 plumas? _____</p>	Número de plumas (x)	Precio a pagar (y)	1	8	2	16	3		4		<p>Situaciones - problemas: representar algebraicamente una relación directamente proporcional conociendo el valor de la constante de proporcionalidad; utilizar esa expresión para encontrar el valor de y correspondiente a un valor de x.</p> <p>Lenguajes: verbal, tabular y algebraico (variables).</p> <p>Procedimientos: multiplicaciones para encontrar el valor de y dado el valor de x.</p>
Número de plumas (x)	Precio a pagar (y)										
1	8										
2	16										
3											
4											

Configuración epistémica 6 (sesiones 3 y 4)

Objetos matemáticos primarios

El señor Felipe decidió poner una fabriquita de plumas e hizo un estudio de las máquinas y los costos de producción llegando a las siguientes conclusiones:

El costo de producir plumas incluye la compra de una máquina especial que cuesta \$ 4 800; además, para la elaboración de cada pluma se requiere de plásticos, tintas y otros materiales con un costo de \$2 por pluma.

Observa que: Costo total = Costo inicial + Costo variable

Costo total de producir 3 plumas = $4800 + 3(2) =$ _____

Costo total de producir 17 plumas = $4800 + 17(2) =$ _____

Encuentra el costo total y de producir x plumas. _____

Calcula el costo total de producir 1000 plumas. _____

Si las plumas se venden en \$7 cada una, ¿cuál es la utilidad del productor si vende 1000 plumas? Observa que:

Utilidad = Precio de venta – Costo total _____

Situaciones – problemas: escribir una expresión algebraica que represente una relación funcional de la forma $y = kx + a$; encontrar el valor de y para un valor x dado; calcular la utilidad de venta de un producto.

Conceptos emergentes: relación funcional; utilidad de venta de productos; costo variable –los dos últimos son conceptos propios del contexto-.

Lenguajes: verbal y algebraico (variables, signo de igualdad, de suma y resta, de multiplicación –paréntesis-).

Proposiciones: Observa que: costo total = Costo inicial + Costo variable; utilidad = Precio de venta – Costo total.

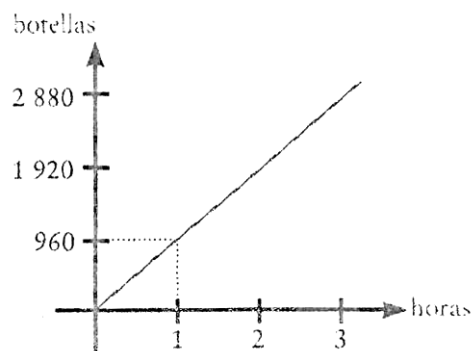
Procedimientos: multiplicaciones y sumas; sustitución de un valor x en una expresión algebraica para obtener el valor y correspondiente.
Se promueve la generalización.

Configuración epistémica 7 (sesiones 3 y 4)	
	Objetos matemáticos primarios
<p>En una compañía refresquera quieren comprar una máquina de lavado de botellas. Para decidir qué maquinaria comprar, los dirigentes de la compañía observan el funcionamiento de una máquina mientras trabaja y se preguntan: ¿cuántas botellas lava en una hora?</p> <p>No pasan ni cinco minutos cuando uno de los dirigentes de la compañía contesta: “Alrededor de 960 botellas”.</p> <p>¿Cómo crees que lo hizo?</p> <hr/> <hr/>	<p>Situación – problema: identificar un procedimiento empleado para obtener un valor en una relación directamente proporcional.</p> <p>Lenguajes: verbal.</p> <p>Procedimientos: multiplicación.</p>

Configuración epistémica 8 (sesiones 3 y 4)

Objetos matemáticos primarios

Por cierto, cuando los dirigentes llegaron al despacho de ventas de la fábrica donde se producen las máquinas, vieron en la pared una gráfica como la que aparece abajo. Observa la gráfica, ¿cuántas botellas lava la máquina en 2 h? _____



Completa la tabla

horas (x)	botellas (y)	Relación entre x, y
1		
2		
3		

Si denotamos por x el número de horas y por y el número de botellas lavadas, indica cuál es la relación entre x, y .

Situaciones – problemas: leer información de una gráfica que representa una relación directamente proporcional; conversión de lenguaje gráfico a tabular – para lo cual hay que encontrar los valores de y para un valor x dado-; escribir la expresión algebraica que relaciona las variables x, y .

Conceptos (emergentes): constante de proporcionalidad; relación funcional.

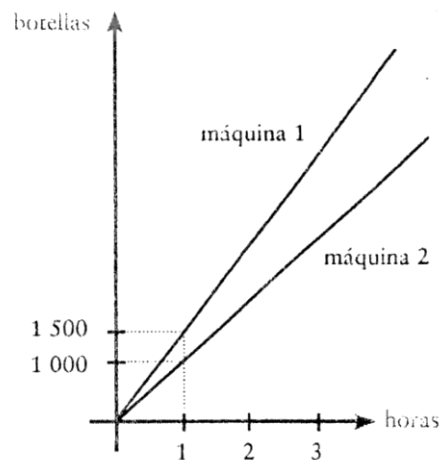
Lenguajes: verbal, gráfico, tabular y algebraico (variables).

Procedimientos: leer las coordenadas de los puntos de una gráfica en un plano.

Configuración epistémica 9 (sesiones 3 y 4)

Objetos matemáticos primarios

Pasó el tiempo y un vendedor les hizo una oferta sobre una máquina usada y una máquina nueva más moderna. Les enseñó la gráfica que aparece a la derecha.



Repasa con rojo la gráfica que creas que represente la máquina usada y con azul la que represente la nueva.

Explica tu elección.

Situaciones-problemas: interpretar información de una gráfica (identificar el rendimiento de distintas máquinas a través de una gráfica); identificar la escala y las coordenadas de los puntos que conforman la gráfica; identificar la relación entre dos variables; comparación de dos gráficas que representan relaciones de proporcionalidad directa; escritura de la expresión algebraica que representa una relación de proporcionalidad directa.

Conceptos (emergentes): función lineal; rectas con distinta pendiente; rendimiento de una máquina –propio del contexto.

Lenguajes: verbal, gráfico, tabular, algebraico (variables, signo de igualdad, representación de una constante, coordenada (0,0)).

Proposiciones: La gráfica de $y = kx$ es una recta que pasa por el origen (0,0) y es una **función lineal**.

Procedimientos: lectura de las coordenadas de los puntos que componen una gráfica; análisis de dos gráficas que representan relaciones de proporcionalidad –rectas con distinta pendiente-; completar una tabla que representa una relación de proporcionalidad, encontrando el valor de y que corresponde a un valor de x dado.

Completa la tabla, correspondiente a la máquina 2.

horas (x)	botellas (y)	Relación entre x, y
1		
2		
3		

Si x denota las horas y y el número de botellas, escribe la relación que existe entre x y y para la máquina 1. _____

Cápsula: la gráfica de $y = kx$ es una recta que pasa por el origen (0,0) y es una **función lineal**.

Se promueve la argumentación.

Asuntos destacables:

a) Se parte de situaciones-problema en contextos no matemáticos, pero dichos contextos -fabricación de plumas y máquinas de lavado de botellas- resultan poco familiares para los estudiantes.

b) Se promueve el uso de diferentes lenguajes (hay tablas, gráficas, expresiones algebraicas) y la conversión de unos a otros. La tabla inicial (configuración 5) aparentemente no tiene conexión con el resto de las consignas, pero se puede ver que puede jugar un papel en la conversión entre lenguajes, pues el estudiante puede determinar a partir de esa tabla la relación entre las variables.

c) Se fomentan procesos matemáticos como la generalización. Por ejemplo, en la configuración 6 se presentan dos ejemplos de cálculo de costo total y después aparece la consigna de obtener la expresión general, para luego calcular con la expresión encontrada, otro dato más.

d) La selección de la secuencia didáctica –extraída íntegramente de un libro de texto para primero de secundaria que sigue la organización curricular del Plan de estudios 2006-, resulta adecuada para el estudio de las relaciones funcionales pero no para el estudio de la proporcionalidad, que es lo que establece el programa curricular en el bloque III. La secuencia didáctica no promueve el hacer una diferenciación entre las relaciones de proporcionalidad directa y las relaciones funcionales. No se promueve la emergencia de objetos que guíen al estudiante a identificar a las relaciones de proporcionalidad como caso particular de las funciones.

Configuraciones docentes 5 a 9.

TABLA 4. TRAYECTORIA DOCENTE 1. CONFIGURACIONES 5 a 9

Trayectoria docente 1	
Configuraciones docentes (sesiones 3 y 4)	
Sesión	Descripción de las acciones del docente
3	Escribe en el pizarrón el tema “relación funcional”.
3	Pide a los alumnos reunirse en equipos (no son los mismos equipos que en las sesiones anteriores), les entrega una hoja de trabajo a cada equipo y los deja trabajar de manera libre, sin dar alguna introducción al contexto.
3	Da vueltas por los equipos que lo van llamando y resuelve dudas. No les responde categóricamente las preguntas, sino que los va guiando –por medio de interrogantes- a la comprensión de la situación planteada y a que se vayan acercando a la solución.
3	Después de aproximadamente 9 minutos, solicita la atención de todo el grupo para aclarar dudas comunes que ha percibido durante el trabajo en equipos. Pide a un alumno leer en voz alta la primera consigna.
3	Indaga qué idea asocian los alumnos a la palabra <i>relación</i> . Menciona que el término se asocia a una de las cuatro operaciones básicas.
3	Explicita que las palabras “relación entre” se asocian a una división, a un cociente de cantidades.
3	Menciona que una alumna ha detectado un patrón en las cantidades que conforman la tabla (configuración epistémica 5). Anima al alumno a que explique su razonamiento a todo el grupo (que si se multiplica por 8 los números de la columna de la izquierda de la tabla, se obtienen los números de la columna derecha).
3	A través de preguntas, guía a la alumna a que explicita que la división (y no la multiplicación) de las cantidades da como resultado siempre el mismo número.
3	Después de las intervenciones de varios alumnos, el docente enfatiza que ese número se trata de “ <i>la constante</i> ”.
3	Pasa a la siguiente situación problema.
3	Pregunta a qué se refiere el costo inicial y el costo variable.
3	A través de preguntas encamina a los estudiantes a la comprensión de por qué existe un costo inicial y uno variable.
3	Pide continuar con la actividad en equipos.
3	Supervisa que los alumnos se reincorporen al trabajo con sus equipos.
3	Después de 9 minutos, pide a los estudiantes acomodar las bancas, da una indicación con relación a la celebración que está organizando el grupo y da por concluida la clase.

4	El profesor escribe en el pizarrón “Relación proporcional. Problema 1 → Las plumas Problema 2 → Los refrescos”.
4	Pide que continúen el trabajo en equipos que comenzaron la sesión anterior. Ahora trabajarán en la actividad “Los refrescos”.
4	Da vueltas por algunos equipos, aclarando dudas. En uno de los equipos resalta que la consigna de la actividad dice que en 5 minutos el dirigente de la fábrica ya tenía contestada la pregunta, no que en 5 minutos la máquina lavó cierta cantidad de botellas. Pone en evidencia que la pregunta a responder es ¿cuántas botellas lava la máquina en una hora?
4	En otro de los equipos, el docente guía el trabajo de los alumnos, induciéndolos a través de preguntas, a que determinen el número de botellas que lava la máquina en un periodo corto de tiempo y ese resultado lo multipliquen por el tiempo total (una hora).
4	El profesor se percata de que un equipo ya está trabajando en la configuración epistémica 4, mientras que los otros van en la 2.
4	Después de aproximadamente 14 minutos, el docente solicita la atención de todos al frente (puesta en común). Pide a una alumna leer la primera consigna.
4	Pregunta al grupo si se ha comprendido el problema. Ante la respuesta negativa de algunos alumnos, pide a uno de ellos tratar de explicar la situación que plantea el problema.
4	Ante una interpretación errónea de los datos del problema por parte del estudiante, el docente deja que el resto del grupo se percate del error.
4	Un alumno se percata y dice que la interpretación realizada por su compañera es incorrecta, entonces el profesor le pide explicar el razonamiento que siguió.
4	Valida la intervención del alumno con un “ <i>tal vez, ¿verdad?</i> ”
4	El mismo alumno se adelanta a la siguiente consigna, pero el profesor lo frena y permanece en la misma discusión. “ <i>la gráfica nos da para otra hora, estamos con esto</i> ”
4	Sale a flote la confusión del dato de los 5 minutos. El profesor explica lo que plantea la situación-problema.
4	Pide a un alumno explicar la estrategia que siguió su equipo (equipo B) para resolver el problema.
4	Valida la intervención. Pide a otro equipo (equipo C) explicar al grupo la estrategia que siguieron, con el fin de sacar a la luz un conflicto semiótico que el docente detectó durante el trabajo por equipos.
4	Ante la afirmación de un alumno de que el procedimiento realizado por los equipos B y C es igual, el profesor lo cuestiona y pide a un alumno del equipo C enunciar paso por paso el procedimiento que llevaron a cabo.

4	El profesor se percata de que el alumno duda, pero lo anima a proseguir.
4	El docente pone en evidencia la existencia del conflicto semiótico (en lugar de multiplicar por 60 el número de botellas que la máquina lava en un minuto, para de esta manera obtener la cantidad que lava en una hora, algunos alumnos multiplicaron solamente por 59, utilizando el argumento de que ya se tiene la cantidad de botellas que la máquina lavó en el primer minuto).
4	El profesor deja que los alumnos contrasten sus concepciones en una puesta grupal.
4	Lleva a cabo la institucionalización para resolver el conflicto, aclarando que dos equipos procedieron de manera errónea al multiplicar la cantidad de botellas por 59 y no por 60. Valida la intervención de un alumno que afirmó que daría el mismo resultado únicamente si al resultado de multiplicar por 59 se le suma la cantidad de botellas que lavó en el primer minuto.
4	Retoma la intervención del alumno del equipo B sobre la estrategia seguida para resolver el problema. Aclara que es un procedimiento correcto.
4	Pide al equipo D (del que se había dado cuenta de que procedieron de manera inversa, es decir, partiendo del resultado encontraron el dato inicial), explicar al grupo la estrategia seguida. Evidencia ante el grupo que el procedimiento realizado es correcto matemáticamente pero no responde a la tarea que plantea la situación-problema; aclara que los alumnos procedieron de manera inversa (teniendo el resultado de la cantidad de botellas que lava en una hora, ellos calcularon las que lava en un minuto), debido a que <i>“tal vez su prioridad era otra”</i> . Especifica que dos equipos llevaron a cabo el mismo proceder y comenta <i>“Es muy interesante eso”</i> .
4	Ante la duda de un alumno sobre si el procedimiento de resolución empleado por ella es correcto o no, el profesor explica el procedimiento al grupo.
4	Una alumna asocia la problemática en cuestión con el tema de proporcionalidad directa. El docente valida la intervención y le pregunta en dónde observó la proporcionalidad.
4	Varios alumnos responden y el profesor se queda con respuestas escuetas como <i>“en un minuto”</i> o <i>“en el otro minuto también”</i> . No hace mayor hincapié en el tema de proporcionalidad y continúa abordando el procedimiento seguido por el estudiante mencionado (calcular el número de botellas que la máquina lava en 5 minutos).
4	Plantea preguntas al grupo con la intención de que vean que se puede resolver de esa manera, calculando la cantidad que lava en 5 minutos y luego multiplicando ese resultado por 12 para obtener la cantidad que lava en una hora.
4	Retoma el planteamiento de una de las alumnas. Sin mencionar la palabra “proporcionalidad”, explica que es importante la suposición que hace la alumna de que la cantidad de botellas que lava en un minuto es la misma que la que lava en otro minuto, y en el siguiente, y así sucesivamente. Combina las intervenciones de las alumnas y las valida. No menciona el hecho de que la consigna del problema dice: <i>“no pasan ni cinco minutos...”</i> .
4	Solicita al grupo que de tarea terminen de resolver el problema.

Asuntos destacables:

a) La intervención del profesor que conducía a la asociación de la palabra “relación” con la operación de dividir, no fue muy acertada, pues en un proceso de estudio sobre relaciones funcionales, la palabra puede asociarse a diferentes operaciones.

b) Ante la situación presentada por el equipo que procedió de manera inversa en la resolución de un problema, el profesor no hizo hincapié sobre la problemática que podría presentarse.

c) No se completó la puesta en común de la situación- problema “Las plumas”. Es de destacar que el docente se apega a cumplir con los tiempos establecidos en la organización curricular; la calendarización de contenidos planeada con meses de antelación se correspondió con los tiempos en que se llevó a cabo la ejecución real. Podemos ver que en ocasiones opta por continuar con el programa de estudios aunque no se haya completado la puesta en común de los procesos de estudio desarrollados.

d) El profesor resalta la importancia de verificar primero si se ha comprendido la situación planteada en los problemas, antes de pensar en la utilización de un algoritmo. Lo vemos ejemplificado en una de sus intervenciones:

Te quiero dar la oportunidad de que pesques el hilo de lo que nos vas a comentar, pero primero que nada eh... me gustaría preguntarles si entendimos la situación del problema, si comprendimos la información que nos está dando estos dos pequeños párrafos.

e) Durante el trabajo en equipos, se acerca casi únicamente a los equipos que lo llaman para hacerle alguna pregunta. Aunque se da cuenta que hay equipos que no están trabajando, no insiste en que lo hagan.

f) En las puestas en común, promueve la contrastación de estrategias y procedimientos de resolución seguidos por los diferentes equipos. Cuando se presentan conflictos semióticos, realiza la regulación a través de preguntas, promoviendo que sean los estudiantes los que validen o descarten argumentos y procedimientos.

g) Toma muy en cuenta las intervenciones de los alumnos, tanto las matemáticamente correctas como las erróneas; saca provecho a las intervenciones, utilizándolas como medio para sacar a la luz dudas y luego resolverlas, a través de argumentos expresados por los estudiantes. Fortalece la confianza de los alumnos en sus razonamientos, a través de frases como: “*compártenos, Enrique*”, o “*es muy interesante lo que dice Marina ahí*”.

h) Hay 4 alumnas que intervienen en casi todas las sesiones de clase, para responder los cuestionamientos del profesor o para preguntar dudas. El profesor se dirige con

frecuencia a estas estudiantes, desde el inicio de las puestas en común para pedirles que lean en voz alta las consignas. También recurre a ellas cuando ningún alumno contesta a alguna pregunta que él ha planteado a todo el grupo. En cierta manera, estas alumnas actúan como “pivote” en el desarrollo de la clase. Las intervenciones de algunos alumnos sentados en la parte de atrás del salón, a veces no son escuchadas por el profesor, pero éste presta atención a los gestos y expresiones no verbales, animándoles a expresar sus dudas.

i) Sus intervenciones no son categóricas, responde con frecuencia con frases como: “*tal vez, ¿verdad?*” o “*Podría ser... qué interesante lo que está diciendo Liliana ahí...*”.

j) Es de notar que en todas las sesiones el profesor sólo reparte un ejemplar de hojas de trabajo a cada equipo. No solicita a los alumnos que escriban los problemas en el cuaderno. En varias ocasiones, pudimos observar que los alumnos que se llevaron consigo las hojas de trabajo resueltas fueron los mismos, y coincidía con que eran estudiantes de alto aprovechamiento académico. Algunas alumnas manifestaron que le sacarían fotocopias a los ejercicios resueltos para que cada integrante del equipo pudiera tener un ejemplar de los problemas para poder estudiarlos para el examen. Otro equipo manifestó que el trabajo que hacían en la escuela era suficiente, no mencionaron la intención de escribir los problemas y su resolución en sus cuadernos, o de sacarles fotocopia. El profesor otorga entonces la responsabilidad a los alumnos de que se encarguen de tener en sus cuadernos el trabajo matemático realizado, no lo plantea como obligatorio.

Como ya se mencionó, las sesiones de observación fueron más de las que reportamos en este trabajo. Aunque no describiremos las trayectorias implementadas en esas sesiones, sí mencionaremos algunos aspectos destacables que pudimos identificar en las prácticas del profesor, adicionalmente a los que ya hemos explicado.

En esas sesiones se advirtió que el docente promueve la articulación de los contenidos de matemáticas con los de otras asignaturas. Por ejemplo, durante las sesiones de “Análisis y representación de datos”, utilizó algunas gráficas que describían fenómenos que los alumnos habían estudiado en su clase de Geografía.

Otro aspecto a resaltar es que en la primera sesión que se llevó a cabo en el aula HDT, el profesor manifestó que no estaba muy entrenado en el manejo del pizarrón electrónico. Pero en sesiones posteriores se advirtió que se había preparado y que contaba con un dominio mayor en el uso del recurso. El aula HDT no solamente fue utilizada para el uso del pizarrón electrónico; el docente asignó a cada alumno una laptop para que cada uno pudiera trabajar en la secuencia didáctica, con la guía del profesor.

La promoción del uso de recursos tecnológicos también se observó en algunas tareas que dejó a los alumnos para realizar en casa, como gráficas en Excel que

posteriormente tenían que exponer y explicar ante el grupo. A los alumnos que no contaban con computadora en casa, les pidió realizar las gráficas en papel.

Otro aspecto destacable del profesor es que en el bloque IV hace un esfuerzo por retomar las actividades de “Proporcionalidad y funciones” trabajadas en el bloque III. Les recuerda a los alumnos que en la actividad del “cambio de la moneda” (configuraciones epistémicas 1 a 4) se obtuvo la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad directa, y les plantea que ahora, en el bloque IV, estudiarán la gráfica correspondiente. Pero la proporcionalidad no la relaciona de manera alguna con las funciones. En las actividades del bloque III, en las que la propuesta curricular plantea que debe estudiarse la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad, el profesor trabajó con los alumnos varias secuencias didácticas, pero no todas abordaban la proporcionalidad. La actividad “Las plumas” –configuración 6- promovía el estudio de las relaciones funcionales –no proporcionales-. En el bloque III el profesor no hizo ninguna referencia a la relación proporcionalidad-funciones, y en el bloque IV comenzó a usar –sin tratamiento ni explicación previa- el término “gráfica de una función”. Cuando una alumna preguntó el significado del término “función”, el docente no hizo hincapié en relacionar la proporcionalidad con las funciones; por tanto no hubo articulación entre esos dos objetos matemáticos que la propuesta curricular ubica para su estudio en un mismo apartado.

Las secuencias didácticas que se trabajaron en el bloque IV fueron, en su mayoría, diseñadas por el profesor. En ellas pudimos observar varios aspectos provechosos, como la promoción de la conversión entre distintos lenguajes, el uso de la tecnología y el uso de contextos más cercanos a la cotidianidad de los alumnos. Pero se observa una debilidad en la manera de plantear las preguntas que guían al alumno hacia la emergencia de los objetos matemáticos. Por ejemplo, en una situación-problema en la que se pedía al alumno graficar cuatro funciones que representaban el ahorro en pesos de cuatro alumnos a lo largo de un ciclo escolar, las preguntas planteadas fueron: *¿Cómo se observan las gráficas de las funciones de cada compañero? Y ¿a qué le atribuyes ese comportamiento de las gráficas?* e inmediatamente después se cierra la actividad con las preguntas *¿cuál o cuáles funciones podemos decir que pertenecen a la proporcionalidad directa? ¿por qué?* Las dos primeras preguntas son muy ambiguas y por lo tanto no llegan a jugar un papel en la propuesta de construcción de conocimiento. Esta ambigüedad en la manera de plantear las preguntas en las actividades que diseñó el profesor, se observó en varias de las situaciones trabajadas, tanto en el bloque III como en el IV, y tanto en el apartado “Proporcionalidad y funciones” como en el de “Análisis y representación de datos”. Un caso observado en este último apartado fueron las preguntas *¿cómo te resultó extraer la información de la tabla propuesta por el profesor? ¿por qué?* en una situación-problema que consistía de una lista de alumnos con su respectiva calificación, en la que se pedía encontrar ciertos datos como el promedio más alto y el más bajo del grupo, lo cual conducía posteriormente a la elección de un histograma como la manera más adecuada para presentar ese conjunto de datos.

A manera de cierre de este apartado, nos interesa resaltar que las prácticas identificadas en el profesor A, nos permiten establecer solamente conjeturas sobre algunas de sus concepciones. Varias decisiones que el docente toma en el aula pueden deberse no sólo a sus creencias o su “apego” a la institución que representa, sino también estar marcadas por cuestiones de índole técnica, como la falta de tiempo para seleccionar, adecuar y/o diseñar cuidadosamente las secuencias didácticas que trabajará en clase.

Respecto a la comparación entre lo que el docente manifestó a nivel discursivo -en la entrevista- y lo que pudimos observar en su aula, podemos decir que aunque él declara no conocer el enfoque didáctico de la propuesta curricular, su conducción de procesos de estudio en el aula promueve en varios aspectos el enfoque institucional: promueve el trabajo colaborativo, deja que sean los alumnos los que discutan y propongan soluciones, contrasten estrategias y procedimientos, identifiquen errores; promueve con cierta frecuencia el uso de la tecnología con fines didácticos; y en cuestiones de tiempos también se apega a los lineamientos institucionales –el tratamiento de los temas en el aula concuerda con el tiempo planificado, con base en el calendario de exámenes bimestrales que designa la escuela-.

Nos parece que esta postura de declarar no conocer el enfoque pero sí promoverlo en el aula, es poco común. Como veremos a continuación, en el caso de la profesora B ocurre más bien lo contrario: buen manejo de los planteamientos curriculares a nivel declarativo, pero –aunque hace un esfuerzo sistemático- no lo concreta eficientemente en el aula.

IV.2 Trayectorias epistémicas y docentes implementadas por la profesora B.

La profesora comienza generalmente las clases dictando el tema que van a estudiar, luego da una breve introducción al tema –haciendo referencia a problemas que han abordado en bloques anteriores o hablando de un contexto extra matemático en el que se puede aplicar el tema que están abordando-.

Después organiza al grupo en equipos de 3 ó 4 estudiantes, les reparte una hoja de trabajo a cada equipo o les dicta la situación-problema que van a trabajar. Después recorre los equipos para ir evaluando y regulando la actividad de los estudiantes. Les recuerda con frecuencia que todos los miembros deben involucrarse. Procura verificar que cada alumno esté trabajando en su cuaderno.

Cuando han terminado de resolver la primera situación-problema la profesora pide la atención del grupo para hacer una puesta en común, preguntando a cada equipo la respuesta que dio a cada una de las consignas. Se contrastan los procedimientos, pero no

siempre a profundidad; a veces quedan cabos sueltos y conflictos semióticos sin resolver. Cuando terminan de discutir las respuestas, la maestra les dicta una nueva situación-problema. A veces en una sola sesión no se alcanza a discutir completamente la situación trabajada, por lo que se retoma la clase siguiente. En otras ocasiones, el tiempo alcanza para resolver y discutir más de una situación.

Con frecuencia hay alumnos ausentes, por lo que la profesora decide invertir tiempo en repetir o retomar cuestiones y resultados de las sesiones anteriores para tratar de actualizar a estos alumnos e incluirlos en el trabajo con alguno de los equipos.

En las siguientes tablas se presentan las trayectorias observadas. En cada una aparecen las configuraciones que la conforman. La organización de las configuraciones es como sigue: la primera sesión la maestra repartió a cada equipo una hoja de trabajo donde venían los problemas que presentamos en las siguientes tablas (configuraciones epistémicas 1, 2 y 3). En esa sesión sólo se trabajó la primera consigna (configuraciones 1 y 2). En la sesión 2 se trabajó la **consigna 2** (ver configuración 3). Como la discusión de los resultados de esa situación-problema no concluyó, fue retomada en la primera mitad de la clase de la sesión 3. Al concluirla, la maestra les dictó una nueva situación-problema (ver configuraciones 4 y 5) y comenzaron a trabajarla, concluyendo su discusión en la sesión 4. La sesión 5 la profesora dicta una nueva situación, que es abordada, resuelta y discutida en esa sesión. Les dicta un nuevo conjunto de situaciones, que son trabajadas en lo que resta de esa sesión y toda la siguiente (sesión 6).

TABLA 5. TRAYECTORIA EPISTÉMICA 1. CONFIGURACIONES 1 A 7.

Configuración epistémica 1 (sesión 1)																	
	Objetos matemáticos primarios																
<p>Consigna: organizados en equipos resuelvan la siguiente situación:</p> <p>Gustavo es un atleta de alto rendimiento y se prepara para las próximas olimpiadas. Compite en carreras de velocidad y corre en promedio 6 metros por segundo. Entrena intensamente y toma sus tiempos parciales a diferentes distancias.</p> <p>Completa la siguiente tabla</p> <table border="1" data-bbox="495 699 949 1031"> <thead> <tr> <th>Tiempo (segundos)</th> <th>Distancia (metros)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td></td></tr> <tr><td>25</td><td></td></tr> </tbody> </table>	Tiempo (segundos)	Distancia (metros)	0		1		5		10		15		20		25		<p>Situación - problema: encontrar las distancias correspondientes a determinados valores de tiempo, conociendo el valor de la velocidad promedio.</p> <p>Lenguajes: verbal, numérico, tabular.</p> <p>Procedimientos: multiplicaciones.</p>
Tiempo (segundos)	Distancia (metros)																
0																	
1																	
5																	
10																	
15																	
20																	
25																	

Configuración epistémica 2 (sesión 1)	
	Objetos matemáticos primarios
<p>Contesta las siguientes preguntas:</p> <p>a) ¿Qué distancia ha recorrido cuando han pasado 3 segundos? _____</p> <p>b) ¿Y en 5 segundos? _____</p> <p>c) ¿Cuántos metros recorre en 20 segundos? _____</p> <p>d) ¿Qué pasa con la distancia si aumenta o disminuye el tiempo? ¿Por qué?</p> <p>_____</p> <p>e) ¿Cómo es la relación entre la distancia y el tiempo?</p> <p>_____</p> <p>f) ¿Cuántos metros aumenta la distancia cada vez que el tiempo se incrementa un segundo? _____</p> <p>g) Expresen con palabras la regla general que permite obtener la distancia recorrida a partir del tiempo transcurrido</p> <p>_____</p>	<p>Situaciones - problemas: calcular distancias correspondientes a determinados valores de tiempo, conociendo el valor de la velocidad promedio; identificar la dependencia entre las variables distancia y tiempo; expresar la relación distancia-tiempo.</p> <p>Lenguajes: verbal, numérico</p> <p>Procedimientos: multiplicaciones.</p>

La elección del problema anterior no resulta adecuada para el estudio de la proporcionalidad, ya que se está pidiendo a los alumnos encontrar la relación distancia-tiempo para una situación en la que la velocidad *no* es constante; por lo tanto no es una relación directamente proporcional. El dato de velocidad que da el problema es una velocidad promedio (6 m/s), lo cual no implica que esta velocidad se mantenga a lo largo de todo el tramo estudiado. El contexto no resulta apropiado, ya que la velocidad de un corredor no es constante.

Las preguntas de la configuración epistémica 2 se presentan desarticuladas de la consigna anterior (completar la tabla, en la configuración 1), cuando en realidad en los incisos a), b) y c) se está promoviendo el mismo procedimiento que para completar la tabla de la configuración 1. Incluso los datos de distancia recorrida a los 5 y a los 20 segundos se solicitan en la tabla y se vuelven a pedir en las preguntas b) y c).

Por otro lado, la pregunta e) resulta muy ambigua. El inciso anterior (*¿qué pasa con la distancia si aumenta o disminuye el tiempo?*) guía al estudiante hacia la identificación de la dependencia de la distancia con relación al tiempo. El plantear después la pregunta e) *¿cómo es la relación entre la distancia y el tiempo?* resulta arbitraria y no se ve claro cuál (es) son las respuestas que espera el profesor, ya que ésta es la primera situación-problema a la que los estudiantes se enfrentan en el tema de relaciones de proporcionalidad directa -en el sentido que se propone en el Plan de estudios-.

La consigna g) sí resulta provechosa para promover el tránsito entre distintos registros de representación, ya que la expresión en lengua natural de la relación entre la distancia y el tiempo puede ser un paso útil para después asignar una representación algebraica a las variables involucradas y de esta manera favorecer la emergencia de la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad, objetivo de este apartado del Plan de estudios.

Configuración epistémica 3 (sesiones 2 y 3)	
	Objetos matemáticos primarios
<p>Consigna 2: organizados en equipos realicen lo que se pide.</p> <p>El tipo de cambio publicado por el Banco de México para el dólar es de \$12.78</p> <p>a) Elabora una tabla que exprese la relación entre los dos conjuntos de cantidades dólares y pesos. Asigna valores arbitrarios a la columna de dólares.</p> <p>b) Expresen con palabras la regla general que permite calcular la cantidad de pesos a partir del número de dólares.</p> <p>c) Expresen algebraicamente la regla general que encontraron.</p> <p>d) ¿A cuántos dólares equivalen \$2000?</p>	<p>Situaciones - problemas: expresar en lengua natural la relación entre dos conjuntos de cantidades directamente proporcionales; encontrar la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad –previamente escrita en lenguaje natural-; utilizar la expresión encontrada para determinar el valor de la variable “cantidad de dólares” que corresponde a un valor dado de la variable “cantidad de pesos”.</p> <p>Lenguajes: verbal, numérico; se promueve el tabular y el algebraico.</p> <p>Procedimientos: multiplicaciones, división, asignar valores a una variable.</p>

Configuración epistémica 4 (sesiones 3 y 4)

Objetos matemáticos primarios

Consigna 1: En equipos de tres personas resuelvan el siguiente problema.

El rendimiento de un automóvil es el número de kilómetros que recorre con un litro de gasolina. Un automóvil que mantiene un rendimiento constante hace un recorrido de 234 km con 18 litros de gasolina.

Completa la siguiente tabla para conocer la cantidad de kilómetros que recorre el automóvil con diferentes litros de gasolina.

Cantidad de gasolina consumida (en litros)	Distancia Recorrida (en kilómetros)
27	
18	234
9	
3	
1	

¿Cuál es el rendimiento del automóvil? _____

¿Cómo obtuviste el rendimiento del automóvil?

¿Para qué utilizarías el dato obtenido?

Situaciones - problemas: completar una tabla que representa una relación directamente proporcional; encontrar la constante de proporcionalidad, contextualizada como *rendimiento* de un automóvil.

Lenguajes: tabular, verbal, numérico.

Conceptos (emergentes): valor unitario, constante de proporcionalidad.

Procedimientos: divisiones, multiplicaciones.

Proposiciones:

-El rendimiento de un automóvil es el número de kilómetros que recorre con un litro de gasolina.

- El automóvil mantiene un rendimiento constante.

Configuración epistémica 5 (sesión 3 y 4)

Objetos matemáticos primarios

Llena la tabla utilizando el rendimiento del automóvil encontrado para calcular la distancia recorrida a partir de la cantidad de gasolina consumida.

Cantidad de gasolina consumida (en litros)	Distancia Recorrida (en kilómetros)	Operación realizada utilizando el rendimiento del automóvil para encontrar la distancia recorrida
27		
18	234	
9		
3		
1		

Expresa con tus palabras la regla general que permite obtener la distancia recorrida a partir de la gasolina consumida _____

Si representamos la cantidad de gasolina consumida con la letra “ x ” y la distancia recorrida con la letra “ y ”, ¿Cuál sería la expresión algebraica que representa a esta situación?

¿Qué relación encuentran con la expresión $y = kx$?

¿Qué representa la k ?

Situaciones - problemas: completar una tabla que induce hacia la construcción de los conceptos, en la que se solicita reconocer el procedimiento que se utiliza para encontrar los valores de una variable conociendo los de la otra variable; encontrar el patrón y expresar la regla en lenguaje natural; posteriormente escribirla en lenguaje algebraico; asociarla con la expresión general de una relación de proporcionalidad directa; interpretar el significado de la constante de proporcionalidad en el contexto del problema.

Lenguajes: tabular, verbal, numérico, algebraico.

Conceptos (emergentes): relación entre variables, relación directamente proporcional; constante de proporcionalidad.

Procedimientos: divisiones, multiplicaciones.

Proposiciones:

-Es posible representar la cantidad de gasolina consumida con la variable “ x ” y la distancia recorrida con la variable “ y ”; y de esta manera encontrar una relación con la expresión general de una relación directamente proporcional $y = kx$.

-La constante k tiene un significado en el contexto del problema.

Configuración epistémica 6 (sesión 5)

Objetos matemáticos primarios

Resuelve el siguiente problema.

Completen la siguiente tabla y expresen algebraicamente como cambia y (longitud de la circunferencia) en función de x (longitud del diámetro).

Longitud del diámetro (cm)	Longitud de la circunferencia (cm)
3	9.42
4.5	
10.2	
24	

- Escribe la expresión algebraica a la que llegó tu equipo.
- ¿qué relación encuentran entre la expresión que encontraron y la expresión $y = kx$?
- ¿qué relación encuentran entre la expresión $y = kx$ y la fórmula $C = \pi D$?

Situaciones - problemas: encontrar los valores de una variable conociendo los de la otra variable; escribir la expresión algebraica que denota una relación de proporcionalidad directa; identificar el significado de cada variable y de la constante de acuerdo al contexto del problema.

Lenguajes: tabular, verbal, algebraico, numérico.

Procedimientos: divisiones, multiplicaciones.

Proposición:

-Hay una relación entre la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad, $y = kx$, y la fórmula que permite encontrar la longitud de una circunferencia conociendo su diámetro.

Configuración epistémica 7 (sesiones 5 y 6)

Objetos matemáticos primarios

Para las siguientes tablas encuentra el valor de la constante y escribe la expresión algebraica que representa la relación entre las cantidades.

Masa (kg)	2	4	6	8
Precio (\$)	28	56	84	112

$k =$ _____ Expresión algebraica

Distancia (km)	150	300	600	900
Tiempo (h)	3	6	12	18

$k =$ _____ Expresión algebraica

Longitud en la realidad (km)	30	60	90	120
Longitud en el mapa (cm)	2	4	6	8

$k =$ _____ Expresión algebraica

Situaciones - problemas: para 3 situaciones distintas, encontrar el valor de la constante de proporcionalidad y escribir la representación algebraica de la relación entre las variables.

Lenguajes: tabular, verbal, numérico, algebraico.

Conceptos: constante de proporcionalidad.

Procedimientos: divisiones.

En esta trayectoria epistémica podemos ver la siguiente propuesta de construcción del conocimiento:

En la configuración 3 se propone una situación en un contexto extra matemático conocido por los estudiantes –cambio dólar-peso-, en la que se promueve la conversión entre los distintos lenguajes: se parte de la construcción de una tabla que promueve la identificación de la relación entre dos conjuntos de cantidades. Se propone que el estudiante encuentre los valores de una de las variables conociendo la otra y el número que relaciona ambas cantidades –la constante de proporcionalidad-. Después se propone identificar la regla o el patrón que relaciona ambos conjuntos; expresar esa regla en lenguaje natural para después escribirla en lenguaje algebraico (se deja elegir libremente la letra o conjunto de letras con la que se designará a cada variable). Finalmente se propone un ejercicio que implica un procedimiento inverso al inicial: en lugar de encontrar la cantidad de pesos equivalente a una cierta cantidad de dólares, ahora hay que encontrar la cantidad de dólares correspondiente a una cierta cantidad de pesos.

Posteriormente se propone otra situación-problema también situada en contexto extra matemático (configuraciones 4 y 5) y que también guía al estudiante en las conversiones entre lenguajes, partiendo del tabular, luego natural y luego algebraico. En esta situación la conversión entre lenguajes se propone de manera más gradual: primero se promueve la manipulación de las cantidades con base en los datos del contexto, hasta llegar al valor unitario; después se solicita utilizar el resultado encontrado –el valor unitario, la constante de proporcionalidad- para completar una tabla con los mismos datos que la anterior, pero en la que se ha agregado una columna para la escritura del procedimiento, lo cual favorece la identificación del patrón; posteriormente se solicita enunciar en lengua natural la relación entre los dos conjuntos de cantidades, para después asignarle una letra específica a cada variable y escribir la relación en lenguaje algebraico. Para finalizar, se propone a los estudiantes comparar la relación encontrada por ellos con la expresión general de una relación de proporcionalidad directa, $y = kx$ y luego se vuelve al contexto del problema, al promover dar significado a la constante k en ese contexto (el rendimiento de combustible de un automóvil). Así, esta situación-problema se compone de tareas con mayor articulación entre sí, resultando favorecedora para que los alumnos lleguen a la representación algebraica de una relación de proporcionalidad.

En la configuración 6 se propone una nueva situación, situada en un contexto matemático conocido por los estudiantes –cálculo de la circunferencia conociendo la medida del diámetro de un círculo- , en la que se pide ya directamente pasar de una tabla a la expresión algebraica que relaciona los dos conjuntos de cantidades, para después relacionar la expresión encontrada con la expresión general $y = kx$ y ésta a su vez con la fórmula matemática $C = \pi D$, que ellos ya han estudiado en cursos anteriores.

Por último se proponen tres ejercicios (configuración 7) en los que se proporciona una tabla con dos conjuntos de cantidades –sin valores faltantes- y se pide directamente encontrar la expresión algebraica que representa la relación, así como el valor de la constante de proporcionalidad. En ellos ya no se guía al estudiante hacia la construcción y el uso de algún procedimiento específico, sino que son ejercicios que tienen por objeto el reforzamiento de los conceptos construidos en las configuraciones epistémicas anteriores.

Asuntos destacables:

a) La selección de las actividades es adecuada para la promoción de las conversiones entre lenguajes. Si bien en el problema de la configuración 3 (cambio dólar-peso) se presenta un cambio brusco en el paso de la escritura de la regla general en lengua natural a su escritura algebraica, las otras situaciones-problema (como las configuraciones 4 y 5) sí van guiando al estudiante de manera gradual, dirigiéndole a encontrar un patrón entre los dos conjuntos de cantidades, después expresarlo en lenguaje natural, para después asignar variables y escribir la relación en lenguaje algebraico; posteriormente se busca que se le relacione con la expresión general de una relación de proporcionalidad y luego se regresa al contexto para dar un sentido a la constante de proporcionalidad. El lenguaje tabular juega un papel importante al ser el lenguaje del que se parte para identificar la relación entre las cantidades. Al proponer una columna en la que el estudiante debe escribir el procedimiento para hallar los valores faltantes en la tabla, se favorece la identificación de la relación buscada.

b) Los contenidos matemáticos abordados se corresponden con los planteamientos curriculares. El apartado “Proporcionalidad y funciones” del Bloque III se enfoca en el estudio y análisis de la expresión algebraica, mientras que en el Bloque IV se dirige al estudio de la representación gráfica. La profesora sigue estas directrices, seleccionando principalmente situaciones-problema de los Planes de clase que propone la Secretaría, e incluyendo algunos problemas adicionales que fueron diseñados en conjunto con otro profesor de la escuela.

c) Se manejan contextos matemáticos y extra matemáticos que son familiares para los alumnos. Además la profesora parte de una introducción al contexto, lo que juega un papel favorable para involucrar a los alumnos en la situación.

Ahora presentamos las configuraciones docentes asociadas a las epistémicas que acabamos de describir.

Trayectoria docente 1	
Configuraciones docentes (sesión 1)	
Sesión	Descripción de las acciones del docente
1	Dicta el tema que van a estudiar. Dicta la frase exactamente como aparece en el programa curricular.
1	Debido al ruido que se escucha de afuera, sale a pedirles a un grupo de alumnos que guarden silencio.
1	Da una breve introducción al tema que se va estudiar, situándolo en el contexto de compra de ingredientes para preparar un platillo. Pregunta a los alumnos cuál será el precio de X cantidad de latas de un alimento si se conoce el precio unitario. Cierra la introducción con la frase: <i>bueno, de eso es lo que se va tratar el tema que vamos a ver... hoy, mañana y toda la semana.</i>
1	Plantea la organización de equipos de trabajo, para lo cual enumera a los alumnos y después pide que se reúnan todos aquellos a los que les fue asignado el mismo número. Una vez reunidos en grupos de 4 integrantes –y algunos de 3-, entrega una hoja de trabajo a cada grupo, pide que respondan en la hoja que les dio y que al finalizar copien el problema en su cuaderno. La hoja resuelta será entregada al profesor. No dio introducción al contexto del problema que se va trabajar (relaciones distancia-tiempo).
1	Recorre los equipos. Trata de involucrar a los estudiantes que no están trabajando en el problema. Les insiste que el trabajo en equipo requiere que todos los integrantes se involucren y que no deben dejar a uno sólo hacer todo.
1	Después de un tiempo asignado, solicita la atención de todo el grupo para discutir los avances que llevan en la resolución de los problemas. Solicita un alumno voluntario para leer en voz alta la primera consigna.
1	Pregunta en general al grupo las respuestas que obtuvieron en cada inciso. Ante las respuestas en que sólo dan el número –“18” para el inciso a), “30” para el b)-, la profesora insiste en que se debe decir también las unidades –metros-. Pregunta cómo obtuvieron los resultados.
1	Pregunta a una alumna qué significa el valor “6” en ese problema. Enfatiza que no es la distancia que recorrió el corredor, sino la que recorrió en 1 segundo de tiempo.
1	Pregunta al grupo lo que respondieron en el inciso d). Se discuten las respuestas. Un alumno –reconocido como de muy buen aprovechamiento en matemáticas- contesta que se trata de una “variación proporcional”, luego aclara: “digo, directa”. La profesora pregunta cuál es la característica de la variación directa en el problema que están abordando.
1	Ante la respuesta: “ <i>que si aumenta la de la primera columna (tiempo), aumenta la de la segunda (distancia), y si disminuye la primera, también disminuye la segunda</i> ”, la maestra pregunta si es posible que el tiempo disminuya.
1	La profesora institucionaliza que “ <i>variación proporcional directa es cuando las dos cantidades suben o las dos bajan</i> ”.

	Pregunta nuevamente cuál es la relación entre los conjuntos de cantidades que se están trabajando en el problema. Ante la respuesta de los alumnos que sólo dijeron “directa”, los conduce a que la manera correcta es decir “variación proporcional directa”.
1	Pide a cada equipo que comenten al grupo la respuesta que dieron al inciso g). Surgen respuestas como: “ <i>se multiplica la distancia por el tiempo</i> ”, “ <i>el tiempo se multiplica por la distancia</i> ”. La profesora los induce a ser más específicos. Después pregunta si están todos de acuerdo en que “ <i>el tiempo se multiplica por la distancia</i> ”.
1	Solicita escribir esa relación en lenguaje algebraico (<i>¿y si le ponemos letras, cómo quedaría?</i>)
1	Los alumnos expresan varias posibilidades. La profesora no institucionaliza, ya se ha terminado el tiempo de la sesión.

Comentario:

Ya hemos explicado que la selección de la situación problema no es adecuada para el estudio de la proporcionalidad. Sin embargo, nos interesa resaltar algunos aspectos de la práctica de la profesora que se observaron al trabajar en esta actividad.

a) Se presenta una introducción al tema que se va comenzar a estudiar, poniendo ejemplos de problemas que han trabajado en los otros Bloques.

b) Repite con frecuencia a los alumnos la importancia de que se involucren en el trabajo con sus compañeros, al observar que en algunos equipos la realización de la tarea queda en manos de uno o dos integrantes.

c) Verifica que los alumnos escriban el problema y su resolución en su cuaderno. Al final de la sesión la maestra comentó a la observadora que en general opta por dictarles los problemas para no perder tiempo de clase al esperar que cada estudiante lo copie; a menos que se trate de un problema “corto”, en tal caso sí reparte un ejemplar a cada equipo y les pide que cada uno lo escriba en su cuaderno.

d) La maestra hace énfasis en la importancia de las unidades de medición, promueve que los alumnos sean específicos al comunicar sus procedimientos y resultados, pero al realizar la institucionalización se puede observar que quedan varios cabos sueltos y la profesora no es específica ni en la expresión verbal ni en la expresión escrita (en el pizarrón) de las proposiciones matemáticas, como podemos ver en el siguiente fragmento de la última parte de la sesión:

Profesora: ¿Qué distancia ha recorrido a los 3 segundos?

Varios alumnos: 18

Profesora: ¿18 qué?

Varios: metros

Profesora: ¿cómo obtuvieron ese resultado?

A1: Multiplicando 3×6

...

Profesora: Karina, ¿el 6 qué es?

Karina: la distancia que recorrió

Profesora: ¿la distancia que recorrió?

Karina: lo que recorre en un segundo.

Profesora: lo que recorre en un segundo, ¿verdad Karina?

Ahora, ¿qué pasa con la distancia si aumenta o disminuye el tiempo?

Paulina: aumenta y disminuye

Daniel: ¡yo yo sé profe! o sea que es variación proporcional, ¡digo directa!

Profesora: ¿cuál es la característica de la variación directa?

Profesora: para este ejemplo en específico

Fernando: que aumenta

Profesora: aumenta ¿verdad?... ¿y si disminuyera?

Daniel: aquí no dice que disminuye

Profesora: ¿cuál es la característica de la variación directa?

A: aumenta cuando aumenta la de acá (refiriéndose a la primera columna, la del tiempo), y disminuye cuando esa disminuye.

Profesora: ¿puede disminuir el tiempo?

Varios: sí.

Daniel: ¡Ah no, el tiempo no!

Profesora: variación proporcional directa es cuando las dos cantidades suben o las dos bajan.

Profesora: ¿Entonces cómo es esta relación?

Varios: directa

Profesora: ¿directa qué?

Varios: proporcional directa

Profesora: La última (pregunta) sí le voy a pedir a cada equipo que me diga cómo la contestaron.

Andrés: se multiplica la distancia por el tiempo.

Daniel: yo digo que el tiempo se multiplica por la distancia.

Varios: es lo mismo

Profesora: ¿y eso me da qué?

Daniel: la distancia, los metros

Profesora: ¿qué metros?

Daniel: Los que recorre por cada segundo.

Multiplicando tiempo por distancia, eso da la distancia recorrida.

Profesora: Entonces ¿estamos todos de acuerdo en que el tiempo se multiplica por la distancia?

Profesora: ¿Y si le ponemos letras? ¿cómo quedaría?

Daniel: $X, X+1$

Profesora: ¿así quedaría?

Daniel: bueno, así me lo imagino yo.

América: a mí me gusta más la X .

Beatriz: a mí la $k...$

(Se acaba el tiempo de la sesión)

Vemos también en este fragmento que la profesora no hace una institucionalización sobre la escritura de la expresión algebraica. En la situación-problema propuesta no venía ninguna consigna solicitando escribirla, pero la última consigna –inciso g- puede jugar un papel importante para luego trabajar la expresión algebraica. La profesora opta por hacerlo, pero en los últimos minutos de la clase, de modo que no se alcanza a hacer una institucionalización. Surgen en la discusión algunos conflictos semióticos y no son retomados en la siguiente sesión –como el tema de utilizar ciertas letras para representar las variables-. Y se observa un importante conflicto de significado personal de la profesora en la afirmación que realiza acerca de la variación proporcional: “variación proporcional directa es cuando las dos cantidades suben o las dos bajan”.

Después de terminada la sesión de clase, la profesora comentó a la observadora que lo que más cuesta trabajo a los alumnos es el expresar con sus palabras la relación entre las variables (consigna g de la configuración). Manifestó que el hacerlo ayuda a “pasar luego a la expresión algebraica”. Esto está en congruencia con las situaciones-problema que se trabajaron en las siguientes sesiones –en las que se promueve este tránsito entre lenguajes- , como veremos a continuación en las siguientes configuraciones.

Trayectoria docente 1	
Configuraciones docentes (sesiones 2, 3, 4 y 5)	
Sesión	Descripción de las acciones del docente
2	Pide a los alumnos reunirse en equipos para trabajar la consigna 2 de la hoja de trabajo del día anterior.
2	Recorre los equipos. No da una respuesta categórica a las preguntas que le plantean. Al ver en un equipo que los alumnos se están acercando a la solución, les valida el trabajo que han realizado.
2	Ante la intervención de un alumno que afirma que se trata de lo mismo que la sesión anterior, la maestra pregunta a todo el equipo si efectivamente es lo mismo. Les pide que expliquen el procedimiento realizado, impulsándoles a ser específicos.
2	Después de un tiempo asignado, realiza la puesta en común. Solicita a cada equipo enunciar el primer valor de la tabla que elaboraron (pregunta <i>a</i> de la configuración epistémica 3), y ella va escribiendo en el pizarrón una tabla con los valores que le van diciendo los alumnos.
2	Pregunta “¿cómo es la relación que se da entre los dólares y los pesos?”. Ante el silencio del grupo, formula otra pregunta: “¿por cada dólar cuántos pesos necesitamos?”. Varios alumnos responden. La profesora continúa preguntando: “entonces ¿a cuánto equivale un dólar?”
2	Pregunta si es necesario conocer ese valor (el valor unitario) para poder elaborar la tabla.

2	Dibuja en el pizarrón otra columna para escribir en ella la operación que se realiza para obtener cada valor.
2	Pregunta al grupo si observan algún patrón en la tabla.
2	Valida las intervenciones de los estudiantes que han dicho que siempre se multiplica el 12.78 (valor unitario) por la cantidad de dólares. Ante la respuesta ambigua de un estudiante, la profesora le hace una nueva pregunta para incitarlo a ser más específico en la comunicación de sus ideas. Se termina la sesión.
3	La profesora muestra desconcierto por la gran cantidad de alumnos ausentes en esta sesión. Indaga el porqué de tantas ausencias. Después solicita al grupo sacar los cuadernos para retomar la discusión del día anterior, que no fue concluida.
3	Ante la pregunta de un estudiante sobre si el 12.78 es constante, la profesora pregunta al grupo qué quiere decir que una cantidad es constante.
3	Después de una breve discusión al respecto, el profesor pregunta al grupo si algún equipo pudo obtener la expresión algebraica.
3	Discute las respuestas de varios estudiantes.
3	Cierra el problema preguntando de qué tipo de relación se trata. Ante la respuesta de un estudiante que afirma que es “proporcional directa”, da por concluida la revisión del problema.
3	Dicta una nueva situación-problema (configuración epistémica 4).
3	Insiste en que el trabajo por equipos implica compartir ideas y analizar entre todos los integrantes el proceso de resolución. Afirma que “no se trata de terminarlo rápido, sino de hacerlo bien”.
3	Ante el alza de volumen en el grupo, les solicita guardar silencio y escuchar a sus compañeros. Surge la duda sobre el significado de “rendimiento” de un automóvil.
3	Se acerca a uno de los equipos y le pregunta a uno de los integrantes sobre lo que está haciendo su compañero.
3	Ante las dudas que surgen en otros equipos sobre lo que significa el rendimiento de un auto, la docente pregunta al grupo qué elementos tendrían en cuenta si quisieran comprar un vehículo.
3	Cuestiona a un estudiante que respondió “ <i>me fijaría en el rendimiento</i> ”.
3	Menciona que tal vez para algunos lo más importante es que el vehículo sea “vistoso”, pero afirma que el rendimiento (cuyo significado ya había sido explicado por un estudiante y validado por la profesora) es algo importante a tomar en cuenta, ya que repercute “ <i>en nuestro bolsillo</i> ” saber cuántos kilómetros alcanza un coche a recorrer con un litro de gasolina.

4	Retoma el trabajo de la sesión anterior.
4	Ante los comentarios de varios alumnos de que no saben de qué se trata la actividad debido a que estuvieron ausentes la sesión anterior, la maestra les pide escribir en el cuaderno la actividad y les explica de manera sintetizada el trabajo a realizar. Hace un esfuerzo por incluirlos en la actividad. Explica que a partir de los datos del problema, se pide llenar la tabla. Solicita a uno de los alumnos que estuvieron presentes la sesión anterior, explicar al grupo la manera en que procedieron.
4	A raíz de la intervención de un estudiante que afirma que hay que dividir 18 (litros de gasolina) entre 234 (kilómetros), pero “no cabe”, se origina una discusión sobre la validez de encontrar el inverso –dividir la distancia entre la cantidad de litros de gasolina-.
4	La maestra pregunta al grupo sobre el significado que tiene el número obtenido de la división de 234 (kilómetros) entre 18 (litros).
4	Se dirige a los alumnos ausentes la sesión anterior. Valida el procedimiento expresado por los compañeros que sí estuvieron presentes.
4	Pregunta para qué sirve realizar la división de la distancia entre la cantidad de litros de gasolina.
4	Ante la respuesta escueta de un estudiante, pide a los alumnos que no estuvieron en la sesión anterior hacer el intento de completar la idea.
4	Ante la aseveración de un alumno de que el procedimiento descrito es útil para conocer cuánto cuesta cada litro de gasolina, varios alumnos expresan una burla. La maestra pide reunirse por equipos, como estaban el día anterior. Después se dirige a los que estuvieron ausentes; integra a algunos de ellos a equipos ya existentes.
4	Monitorea el trabajo acercándose a los equipos. A uno le pide revisar bien si es correcto el procedimiento que están siguiendo. En otro equipo pide a un estudiante que escriba en su cuaderno de Matemáticas, pues se percata que está utilizando el de Ciencias.
4	Después de un tiempo de trabajo en los equipos, solicita la atención del grupo para discutir algunos aspectos en los que “se atoraron” algunos equipos.
4	Observa que varios alumnos están dibujando o realizando actividades ajenas a la asignatura. Les informa que tendrán una sanción.
4	Pregunta a un alumno (a quien se dirige con frecuencia) qué operación realizó para encontrar la distancia recorrida con 27 litros de gasolina (primer dato de la tabla, configuración epistémica 4). Valida la respuesta del alumno.
4	Pide a otro estudiante decir qué operación realizó para obtener la distancia correspondiente al siguiente valor de la tabla.

4	Menciona que muchos alumnos han utilizado el signo de “ <i>por</i> ” para expresar multiplicaciones, pero que conviene sustituirlo por paréntesis –tal como ella lo escribió la sesión anterior en el pizarrón- debido a que “ <i>en álgebra es muy común utilizar la x para representar números</i> ”.
4	Pregunta qué representa el 13 obtenido de dividir 234 entre 18. Menciona que en la pregunta anterior habían contestado correctamente.
4	Pregunta cómo quedaría la expresión algebraica si le asigna la letra “x” a la primera columna y “y” a la segunda.
4	Cuestiona cada una de las respuestas dadas.
4	Una vez que algunos han llegado a la expresión algebraica, la escribe en el pizarrón y afirma que en la discusión de las consignas anteriores, el grupo ya había identificado la relación existente. Les pide que identifiquen qué representa cada una de las letras presentes en la ecuación.
4	Da por concluida esa sesión y les dice que continuarán con el tema volviendo del receso (los jueves este grupo tiene dos horas seguidas de clase de Matemáticas). Al volver del receso, los prefectos avisaron que se suspendían las labores debido a junta de maestros.
5	Escribe en el pizarrón una nueva situación-problema y pide a los alumnos escribirla en su cuaderno. Dicta las consignas.
5	Pide al grupo reunirse en equipos (esta vez ellos pueden conformarlos de la manera que deseen).
5	Acude a un estudiante que la llama para preguntarle si “ <i>está bien</i> ” la tabla que han elaborado en el equipo. La maestra le pide comentarlo con sus compañeros. El estudiante le responde: <i>¿para qué?</i> y la profesora sugiere que al discutir el trabajo entre los compañeros, pueden determinar si “ <i>está bien</i> ” o no. El estudiante expresa resistencia, la maestra insiste en su postura y acude a otro equipo.
5	Regresa al equipo anterior, discute la expresión algebraica encontrada por los alumnos (pregunta <i>a</i>) de la configuración epistémica 6). Les cuestiona la escritura de la relación entre las variables <i>¿Cómo y entre x es igual a y x?</i>
5	Ante la confusión de los alumnos de ese equipo, los guía con diferentes preguntas hacia la identificación de la relación existente entre las variables.
5	Solicita la atención del grupo para una puesta en común.
5	Pregunta de qué forma obtuvieron los datos para completar la tabla.
5	Valida la respuesta de un alumno que indica que hay que dividir 9.42 entre 3. Pregunta al grupo para qué es útil realizar esa operación.
5	Valida la respuesta de un alumno que indica que de esa manera se puede conocer la longitud de la circunferencia que tiene 1 cm de diámetro. La maestra declara que se necesita saber el valor unitario.

5	Una vez que se ha llegado a que el valor unitario es 3.14, asigna la letra y a la columna derecha de la tabla (longitud de la circunferencia) y la letra x a la columna izquierda (longitud del diámetro).
5	Pide a cada equipo mencionar al grupo la expresión algebraica obtenida, y las va escribiendo en el pizarrón.
5	Pregunta al grupo en qué se parecen las expresiones a las que llegaron y la expresión $y = kx$.
5	Ante la respuesta –matemáticamente incorrecta- de un estudiante, la maestra pregunta al grupo si están de acuerdo con lo que ha expresado el compañero.
5	El grupo responde afirmativamente. La profesora les pide “ <i>que reaccionen, que despierten y que se fijen en la tabla</i> ”.
5	El alumno que había expresado una respuesta incorrecta, reformula una explicación y la profesora la valida. Menciona al grupo que la actitud de ese alumno es buena, y que el resto del grupo no está participando.
5	Pregunta al grupo qué representa la k en la expresión $y = kx$.
5	Institucionaliza que se trata de una constante.
5	Un alumno menciona que la constante es π (<i>pi</i>). La maestra menciona que “ <i>todavía no llegan a eso</i> ”.
5	Se discute el inciso c) de la configuración 6, en la que se pide relacionar con la constante π .

Asuntos destacables:

a) La profesora da generalmente una introducción al contexto de las situaciones-problema que se van a trabajar. En el caso de las configuraciones epistémicas 4 y 5 –situación del rendimiento de combustible de un automóvil-, primero dejó a los equipos abordar la situación de manera libre, pero al percatarse de las dificultades surgidas en relación a la noción de *rendimiento* de un automóvil, dedicó un tiempo a abordar el contexto, planteando preguntas a los alumnos sobre los aspectos en que es útil prestar atención cuando se tiene la intención de adquirir un automóvil.

Con frecuencia los contextos se sitúan en el campo de la Física, y la profesora pone énfasis en las unidades de medida con las que se trabaja.

b) Insiste a los alumnos en la importancia de involucrarse en el trabajo por equipos. Durante el monitoreo del trabajo en equipos, hace preguntas a algunos integrantes sobre el trabajo que realizan los compañeros. Les enfatiza que deben discutir sus procedimientos y resultados entre todos, para poder lograr un trabajo de manera

colaborativa. Cuando se le pide una validación, la profesora no da una respuesta categórica, les pide primero discutir en el equipo el resultado obtenido. Además monitorea el trabajo individual en cada uno de los equipos, revisa que apunten los problemas y procedimientos de resolución en su cuaderno –y que éste sea específico para la materia-.

c) Realiza una puesta en común en la que contrasta los resultados obtenidos por los diferentes equipos, creando una discusión a través de preguntas. Procura que sean los alumnos los que se den cuenta de procedimientos y resultados erróneos, para lo cual les plantea preguntas que los pueden acercar a la detección del error. Pero en varias ocasiones no se alcanza a hacer una institucionalización, y las preguntas que plantea la profesora detonan una serie de respuestas que al final quedan frecuentemente en el aire. Lo vemos por ejemplo en la sesión 3, cuando la maestra pregunta: *¿qué quiere decir que es constante?*, cuestión que al final queda sin institucionalizar. Algunas puestas en común no se alcanzan a concluir, quedando pendientes la discusión de algunos resultados; en ocasiones se retoman la siguiente sesión, en otras no.

d) Se percata de algunos conflictos en la conversión entre lenguajes, por ejemplo en la dificultad que presentan los alumnos al tratar de escribir la expresión algebraica aunque ya hayan logrado escribirla en lengua natural. Les hace ver a los alumnos la discordancia entre las dos representaciones. Sin embargo, aparecen otros conflictos que pasan desapercibidos o no son resueltos, como hemos explicado en lo correspondiente a la sesión 1.

e) Promueve la comunicación de las ideas matemáticas. Solicita que los estudiantes expliquen los procedimientos que llevaron a cabo, y que no solamente expresen los resultados. Cuando un estudiante da un argumento o enuncia un resultado de manera no clara o con cierta ambigüedad, la maestra le plantea preguntas con la finalidad de promover que sea más específico en su discurso. Pero en ocasiones la profesora no es específica y descuida la parte matemática, lo que conlleva a expresiones matemáticamente incorrectas. Esto lo podemos observar en el cierre de la actividad de la configuración epistémica 3 –relación dólares-pesos – en la que la maestra cierra la actividad con la escritura en el pizarrón de la siguiente expresión enunciada por un estudiante: $D \times CP = CP$, donde D se refiere a la cantidad de dólares y CP a la cantidad de pesos. La profesora no identifica el conflicto de denotar con la misma variable a la cantidad de pesos equivalente a 1 dólar y a la cantidad total de pesos correspondiente a una cantidad D de dólares.

f) Trata de involucrar a la mayor parte del grupo. En varias ocasiones dedica algún tiempo a explicar el trabajo realizado la sesión anterior con la finalidad de actualizar a los alumnos que estuvieron ausentes. Les insiste en que deben “ponerse al corriente” en la actividad y les hace preguntas durante la puesta en común, como una manera de corroborar que estuvieron trabajando en las situaciones-problema. Hace preguntas

dirigidas a estudiantes que tienen poca participación, con el fin de involucrarlos en el trabajo grupal.

g) No se articulan los objetos matemáticos *proporcionalidad y función*. Durante el trabajo en equipos en la sesión 5, la profesora planteó a uno de ellos la siguiente cuestión: “¿cómo cambia y en función de x ? o en otras palabras: ¿cómo obtienes esto (indicando la variable circunferencia) a partir de esto de acá (indicando la variable diámetro)?”. Esta fue la única ocasión en que fue mencionado el término *función*. No se utiliza la expresión “en función de” para tratar el objeto matemático función.

En síntesis, podemos ver que la profesora realiza un esfuerzo sistemático de seguir el enfoque propuesto en el Plan de Estudios: promueve el trabajo colaborativo entre los alumnos, la contrastación de estrategias y procedimientos, la participación; selecciona o diseña secuencias didácticas que partan de situaciones-problema contextualizadas; promueve la comunicación y la argumentación. Sin embargo, en ocasiones prevalecen cabos sueltos en la institucionalización que realiza, aparecen conflictos semióticos que no son detectados y/o tratados.

La maestra parece privilegiar la metodología de enseñanza (plantear situaciones contextualizadas, promover el trabajo en equipo, la participación de los estudiantes, la contrastación de estrategias, la comunicación) pero tiene ciertos descuidos en relación a la Matemática, como hemos podido observar en las configuraciones anteriores. Es una profesora que maneja muy eficazmente los planteamientos y el enfoque curricular en el discurso, y que lo promueve sistemáticamente en el aula. Tiene, sin embargo, algunos conflictos de significado, lo cual influye en su competencia docente. De acuerdo a Godino, Wilhelmi y Bencomo (2005), “el diseño de las tareas instruccionales y la implementación de una trayectoria didáctica idónea requiere del profesor un conocimiento profundo de los diversos significados de los objetos matemáticos” (p.18). Aunque esto es un aspecto fundamental, no podemos concluir que a esto se deba el que la profesora no consiga en ocasiones implementar eficazmente el enfoque institucional. Muchos otros factores intervienen, por ejemplo los de índole técnica, como los recursos materiales y temporales con los que se cuentan, y también las condiciones de la escuela y la situación de los alumnos y sus familias, particularmente desfavorecidos en el turno vespertino.

La profesora se apega a lo institucional en lo que concierne a las directrices curriculares; las secuencias didácticas seleccionadas corresponden a los contenidos marcados en el Plan de Estudios, de acuerdo a la organización y orden que se propone estudiar en cada Bloque. En otros aspectos no responde a la propuesta institucional: no se apega a cumplir el cumplimiento del Programa en un tiempo específico, sino que opta por dedicar más tiempo a algunos contenidos aunque eso le implique el tener que renunciar a tratar todos los temas previstos. Tampoco responde a la exigencia institucional de aplicar un examen a los alumnos al final de cada bimestre, sino que optó por evaluar el bloque III con tareas y trabajos.

En esos aspectos se aprecian diferencias con el profesor A, quien sigue prácticamente al pie de la letra los tiempos asignados a cada contenido y aplica al final de cada bloque un examen bimestral a los alumnos, pero no se apega a lo institucional en lo que concierne a los contenidos del plan de estudios, pues se observó que la selección de algunas secuencias didácticas no se correspondían con los contenidos establecidos por el Plan de estudios.

CONCLUSIONES

Nuestro trabajo estuvo orientado a la descripción y análisis de las prácticas docentes de profesores de matemáticas de nivel secundaria que han cursado un Diplomado que puso el énfasis en la reflexión sobre la práctica. El objetivo central fue la realización de un seguimiento de las prácticas de estos profesores, interesándonos en conocer los planteamientos tanto del Diplomado como de la propuesta curricular oficial que ellos retoman, tanto a nivel de discurso como en el de acciones concretas en el aula.

Para ello nos propusimos analizar las redes de objetos matemáticos que intervienen y emergen a lo largo de los procesos de instrucción estudiados, así como las acciones sucesivas que realiza el profesor, con el fin de realizar una descripción de las trayectorias epistémicas y docentes implementadas en el aula.

Los resultados más importantes que hemos encontrado en el discurso de los profesores, han sido explicados en el capítulo III. Los hallazgos más importantes encontrados a lo largo de las sesiones de clase observadas, han sido agrupados en las secciones de “Asuntos destacables” en el capítulo IV.

En este apartado nos concentraremos en las conclusiones generales del trabajo, organizadas en los siguientes rubros: Síntesis de los resultados más relevantes con relación a I. Las consideraciones teórico-metodológicas; II. Los sistemas de prácticas observados; III. Sugerencias para los programas de formación de profesores y, finalmente IV. Posibles derivaciones del estudio.

I. CON RELACIÓN A LAS CONSIDERACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

Los instrumentos de investigación fueron diseñados para identificar y analizar aspectos específicos de las prácticas docentes, tomando como referencia elementos básicos del EOS, como son las redes de objetos primarios –lo cual nos refiere a la componente epistémica de los procesos instruccionales- y las acciones, estrategias, formas de conducción del proceso de estudio, posibilidades de identificación y resolución de conflictos semióticos, intervenciones docente-discentes, entre otras, que nos refieren a la trayectoria docente. Estos elementos nos permitieron realizar una descripción y un análisis detallado de las trayectorias implementadas por los profesores.

Queremos resaltar que la observación en aula resultó necesaria para conocer las prácticas de los profesores; no hubiera sido suficiente conocer las intenciones, propuestas y planteamientos manifestados a nivel declarativo.

Dado que los factores que intervienen en las prácticas docentes son de muy diversa índole, el instrumento de investigación diseñado para la observación en aula fue superado por los elementos encontrados durante la observación. El instrumento original

no fue exhaustivo; a lo largo del proceso de observación y su posterior análisis, nos percatamos de que el análisis desarrollado permitió destacar más elementos de los que habíamos previsto originalmente, por ejemplo la detección/tratamiento de conflictos tanto entre los estudiantes como en las interacciones con el profesor; y por otro lado la observación y valoración del estado del aprendizaje de los estudiantes a lo largo del proceso de instrucción.

Por otro lado, una limitante en nuestro estudio fue el momento en que se realizó la observación, ya que coincidió con el momento en que el nuevo plan de estudios recién había sido implementado. La introducción repentina de una nueva organización curricular representa grandes exigencias para el docente. Esta fue una preocupación recurrente en el discurso del profesor A, quien declaró no contar con el tiempo necesario para organizar la implementación de la nueva propuesta. Puede ser entonces que el descuido que se observó en la planeación de sus actividades didácticas haya estado relacionado con este factor.

II. CON RELACIÓN A LOS SISTEMAS DE PRÁCTICAS OBSERVADOS

La pregunta central de la investigación –tal como fue definida al inicio- es la siguiente:

¿Cuáles son los sistemas de prácticas docentes de profesores de matemáticas de secundaria, después de que han cursado el Diplomado “Prácticas docentes en las matemáticas de secundaria”?

que desglosamos en las siguientes dos interrogantes:

- ¿Cómo interpretan los profesores de matemáticas de secundaria el enfoque y la metodología promovidos por el Diplomado?

y

- ¿Cómo llevan al aula los profesores de matemáticas de secundaria el enfoque y la metodología promovidos por el Diplomado?

Agruparemos por lo tanto las conclusiones de este apartado de la siguiente manera: 1. Los elementos más importantes del discurso manejado por los profesores, tanto con relación a las propuestas del Diplomado como a los planteamientos de los planes de estudio; y 2. Análisis de las prácticas observadas, en el que especialmente abordamos la congruencia entre el discurso de los profesores y las prácticas efectivamente implementadas en el aula.

1. El discurso de los profesores

Con relación a los planteamientos de las propuestas curriculares, los aspectos a los que hacen mayor referencia los profesores son el desarrollo de competencias y la

metodología de trabajo en equipo. Los docentes asumen estos aspectos como elementos centrales del significado institucional de referencia para las matemáticas de secundaria. Han conocido y asumido esos planteamientos de diferente manera:

En el caso A, el profesor declara no estar familiarizado con los planteamientos de los documentos oficiales, algunos términos utilizados en ellos no son interpretados en el mismo sentido por él; el docente declara que no conoce el enfoque que se promueve, sin embargo, enuncia el desarrollo de competencias, el planteamiento de problemas y el trabajo en equipo como elementos esenciales en el trabajo en el aula.

La profesora B, en cambio, maneja con soltura los términos utilizados en los documentos que sustentan la propuesta curricular 2006 y menciona algunas diferencias entre los planteamientos de dicha propuesta y la del Plan 2011, como la manera en que se plantean las competencias matemáticas. Incluye también en su discurso elementos de propuestas curriculares anteriores, como el enfoque del Plan de 1993. Se observa que esta profesora se ha documentado sobre los planes y programas, y ha sido su iniciativa el cursar acciones de capacitación que le permitan mejorar su quehacer docente. Enfatiza que el aprendizaje significa que el alumno adquiera habilidad para resolver problemas, para expresar argumentos que le permitan validar los procedimientos empleados y para aplicar lo aprendido cuando se enfrenta a una situación diferente. Afirma que comparte el enfoque de la propuesta curricular vigente pero le ve serios inconvenientes a la carga de contenidos que tiene el Programa de la asignatura. Expresa la dificultad de promover en los estudiantes las competencias matemáticas y genéricas y de buscar que los conocimientos y habilidades adquiridos sean más sólidos, cuando se dispone de tiempos tan reducidos para el tratamiento de cada contenido del Programa. Ante esta limitante del tiempo, afirma que prefiere “que los alumnos aprendan bien en lugar de avanzar con deficiencias”, aunque ello le implique un retraso en el cumplimiento del Programa.

Ambos profesores declaran tratar de crear en el aula ambientes que promuevan el estudio de los contenidos matemáticos a través del planteamiento de situaciones-problema, que sean abordadas en trabajo por equipos y que se discutan de manera grupal. Declaran basarse en los *planes de clase* que propone la SEP, pero afirman que algunos de estos planes no resultan de utilidad para promover la emergencia de los objetos matemáticos que se pretende estudiar.

Los profesores dejan entrever que aunque ellos están de acuerdo con los propósitos que plantean los programas para las matemáticas de secundaria, no está claro cómo llevar esos planteamientos al aula. Para algunos –como hemos visto en el caso A–, los documentos le son ajenos y no le da prioridad a estudiarlos; lo que más le ha resultado de apoyo son las interacciones con otros docentes y los programas de formación y actualización que ha cursado. Otros profesores –como el caso B– se han dedicado a actualizarse a través del estudio de los documentos oficiales y también a través de acciones de capacitación. Pero, aunque comparten la visión institucional, declaran que

por distintos factores –como las características de los estudiantes, las condiciones del aula y la falta de tiempo para abordar todos los contenidos- dichos planteamientos no siempre se pueden implementar en el salón de clases.

Con relación a los planteamientos del Diplomado, los dos profesores rescatan como elementos de mucha aportación los dos aspectos siguientes: el haber trabajado conjuntamente con otros profesores, lo cual les permitió analizar y esclarecer dudas – por medio de las discusiones en equipo y grupales- sobre aspectos tanto matemáticos como didácticos; y las ideas que surgieron acerca de las posibilidades de utilizar situaciones de la vida cotidiana en el aula de matemáticas. Expresaron la complejidad que conlleva la elección y/o diseño de situaciones-problema que resulten eficaces para el aprendizaje y, en general, mencionan que la problematización a la que se les condujo durante el Diplomado, les ha orientado hacia el análisis crítico de aspectos esenciales del trabajo docente, como los procesos de evaluación (mencionado por el profesor B) y el diseño de actividades didácticas (profesor A). También hicieron hincapié en las reflexiones surgidas en el Diplomado acerca de lo que es un problema de matemáticas. Ambos declaran que consideran que un problema necesariamente tiene que implicar un reto para el alumno; y que debe ser una situación contextualizada, haciendo referencia únicamente a contextos extra matemáticos.

Respecto a las concepciones personales, los profesores comparten una visión de enseñanza centrada en el alumno. Declaran que la enseñanza de las matemáticas envuelve una problemática compleja en la que es importante “ponerse en el lugar del alumno”, “fijarse en lo que hace, dejar una semillita para que quiera seguir aprendiendo”.

Veamos ahora los resultados más importantes que fueron observados en las prácticas de estos docentes en el aula. Las diferencias que encontramos en los discursos adquieren un giro distinto en las observaciones realizadas en sus aulas.

2. Las prácticas

Una aparente contradicción se presenta entre lo que aparece en el discurso de A y lo que se observa en sus prácticas en aula, y entre lo que aparece en el discurso de B y las acciones que efectivamente implementa:

Hemos visto que el caso A no tiene un discurso apegado a lo institucional, incluso declara que no conoce el enfoque a promover, pero aun así, -como hemos explicado en el capítulo 4- logra implementar en el aula estrategias favorables para promover el aprendizaje de acuerdo a lo que proponen los planteamientos institucionales. Podemos afirmar que sigue en gran medida la propuesta institucional en cuanto al enfoque y metodología, no siendo así en cuanto a la organización curricular (como hemos visto, el profesor no siguió la propuesta de contenidos planteada para el bloque III en el programa de estudios).

El caso B, por el contrario, maneja un discurso mucho más apegado a lo institucional, en aula trata los contenidos propuestos según la organización curricular, en general hace una selección adecuada de situaciones-problema para trabajar en clase, sigue la metodología de trabajo en equipos y hace un gran esfuerzo por involucrar a la mayoría de los alumnos en las tareas asignadas. Sin embargo, aunque hace un esfuerzo sistemático, no logra concretar “eficientemente” el enfoque institucional, la institucionalización no se lleva a cabo y se observa la presencia de conflictos semióticos que no se llegan a detectar ni resolver.

A continuación rescatamos los aspectos principales observados en las prácticas de los profesores. Estos elementos sintetizan las trayectorias epistémicas y docentes que tuvieron lugar en el aula. Dado que estas trayectorias están imbricadas, varios aspectos corresponden tanto a una como a la otra.

- El uso de situaciones-problema.

Los profesores parten de situaciones-problema situadas generalmente en contextos extra matemáticos. Algunas son diseñadas por el profesor, otras extraídas de los Planes de clase o de libros de texto. Se advierten grandes diferencias entre las primeras y las segundas, ya que aquellas actividades diseñadas por el profesor (principalmente el caso A), aunque promueven la conversión entre lenguajes, las consignas con frecuencia se presentan desarticuladas y la manera en que están formuladas las preguntas conlleva a ambigüedades importantes. La profesora B seleccionó la mayoría de las secuencias trabajadas de los *planes de clase* propuestos por la Secretaría, los cuales promovían de manera más articulada y eficiente la conversión entre lenguajes. Las distintas actividades trabajadas a lo largo de las sesiones de “Proporcionalidad y funciones” estaban relacionadas entre sí, lo cual no fue el caso de las actividades elegidas por el profesor A, que no presentaban articulación unas con otras.

- El uso del contexto en las situaciones-problema.

En las actividades correspondientes al apartado “Proporcionalidad y funciones” se observó que el profesor A no da alguna introducción al contexto, lo cual provoca confusiones en algunos alumnos, cuando el contexto les resulta poco familiar (lo vemos por ejemplo en la sesión en que algunos estudiantes expresaron su dificultad para realizar la conversión de reales brasileños a pesos mexicanos, aun cuando ya habían realizado previamente la conversión de dólares a pesos, sin mayor dificultad).

La profesora B sí da una introducción al contexto, tanto al inicio del tema como al percatarse de que algunos términos del contexto afectan la comprensión de los planteamientos del problema que se está abordando.

En las actividades del apartado “Análisis y representación de datos” –en su mayoría diseñadas por los propios docentes- sí se observó un esfuerzo sistemático por utilizar situaciones cotidianas a los alumnos, utilizando incluso datos reales de los estudiantes – estaturas, promedio de calificaciones-. Podemos conjeturar que los profesores encuentran más posibilidades de vincular con la vida cotidiana los contenidos de este apartado que los de “Proporcionalidad y funciones”.

Un aspecto que se observó es que no se promueve el desprenderse del contexto cuando convenga, y regresar a él cuando convenga. El contexto es utilizado como motivación para involucrar a los estudiantes en la tarea a desarrollar, pero no se utiliza como medio para identificar errores o conflictos de significado.

- La organización del trabajo en el aula

Los profesores utilizan sistemáticamente la metodología del trabajo por equipos. Dejan a los estudiantes abordar libremente las situaciones-problema, acercándose a los grupos para supervisar el trabajo y resolver dudas. Cuando los estudiantes piden la validación de su profesor, estos no dan respuestas categóricas, les piden discutir sus resultados con los otros compañeros, promoviendo que sean los mismos alumnos los que lleguen por sí mismos a la solución de los problemas. La profesora B enfatiza a los alumnos en cada sesión la importancia de que se involucren en el trabajo con sus compañeros, a través de la discusión de procedimientos y resultados.

Después del trabajo en equipos los docentes conducen una puesta en común, en la que preguntan a los diferentes grupos los resultados obtenidos en cada una de las consignas. El profesor A resalta la importancia de verificar primero si se ha comprendido la situación planteada en la situación-problema, antes de pensar en la utilización de un algoritmo. Pone especial énfasis en sacar a la luz los diferentes procedimientos y estrategias utilizadas por los equipos, y luego contrastarlas.

Ambos profesores utilizan el recurso de hacer preguntas para promover la participación del grupo.

Algunas diferencias se observan con relación a la supervisión/evaluación del trabajo individual de los alumnos:

Durante el trabajo por equipos, el maestro A se percata de que hay estudiantes que no están involucrados en el trabajo, pero no hace un esfuerzo sistemático por implicarlos. Aunque promueve constantemente la participación de los alumnos durante las puestas en común, con frecuencia se dirige a las mismas estudiantes. No hace un seguimiento de los avances individuales, ni durante el trabajo por equipos ni en una etapa posterior. No solicita, por ejemplo, que los alumnos escriban los problemas y su resolución en sus cuadernos, de tal manera que el ejemplar de hojas de trabajo queda con frecuencia en manos de un solo estudiante del equipo. El profesor asigna el mayor

énfasis de las sesiones a la puesta en común, en ella se contrastan los procedimientos y estrategias empleadas, se promueve la argumentación, se plantean y resuelven los conflictos semióticos identificados, pero el trabajo matemático individual de cada estudiante en sus cuadernos no parece tomado muy en cuenta.

La profesora B sí realiza una mayor supervisión del trabajo individual. Solicita a los alumnos escribir los problemas y su resolución en sus cuadernos, y revisa que lo hagan. Además hace un esfuerzo por involucrar a la generalidad del grupo, y en varias ocasiones opta por invertir tiempo de la clase para actualizar a los alumnos que estuvieron ausentes la (s) sesión (es) anterior (es). Les insiste en que deben incorporarse a las actividades y les hace preguntas durante la puesta en común, como una manera de corroborar que se han involucrado en la tarea asignada. Hace preguntas dirigidas a estudiantes que tienen poca participación, con el fin de involucrarlos en el trabajo grupal.

- Interacciones en torno a conflictos.

En el caso A, se observó que el profesor identifica conflictos semióticos en los estudiantes y los aborda en la puesta en común, planteando el conflicto a todo el grupo y promoviendo que sean los estudiantes –a través de preguntas planteadas por el docente– quienes elaboren y expresen argumentos que permitan validar o invalidar procedimientos y concepciones enunciadas por los alumnos.

Las actividades son reorientadas con base en las dificultades que surgen durante el trabajo por equipos. El profesor anima a los estudiantes a expresar las dudas y dificultades ante el grupo, con el fin de resolverlas de manera conjunta.

De esta manera, la propuesta de construcción del conocimiento se ve con frecuencia modificada a lo largo de las sesiones, pues se hace necesario que se dedique tiempo a discutir otros objetos matemáticos, no contemplados en la planificación. Aquí se hace notable las decisiones que el profesor toma durante el desarrollo del proceso de estudio, pues cuando identifica la presencia de algún conflicto, opta por redirigir el proceso con la finalidad de resolver de manera grupal la dificultad surgida.

En el caso B se observó la presencia de conflictos semióticos, tanto de los alumnos como conflictos de significado personal de la profesora. Varios de estos conflictos no son detectados; con frecuencia la institucionalización por parte de la profesora es pobre, dando como resultado la presencia de conflictos que quedan sin resolver, como hemos visto en el cierre de la sesión 1 (“variación proporcional directa es cuando las dos cantidades suben o las dos bajan”).

- El uso de recursos tecnológicos en el aula

En este rubro podemos observar que los planteamientos de las reformas curriculares no siempre pueden ser llevados al aula. La propuesta del uso de tecnología en las aulas no puede ser implementada en escuelas cuyas condiciones no satisfacen ni siquiera las necesidades de aula del conjunto de profesores. Aunque la institución fue seleccionada para ser equipada con un aula de *Habilidades digitales para todos*, no se ha realizado un proceso de formación y seguimiento para que pueda ser utilizada con fines didácticos por el conjunto de profesores. En este sentido es remarcable la disposición del profesor A por ocuparse de su proceso de formación (generalmente de manera autodidacta) y su decisión de adquirir con recursos propios herramientas tecnológicas para usar en el aula. Promueve también que los alumnos realicen tareas con el uso de programas de computadora.

En las clases de la profesora B, no se observó el uso de recursos tecnológicos.

- La promoción de las competencias matemáticas en los estudiantes.

Las competencias matemáticas que el Plan de estudios establece que deben ser promovidas son las siguientes: *Resolver problemas de manera autónoma, Comunicar información matemática, Validar procedimientos y resultados, y Manejar técnicas eficientemente.*

Hemos visto que los profesores promueven sistemáticamente la resolución de problemas de manera autónoma y la validación de procedimientos y resultados. Asignan a los estudiantes la responsabilidad de su aprendizaje, promueven la contrastación de estrategias y procedimientos, tanto en el trabajo en equipos como en la puesta en común grupal.

La comunicación de información matemática también es sistemáticamente promovida, solicitan que los estudiantes expliquen los procedimientos que llevaron a cabo y no solamente expresen los resultados obtenidos. Se observó que cuando los estudiantes enunciaban algún argumento o un resultado de manera ambigua o no clara, los docentes les planteaban preguntas con la finalidad de promover un discurso más específico. Sin embargo, como se ha mencionado, en ocasiones la institucionalización es pobre –en el caso B- o queda inconclusa, provocando la permanencia de conflictos sin resolver. La profesora B, aunque promueve especificidad en la comunicación de información matemática, en ocasiones descuida la formalidad en la escritura de expresiones algebraicas, lo que conlleva a expresiones matemáticamente incorrectas, como hemos podido constatar en el tratamiento de la configuración epistémica 3.

En los puntos anteriores hemos sintetizado aspectos relevantes que hemos observado en las prácticas de los profesores. Podemos ver entonces que los profesores incorporan en sus prácticas varios aspectos fundamentales que fueron tratados en el Diplomado, pues aunque en ocasiones la conducción del proceso de aprendizaje no resulta eficiente –particularmente en el caso B-, se observa en ambos profesores un esfuerzo sistemático por promover el involucramiento de los estudiantes en su

aprendizaje, fomentar el trabajo colaborativo, el desarrollo de las competencias matemáticas, las conexiones interdisciplinares, el trabajo a partir de la resolución de problemas que enganchen a los alumnos y favorezcan el aprendizaje; contemplando como un elemento muy importante el uso de distintos registros de representación. Este elemento fue especialmente notorio: todas las actividades seleccionadas o diseñadas por los profesores promovían el uso de distintos lenguajes –tablas, gráficas, expresiones algebraicas, lenguaje verbal, numérico- y las conversiones entre ellos; aspecto en el que hizo especial énfasis el Diplomado.

Los profesores declaran haberse visto involucrados en una problematización, tanto en las actividades que tenían que resolver en el módulo 3, situándose en el papel de estudiantes, como en las discusiones que surgieron acerca de los instrumentos de evaluación –mencionado por la profesora B- y de los planes de clase. Expresan la dificultad que conlleva el diseño de actividades didácticas que sean adecuadas para promover los planteamientos del Plan de estudios.

Hemos visto que estos profesores muestran apertura hacia la innovación didáctica. La modificación de las prácticas depende de numerosas variables, no solamente es cuestión de preparar a los profesores. En estas variables también intervienen fuertemente cuestiones de carácter técnico, como las condiciones en las que se trabaja. Desde el abordaje que hemos tomado en este trabajo, no estamos en condiciones de proponer mejoras que puedan contribuir a solventar esas condiciones, pero sí podemos plantear algunas consideraciones que pueden ser útiles para quienes trabajan en el diseño de programas de formación.

III. SUGERENCIAS PARA LOS PROGRAMAS DE FORMACIÓN DE PROFESORES.

Nos parece importante resaltar que, aunque el Diplomado sí haya impulsado el desarrollo de las competencias profesionales de los profesores, una sola acción de capacitación no es suficiente para que se continúen fomentando estrategias de mejora a largo plazo. El dar seguimiento y continuidad a los programas de formación es una necesidad para promover la modificación de las prácticas.

El diseño de actividades didácticas conlleva dificultades. Esto es expresado por los profesores y se ve reflejado en las situaciones que quedan “en el aire” en el aula, sin institucionalizar.

Una carencia/dificultad importante que observamos en las secuencias didácticas utilizadas por estos profesores, fue el planteamiento de las preguntas. Como hemos explicado en el capítulo IV, se observó con frecuencia que las preguntas escritas en las hojas de trabajo para los estudiantes eran ambiguas, poco claras y no útiles para promover el aprendizaje de manera articulada. Se propone por tanto hacer énfasis en el

desarrollo de situaciones que permitan a los docentes reflexionar sobre el tipo de preguntas que resultan más adecuadas en un diseño didáctico.

También se observó otra dificultad en el uso de los contextos. Con frecuencia se propone un contexto extra matemático como motivación (aunque varios resultaron ajenos en el caso de las actividades trabajadas por el profesor A), pero a veces el contexto se olvida, no se retoma y tampoco se utiliza como medio para identificar y resolver errores, o para verificar resultados.

Consideramos que estos aspectos deben ser tomados en cuenta a la hora de evaluar diseños didácticos, tanto si son tomados de planes de clase o libros de texto, como si son elaborados por los profesores. El contar con herramientas para evaluar diseños de situaciones didácticas resulta fundamental, por lo que se sugiere reforzar el desarrollo de tales herramientas durante los programas de formación.

IV. POSIBLES DERIVACIONES DEL ESTUDIO

Un estudio de las trayectorias cognitivas de los estudiantes permitiría investigar si los aprendizajes logrados se acercan a los que los docentes pretendían enseñar. Esto proporcionaría una visión más enriquecida del análisis de las prácticas docentes.

En otro rubro, consideramos muy pertinente la realización de un análisis de la propuesta curricular 2011. Hemos visto que el proponer un apartado de “Proporcionalidad y funciones” causa confusión, pues no se explicita la manera en que pueden abordarse de manera articulada estos contenidos. En los casos observados no hubo articulación, en ningún momento se trata a las relaciones de proporcionalidad como un caso particular de las funciones. Se usa el término “gráfica de una función” sin ningún tratamiento o explicación previa, y se desaprovecha la utilización del término “en función de” para tratar el objeto matemático función. Incluso uno de los profesores trabaja en el bloque III –en el que el programa de estudios se enfoca al tratamiento de la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad- una secuencia didáctica que promovía el estudio de las relaciones funcionales no proporcionales.

Dado que uno de los planteamientos esenciales del Plan de estudios para la Educación Básica 2011 es la articulación, tanto entre los elementos de una misma asignatura como entre las distintas asignaturas y grados escolares, consideramos necesaria una revisión que conlleve a una mayor explicitación de cómo promover esa articulación.

ANEXO 1. INSTRUMENTOS DE RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN

1. Guión de entrevista

GUIÓN DE ENTREVISTA

Fecha de entrevista: _____

Nombre (o clave) del profesor: _____

Objetivo: Ver qué tanto conoce el profesor de los planes y programas, de los planteamientos de la reforma; qué de eso identifican en el diplomado (que den ejemplos concretos de qué planteamiento se está promoviendo con cuál actividad del diplomado).

Bloque I. Sobre el conocimiento del plan y programas de estudio y sobre su actividad docente en el aula

I.1. ¿Usted conoce los planteamientos (enfoque, metodología, organización curricular) del programa de matemáticas del plan de estudios de secundaria 2006? si conoce también el plan 2011, que me diga de los dos, si encuentra diferencias, o qué es lo más relevante en el planteamiento nuevo, cómo están organizados los contenidos).

I.2. ¿Cuáles considera Usted que son los más importantes?

I.3. ¿Qué puede decir acerca de las competencias matemáticas? ¿En qué consisten?

I.4. ¿Cómo las promueve en su salón de clases?

I.5. ¿Cómo organiza Usted el trabajo en el aula? ¿Qué acciones realiza Usted? ¿Cuáles corresponden a sus alumnos?

I.6. ¿Plantea problemas a sus alumnos? ¿En qué momento de la clase? ¿Con qué propósito?

I.7. Para Usted, ¿qué es o cómo caracterizaría un problema de matemáticas?

Bloque II. Sobre el diplomado

II.1 ¿Cuáles son las competencias profesionales que usted cree que debe tener un maestro de matemáticas de secundaria?

II.2 ¿Encontró Usted en el diplomado actividades o sugerencias metodológicas que le podrían ayudar a mejorar su práctica docente o a desarrollar alguna de las competencias profesionales mencionadas anteriormente? Si la respuesta es afirmativa, proporciónenos ejemplos y diga, si es el caso, cuáles ha incorporado en su labor cotidiana.

II.3 ¿De qué manera cree que en el diplomado se está promoviendo el desarrollo de esas competencias? Dar ejemplos: qué actividad del diplomado está promoviendo cuál competencia.

II.4 Describa cuál es el enfoque metodológico con el cual se trabajó en el diplomado. Dar su opinión al respecto.

II.5 ¿Qué opinión tiene de las actividades propuestas en el módulo 3 del diplomado?

Bloque III. Sobre sus concepciones personales

III.1 Para Usted, ¿qué es la matemática?

III.2. ¿Cuándo considera que un estudiante aprendió matemáticas?

III.3 ¿Qué significa para Usted enseñar matemáticas?

DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1) Nombre

2) Escuela donde labora

3) Años de experiencia docente (si trabaja en otros niveles educativos también indicarlo)

4) Formación profesional

5) Cursos de formación o actualización docente tomados en el último año:

6) Número de horas semanales de trabajo docente

2. Guía de observación en el aula

GUÍA DE OBSERVACIÓN EN EL AULA

Clave/nombre del profesor _____

Fecha de observación _____

CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA

Identificación de objetos primarios

Situaciones-problemas					
Lenguajes ¿Cuáles aparecen? ¿Se privilegia alguno?	Verbal	Gráfico	Algebraico	Numérico	Tabular
Conceptos-definiciones					
Procedimientos					
Proposiciones					
Argumentos					

TRAYECTORIA DOCENTE.

Guía de observación

¿El profesor partió de una situación-problema?

¿Con qué fin la utilizó?

¿Es en un contexto matemático o extramatemático?

¿El profesor regresa al contexto? ¿Lo abandona?

¿Promueve la participación de los alumnos?

¿Toma en cuenta las intervenciones de los alumnos?

¿Se dirige sólo a un pequeño grupo o a todos?

¿El profesor utiliza el recurso de hacer preguntas a los alumnos?

Si es el caso, ¿cómo las utiliza?:

¿Les pide simplemente terminar la frase?

¿Les pide que recuerden algún conocimiento anterior?

¿Las preguntas van encaminadas a que los alumnos se acerquen a la solución del problema?

¿El maestro promueve la argumentación?

REFERENCIAS

- Ávila, A. (2001). *La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar*. Tesis de doctorado, UNAM, México D.F.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. México D.F: SEP.
- Font, V., Planas, N. y Godino, J.D (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33 (1), 89-105.
- Godino, J.D, Font, V. y Wilhelmi, M.R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial, CLAME, México D.F, pp. 131-155.
- Godino, J.D, Wilhelmi, M.R. y Bencomo, D. (s/f). Criterios de idoneidad de un proceso de instrucción matemática. Aplicación a una experiencia de enseñanza de la noción de función, *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*. Recuperado el 30 de septiembre de 2012, de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/criterios_idoneidad_funcion.pdf
- Godino, J.D, Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática*. Versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009 del artículo Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Ibarra, S. (2008). *La Transposición Didáctica del Álgebra en las Ingenierías. El Caso de los Sistemas de Ecuaciones Lineales*. Tesis de doctorado, CICATA, México D.F.
- Ibarra, et al (2011). *Diplomado Prácticas Docentes en las Matemáticas de Secundaria. Guía del Instructor*. Universidad de Sonora.
- IIIEES (2011). *Informe Debilidades y fortalezas académicas de educación secundaria. Segundo grado*. Hermosillo: Instituto de Innovación y Evaluación Educativa del Estado de Sonora.
- INEE. Díaz, M.A, Flores, G. et al. (2010). *México en PISA 2009*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Recuperado el 21 de septiembre de

2011, de http://www.inee.edu.mx/archivosbuscador/2009/05/INEE-200905288-pisa2009_completo.pdf

INEE, *Explorador Excale*, <http://www.inee.edu.mx/explorador> [29 de sept 2011].

Mena, R. (2005). *Un estudio sobre la enseñanza del álgebra*. Tesis de maestría, Universidad de Sonora, Hermosillo.

Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. *PNA*, 2(3), 87-107. Recuperado el 14 de diciembre de 2010, de www.pna.es/Numeros2/pdf/Puig2008Sentido.PDF

Robles, G (2010). *La función derivada a partir de una visualización de la linealidad local*. Tesis de maestría, Universidad de Sonora, Hermosillo.

SEP (2006a). *Educación Básica. Secundaria. Plan de Estudios 2006*. México D.F: SEP.

SEP (2006b). *Matemáticas. Guía de trabajo. Primer Taller de Actualización sobre el Programa de Estudios 2006. Reforma de la Educación Secundaria*. México D.F: SEP.

SEP (2011a). *La Reforma Integral de la Educación Básica*. Recuperado el 25 de septiembre de 2011, de <http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/index.php?act=rieb>

SEP (2011b). *Plan de estudios 2011. Educación básica*. México D.F: SEP.

SEP (2011c). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas*. México D.F: SEP.

SEP (2011d). *Resultados Prueba ENLACE 2011 Básica y Media Superior*. Recuperado el 23 de noviembre de 2011, de http://www.enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2011/ENLACE2011_versionFinalSEP.pdf