



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"

UNIVERSIDAD DE SONORA

DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Departamento de Matemáticas

Secuencia de actividades didácticas para la construcción del significado de algunos objetos de Estadística Descriptiva a través de tablas y gráficos

TESIS

Que para obtener el título de:

**Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática
Educativa**

Presenta:

Paola Estefania Onuma Aganza

Director de Tesis:

M.C. Manuel Alfredo Urrea Bernal

Hermosillo, Sonora, México.

Febrero 2018

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



“El saber de mis hijos
hará mi grandeza”



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Agradecimientos

Gracias a todas esas personas que de alguna forma colaboraron para que este trabajo culminara lo mejor posible. En primer lugar a Dios porque no fue fácil y eso lo sabía desde el principio, sin lugar a dudas uno de los mayores retos de mi vida y me siento muy complacida por haberlo logrado. A lo largo de este camino me encontré y reencontré con gratas personas que fueron mis maestros; Ramiro, que fue uno de los primeros contactos que tuve con ideas acerca de la construcción del conocimiento en los estudiantes y la problematización. Lupita, que gracias a su dedicación reconocí la complicada pero gratificante labor de ser docente. Silvia, quien dejó entrever que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es un complejo mundo en el cual se puede participar de manera activa y eficaz conociendo y aplicando la Matemática Educativa. Agustín, quien me enseñó a viajar, porque cada vez que tenía una clase sentía que mis ideas volaban, y poco a poco me sumergía en las diferentes formas de abordar la Matemática Educativa. Hugues, quién llegó a revolucionar mi trabajo, puesto que me ayudó de manera eficaz a que mis ideas se organizaran y tomaran un buen curso. Gerardo, sin lugar a dudas me puso en jaque, con su forma tan peculiar de enseñar y que he de decir fue difícil en primer instancia entender su visión pero al final el avance se vio plasmado claramente en mi trabajo. Nancy, que con su espontaneidad puso esa chispa necesaria para que progresara en mi estancia por la maestría.

También quiero dar un especial agradecimiento a mis sinodales, quienes fueron parte crucial para que este trabajo llegara a su fin de manera satisfactoria: Hugues, Amado, Gerardo.

Por su esfuerzo, dedicación, y muchas otras cualidades le doy gracias a mi Director de Tesis el maestro Manuel Alfredo Urrea Bernal quien vió más allá y logró que mis cualidades como persona y estudiante se potenciaron para lograr un buen producto.

Y una mención especial para mis compañeros de la maestría con quienes compartí clases, grandes momentos y una ideología de vida.

A CONACYT por contribuir a mi formación como Maestra en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa.

También quiero agradecer a mis papas, Marina y Ramón, quienes son mi inspiración día a día, porque veo en ellos esa grandeza del ser humano quien lucha por lograr salir adelante poniendo de manifiesto sus grandes habilidades y aptitudes en cada paso que dan. Mi admiración hacia ustedes es infinita y mi amor ni se diga, los amo.

Daniel, que su nombre es corto comparado con su temple. Gracias a Dios por ponerte en mi camino y hacer de mi paso por este mundo un lugar más cálido y feliz. Gracias por tu comprensión y apoyo durante la maestría, que sin pensarlo fue crucial porque a pesar de que hubo momentos en los que no daba más, tú supiste motivarme para lograr mi objetivo.

Y a todas esas personas que no pondré su nombre pero que de alguna manera pusieron su entusiasmo, y esas palabras de aliento que hicieron más bonito y agradable mi paso por esta etapa y formación de vida. Solo puedo decir GRACIAS.

Índice

Introducción.....	1
Capítulo 1 Problemática, elementos de justificación y objetivos	
1.1	Introducción.....3
•	Estadística en Educación Estadística.....3
•	Trabajos relacionados.....7
1.2	Problemática y elementos de justificación.....10
•	Contexto situacional.....10
•	Instituciones de EMS incorporadas a la Universidad de Sonora...12
•	Errores y dificultades.....15
1.3	Objetivos del trabajo.....17
Capítulo 2 Consideraciones teóricas y método	
2.1	Elementos Teóricos del EOS.....18
•	Situación-problemática, prácticas, objetos matemáticos y función semiótica.....18
•	Tipos de significados institucionales y personales.....19
•	Objetos emergentes de la actividad matemática.....20
•	Primer nivel: Configuraciones de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas.....20
•	Comprensión de un objeto matemático.....22
•	Segundo nivel: Procesos matemáticos y conflictos semióticos.....23
•	Tercer nivel: Configuraciones y trayectorias didácticas.....24
•	Cuarto nivel: Sistema de normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio.....25
•	Quinto nivel: Criterios de Idoneidad.....26
2.2	Método.....32
•	Etapas para la planeación y ejecución del proyecto.....32
•	Método para el diseño y la puesta en escena de la propuesta: desarrollo de la etapa 4 para la planeación y ejecución del proyecto.....33
Capítulo 3 Propuesta	
3.1	Significado Institucional de Referencia.....35
3.2	Descripción de la propuesta.....58
3.2.1	Características generales de la propuesta.....58
3.2.2	Descripción de las secuencias de actividades didácticas.....61
•	Secuencia Didáctica 1. ¿A qué grupos de edad daría prioridad para combatir el dengue?.....61
•	Secuencia Didáctica 2. ¿Qué tipo de agua

	recomendaría tomar?.....	80
	• Secuencia Didáctica 3. ¿Las mujeres o los hombres de tu salón tienen un corazón más saludable?.....	99
3.3	Significado Institucional Pretendido.....	117
3.4	Valoración de la idoneidad didáctica a priori del diseño.....	138

Capítulo 4 Análisis y valoración de la implementación de la propuesta

4.1	Significado Institucional Implementado.....	145
	• Descripción de la implementación de la Secuencia Didáctica 1....	145
	• Descripción de la implementación de la Secuencia Didáctica 2....	203
4.2	Valoración de la idoneidad didáctica a posteriori del diseño.....	238

Capítulo 5 Conclusiones y reflexiones finales

5.1	Conclusiones de los objetivos de la propuesta.....	242
5.2	Conclusiones de los objetivos del trabajo.....	243
5.3	Líneas de posibles trabajos.....	244
5.4	Reflexiones finales acerca de los aspectos atendidos de la problemática..	245

Referencias bibliográficas.....248

Anexo A.....	251
Anexo B.....	265
Anexo C.....	282

Introducción

En la actualidad grandes masas de datos se analizan estadísticamente. Por ejemplo algunos organismos e instituciones proporcionan información estadística que es de utilidad para la población, entre los que destacan en el ámbito nacional el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), Instituto Nacional Electoral (INE), Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) y el Consejo Nacional para la Prevención de Accidentes (CONAPRA); así como internacionales, la Organización Mundial de la Salud (OMS), Organización de las Naciones Unidas (ONU), Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (*OCDE*) y el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA). Sin embargo esta información no está al alcance de las personas que no son capaces de interpretar información estadística, mucho menos evaluar, discutir y comunicar dicha información, por lo que hoy en día es indispensable desarrollar estudiantes con una formación sólida en estadística.

En síntesis, la sociedad demanda profesionistas que sean capaces de analizar datos. En particular, la Educación Media Superior (EMS) tiene el interés en formar personas con conocimientos, habilidades y actitudes encaminadas a que éstas puedan ser parte de la sociedad realizando proyectos en beneficio de la misma. Una forma en la que pueden contribuir es a partir del análisis de datos estadísticos, proveniente de instituciones de renombre, para tomar decisiones acerca de problemáticas que aquejan a la ciudadanía. Por ejemplo, el acceso a la información socioeconómica de la población (México) que ofrecen organismos como el INEGI, y su correspondiente análisis estadístico permite a las empresas conocer la oferta y demanda de bienes y servicios, además de mercados potenciales, lo que permite invertir en programas que sean redituables (INEGI, 2016).

Tomando como base los aspectos relacionados con la inclusión en la sociedad de jóvenes competentes en la toma de decisiones con fundamento estadístico, el presente trabajo consiste en una propuesta de intervención didáctica que consta de secuencias de actividades didácticas en las cuales se promueve el aprendizaje de algunos elementos de Estadística Descriptiva que son de utilidad para el análisis de datos.

Para dar una idea general del contenido que se presenta en este trabajo, se describe brevemente cada capítulo.

En el **primer capítulo** se retoman aspectos relacionados con la importancia del estudio de la estadística en la sociedad y dentro del currículo, debido a una serie de hechos que nos advierten la necesidad de contribuir al desarrollo del estudiante a partir de la enseñanza de la estadística. También se mencionan errores y dificultades, registrados en la literatura, que conlleva el aprendizaje de estadística descriptiva.

Otro punto que se aborda son los trabajos relacionados con esta propuesta, en los cuales se cita a Silvestre (2011), García (2009), Terrés (2010) y Chaves (2012).

Debido a que la propuesta de intervención didáctica está dirigida a estudiantes de nivel medio superior, se retoman aspectos importantes a considerar en este nivel, como lo es la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) y el enfoque por competencias

que se plantea. En particular, la propuesta es para estudiantes de las escuelas incorporadas a la Universidad de Sonora (UNISON) por lo que se dan a conocer aspectos esenciales que derivan en la adopción del enfoque por competencias en estas escuelas. Lo anterior, conlleva la necesidad de material didáctico para el estudiante (entre otros), en particular material para la asignatura Probabilidad y Estadística, en los cuales se promueva el desarrollo de competencias disciplinares extendidas y genéricas.

Para atender la problemática que se identifica en la EMS, se plantea un objetivo general y algunos objetivos específicos que contribuirán a llevar a buen término la propuesta.

En el **segundo capítulo** se describe el marco teórico que se selecciona para poder cumplir con los objetivos del trabajo, este es el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) del cual se hacen uso algunos entes teóricos que permiten diseñar, analizar la implementación del diseño, así como valorar el mismo para un posible rediseño.

Además, en el mismo capítulo se menciona el método que se sigue para cumplir con los objetivos del trabajo y con los objetivos de las secuencias didácticas.

En el **tercer capítulo** en principio se describen el tipo de prácticas que se usan como referencia para el aprendizaje de Estadística Descriptiva en las escuelas incorporadas a la UNISON, a partir de planes, programas de estudio y bibliográfica recomendada; y las prácticas que se promueven en la literatura de Matemática Educativa que dan cuenta de lo que el estudiante debe aprender. Lo anterior compone el Significado Institucional de Referencia (SIR), a partir del cual, se retoman prácticas (a criterio de la institución) para elaborar las secuencias de actividades didácticas que constituyen la propuesta, lo que viene a ser el Significado Institucional Pretendido (SIP). Posteriormente, se realiza una evaluación a priori de la propuesta usando los criterios de idoneidad didáctica del EOS.

En el **cuarto capítulo** se describen el tipo de prácticas que presentaron los estudiantes al implementar la propuesta las cuales se desprenden del sistema de prácticas que promueve el docente en el aula de clases, lo que constituye el Significado Institucional Implementado (SII). Para finalizar con una evaluación a posteriori de la propuesta.

Por último, en el **quinto capítulo** se consideran las conclusiones que se generan del trabajo, algunas de ellas relacionadas con el cumplimiento de los objetivos de la propuesta de intervención didáctica, otros con el cumplimiento del objetivo general del trabajo. También se realiza una reflexión sobre los aspectos de la problemática que se retomaron en el desarrollo del trabajo, para finalmente proponer algunos posibles trabajos que se desprenden del presente.

1 Problemática, elementos de justificación y objetivos

1.1 Introducción

Estadística en Educación Estadística

En este trabajo interesa estudiar la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la estadística, cuyo contenido ha estado presente en los planes de estudios al menos en los últimos 29 años (Batanero, 2009), por ejemplo, en México en el nivel básico aparece desde primero hasta sexto de primaria desde la Reforma de 1993 (Acuerdo 181, 1993), lo que ha llevado a cuestionarse acerca de la importancia de la enseñanza de la Estadística y su aplicación en la vida cotidiana.

Aspecto disciplinar que se ha mantenido dentro del área de matemáticas en nuestro sistema educativo, tanto en el nivel básico como en EMS, a pesar de las diferentes modificaciones curriculares que se han estado realizando en los últimos años. El hecho de que el contenido de estadística se mantenga en los planes de estudio, entre otros factores, obedece a los requerimientos que tiene la sociedad actual sobre el manejo, organización y análisis de una gran cantidad de información para la toma de decisiones, tanto en el ámbito personal como en el profesional.

Cuando se habla de Estadística, se suele relacionar con la recolección de datos, o con el cálculo de tasas de mortalidad, natalidad y esperanza de vida, así como con el promedio de bateo de algún beisbolista, entre otras, y si bien estas vienen a ser cosas propiamente relacionadas con la actividad estadística, lo cierto es que no engloban la totalidad de los fenómenos que son analizados por ésta y su potencia en el análisis e interpretación de datos.

El INEGI es un organismo público que se encarga de “producir, integrar y dar a conocer la información Estadística (sociodemográfica y económica) y geográfica” (INEGI, s.f.), el cual define a la estadística como “La rama de las Matemáticas que, a través de diversas metodologías y técnicas, se encarga de la recolección y organización de datos acerca de personas, sucesos o cosas. Asimismo, facilita su análisis e interpretación, con el fin de obtener conclusiones” (INEGI, s.f.), y dichas conclusiones llevan a la toma de decisiones fundamentadas.

Para Barnett (1973), citado por Cabria (1994, p.23), *“La estadística es la ciencia que estudia cómo debe emplearse la información y cómo dar una guía de acción en situaciones prácticas que entrañan incertidumbre”*.

Por su parte, el doctor Gutiérrez Peña, ex presidente de la Asociación Mexicana de Estadística, dice que “La estadística es considerada la ciencia que estudia los fenómenos inciertos o las situaciones que no se pueden predecir con certeza, pero sobre los cuales podemos recabar información” (Santillán, 2013), los fenómenos o situaciones que estudia la estadística se manejan a través de datos en donde se percibe la presencia de variabilidad, ya sea en un mismo conjunto de datos o en diferentes muestras de la misma población.

La importancia que se le ha dado a la estadística en nuestros tiempos ha desencadenado el desarrollo de la ciencia, la tecnología y las masas de información que se generan en los diversos medios de comunicación. Asimismo, el doctor Peña, del Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas de la UNAM, mencionó que “cada vez se acumula más información, prácticamente sobre cualquier aspecto, y es necesario que haya gente capaz de poder analizar e interpretar los datos y llegar a los tomadores de decisiones” (Santillán, 2013).

Se reconoce que es difícil que de un día para otro egresen de las universidades estudiantes con formación estadística profunda y especializada (en la mayoría de los programas de licenciatura de la Universidad de Sonora (UNISON) se contempla sólo un curso de estadística, excepcionalmente hay programas que contienen dos cursos), lo que sí se puede hacer es fomentar en los estudiantes de cualquier área profesional el desarrollo de un pensamiento variacional no determinista (no solo a nivel técnico) que la sociedad de nuestros tiempos demanda. El desarrollo de dicho pensamiento estadístico deberá ser promovido a lo largo de todo el sistema educativo mexicano.

Haciendo énfasis en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística Fischbein (1975), citado por Batanero (2000, pp.1-2), expresa que “en el mundo contemporáneo, la educación científica no puede reducirse a una interpretación unívoca y determinista de los sucesos. Una cultura científica eficiente reclama una educación en el pensamiento estadístico y probabilístico”.

Asimismo, Batanero, Arteaga y Contreras (2011) señalan que un reto en la educación es la mejora de la intuición estocástica de los estudiantes, pues en la escuela se fomentan las explicaciones deterministas por parte de los estudiantes al resolver una situación.

La matemática se ha caracterizado por ser una ciencia que procura la unicidad de sus resultados, sea a través de uno o varios procedimientos, recurriendo incluso a la supresión de variables que afectan la solución del problema. La particularidad de la estadística es el estudio de fenómenos en los cuales las situaciones que se plantean no necesariamente tienen solución única, debido a que se contemplan variables que afectan a dicho fenómeno, por tanto la variabilidad es un elemento que determina el comportamiento de las variables involucradas. Por lo anterior, es fundamental identificar aquellas nociones o ideas de la estadística que están presentes a la hora de enfrentar una situación particular.

Hay varios autores que proponen una relación de las ideas estadísticas fundamentales, en particular Burrill y Biehler (2011) enuncian las siguientes: datos, gráficos, variabilidad aleatoria, distribución, asociación y correlación, probabilidad, muestreo e inferencia.

Para Batanero, Díaz, Contreras y Roa (2013) el uso adecuado de las ideas fundamentales en la resolución de problemas estadísticos requiere el desarrollo del pensamiento estadístico, el cual se define según Snee (1990), citado por Wild y Pfannkuch (1999, p.224), como *“procesos de pensamiento, que reconocen que la variación es todo lo que nos rodea y está presente en todo lo que hacemos, todo el trabajo es una serie de procesos interconectados, y la identificación, caracterización, cuantificación, control y reducción de la variación proporcionan oportunidades de mejora”*.

La estadística parte de la idea *variabilidad*, la cual se integra con otras nociones que resultan en el desarrollo del pensamiento estadístico, el cual para Wild y Pfannkuch (1999) se caracteriza a partir de cuatro dimensiones (solo se hará mención a las dos principales), las cuales tienen la finalidad de organizar algunos elementos que componen al pensamiento estadístico.

La primera dimensión, denominada ciclo investigativo PPDAC (Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones), da cuenta del proceso que sigue un experto en estadística para resolver un problema de la realidad. Es así como el ciclo PPDAC es una forma de representar el proceso cognitivo que requiere una persona para realizar una investigación estadística.

La segunda dimensión trata de los tipos fundamentales de pensamiento estadístico, los cuales son:

1. **Reconocer la necesidad de los datos**
2. **Transnumeración** Cambio de las representaciones para generar la comprensión
 - Capturando en una medida los elementos significativos de un fenómeno.
 - Cambio de representaciones de los datos
 - Comunicar información estadística
3. **Consideración de la variabilidad**
 - Darse cuenta y reconocer
 - Medir y modelar para cumplir los propósitos de predicción, explicación y control
 - Explicar y tratar con ésta
4. **Razonamiento con modelos estadísticos**
5. **Integración de la estadística y el contexto**
 - Información, conocimiento y concepciones

Otro aspecto relacionado con el pensamiento estadístico es cultura estadística, que Gal (2002) la define en términos de las siguientes dos competencias relacionadas:

- a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante (pp. 2-3).

Por otra parte, Arteaga (2011, p. 307), cita a Watson (2006), dice que en la “actualidad para que un individuo sea estadísticamente culto debe ser capaz de leer e interpretar los distintos gráficos estadísticos que se encuentre tanto en los medios de comunicación, en Internet o en distintos ámbitos de su vida personal o laboral”. Características deseables a ser desarrolladas en los estudiantes de los cursos de Estadística en los diferentes niveles educativos.

Al plantearse que el estudiante desarrolle un pensamiento y una cultura estadística deseable, es necesario hablar de las ideas estadísticas fundamentales que se hacen presentes al interpretar, evaluar, discutir y comunicar información estadística, información que puede estar dado en forma gráfica y/o tabular. Por lo anterior, en la actualidad se encuentra cada vez más generalizada la idea de que la sociedad requiere comprender gráficos y tablas que se encuentran en los diferentes ámbitos en los que se desarrollan los ciudadanos, como: en los recibos de pago de servicios, en estados de cuenta bancarios, registro de indicadores del estado de salud personal (toma de presión sanguínea, frecuencia cardíaca, IMC, etc.), resultados deportivos, información económica y política, etc.

En uno de sus trabajos Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos nos señalan que “la destreza en la lectura crítica de datos es un componente de la alfabetización cuantitativa y una necesidad en nuestra sociedad tecnológica” (1994, p.3). En concordancia con lo que establece Curcio (1989), en lo que respecta a la alfabetización, quien propone tres niveles de lectura o comprensión de gráficos, los cuales según Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras se hacen extensivos para tablas (2011):

- (a) **Leer los datos:** solo se requiere una lectura “por encima” del gráfico, para responder a preguntas explícitas donde la respuesta es “obvia”, sin necesidad de emitir interpretaciones.
- (b) **Leer dentro de los datos:** se hace presente la interpretación, búsqueda de relaciones en los datos presentados en un gráfico, uso de conceptos y habilidades matemáticas.
- (c) **Leer más allá de los datos:** se hace necesario el realizar predicciones e inferencias a partir de los datos para responder a preguntas implícitas.

Por ejemplo, si analizamos los niveles que se requieren en la lectura de un histograma, “Leer los datos” se refiere a cuestiones sobre la lectura de las escalas o encontrar el valor de la frecuencia de una de las barras, dado el intervalo. “Leer dentro de los datos” se refiere, por ejemplo, a cuestiones sobre la forma de la distribución de los datos, decir en que intervalo hay más o menos cantidad de datos (frecuencia). Finalmente la predicción del valor de la frecuencia de otras barras, o contrastar por ejemplo dos histogramas con la misma variable (cuantitativa continua), y poder conjeturar acerca de si sus medias son iguales, estadísticamente, o diferentes, pertenecería al nivel “Leer más allá de los datos”.

Pudiéramos decir que una persona que tiene cultura estadística y pensamiento estadístico es capaz de “Leer más allá de los datos”, y por lo tanto los niveles anteriores.

Los tres niveles de comprensión de gráficos requieren especial atención, en particular el “leer dentro de los datos” según nos dice Curcio (1989), porque es necesario que el

estudiante este atento al fenómeno que se estudia y pueda abstraer información del gráfico, que le permita interpretar, haciendo una extrapolación de los conceptos estadísticos de interés aplicados al problema planteado.

Para complementar Monteiro y Ainley (2004) mencionan que “la interpretación de gráficos no es un procedimiento técnico, pero si una actividad en la que se movilizan un amplio rango de conocimientos, experiencias y sentimientos” (p.8).

Además, la interpretación de gráficos estadísticos resulta ser un elemento clave del ciclo investigativo: problemas, plan, datos, análisis y conclusiones (Wild & Pfannkuch, 1999).

A pesar de los esfuerzos por fomentar el desarrollo de una cultura estadística o pensamiento estadístico en los estudiantes, Escudero y Mendes (2005) mencionan que en la escuela se restringe el aprendizaje de estadística a la presentación de información a través de diagramas, tablas y gráficos, por lo que la interpretación así como emitir conjeturas y predicciones del conjunto de datos que son parte esencial de la lectura de datos y de la cultura estadística, no se promueve.

Prueba de ello se hace visible en la investigación de Lugo (2016) quien realizó un cuestionario diagnóstico inicial para estudiantes de nivel superior, el cual arrojó que el 66.28 % (del 100 % de las preguntas planteadas para el nivel leer dentro de los datos) de las respuestas de los estudiantes se ubican en el nivel “Leer los datos”, y solamente el 8.55 % (del 100 % de las preguntas planteadas para el nivel leer los datos) de las respuestas se ubicaron en el nivel “Leer dentro de los datos”.

Trabajos relacionados

En esta sección se darán a conocer algunos trabajos afines al proyecto que se está desarrollando, respecto al contenido matemático y/o acciones tendientes a mejorar la enseñanza o el aprendizaje de este, con el fin de conocer lo que están haciendo los especialistas en matemática educativa y en su caso retomar aquellos resultados que se consideren pertinentes de dichos trabajos.

Entre los trabajos que se han concretado se encuentra el de Silvestre (2011) el cual lleva por título *Actividades didácticas para promover un acercamiento intuitivo a algunos tipos de muestreos aleatorios* dirigido a estudiantes de nivel superior del área económico-administrativa. En este trabajo se pone el foco de interés en el muestreo, pues en estadística una de las partes primordiales para llevar a cabo un estudio es la recolección de datos, que permanece estrechamente relacionada con los tipos de muestreo; el propósito de éste radica en obtener una muestra que sea representativa de la población de interés para poder extraer información fidedigna y emitir interpretaciones confiables basadas en las herramientas que nos proporcionan la estadística descriptiva e inferencial. Las actividades propuestas por Silvestre (2011) tienen la intención de que el estudiante sea capaz de optar por alguna estrategia que le sea útil para llevar a cabo la recolección de datos, así como decidir sobre los tamaños de muestra, establecer diferencias entre muestreos aleatorios como el muestreo aleatorio simple, sistemático, estratificado, por conglomerados y estratificado; así como identificar cuando se trata de un muestreo aleatorio o no. Para lo anterior se le plantean al

estudiante situaciones en las que se pueda proponer alguna estrategia de muestreo, además de situaciones en las que puedan realizar los diferentes tipos de muestreo.

Los análisis en este trabajo fueron realizados con los elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2008), mediante los cuales se pudo llegar a las siguientes conclusiones:

- La mayoría de los estudiantes identificaron apropiadamente los muestreos realizados al clasificarlos como aleatorios o no aleatorios.
- Sólo se detectaron dificultades en pocos estudiantes que confundieron al muestreo aleatorio estratificado con el muestreo por conglomerados la mayoría de los estudiantes fueron capaces de identificar los procedimientos correspondientes al momento de clasificar las propuestas de muestreo.
- A pesar de que se presentaron algunas dificultades técnicas con el manejo de Excel durante la realización del muestreo aleatorio estratificado y por conglomerados, los estudiantes lograron realizar los principales tipos de muestreo propuestos con la ayuda de Excel se pudo constatar que la mayoría de los estudiantes identificaron correctamente el sesgo que producen muestreos no aleatorios.
- El cálculo automatizado de la media muestral permitió hacer comparaciones rápidas entre éstas y la media poblacional, lo que facilitó a los estudiantes conjeturar que los muestreos aleatorios producían, sistemáticamente medias muestrales más cercanas a la media poblacional.
- Se considera que las dificultades que se presentaron respecto al manejo de Excel para la realización del muestreo aleatorio estratificado y por conglomerados, así como la redacción de algunas preguntas, influyeron de tal forma que la mayoría de los estudiantes no fueron capaces de proponer muestreos de este tipo para enfrentar situaciones que así lo requerían. (Silvestre, 2011, pp. 113-114)

Otro trabajo afín es el realizado por García (2009) titulado *Detección de dificultades en la comprensión de la media aritmética en alumnos de nivel superior* específicamente alumnos del Instituto Tecnológico de Sonora (ITSON). Del estudio hecho se obtuvieron algunas conclusiones como las siguientes:

- El cálculo de la media ponderada muestra un alto índice de dificultad ya que solamente tres sujetos hicieron uso de ella, coincidiendo con las investigaciones sobre el tema por ejemplo las de Pollatsek, Lima y Well (1981) o las de Gattuso y Mary (1998).
- Solamente el 29.41% de ellos invierte el algoritmo de cálculo dada una media para obtener la suma total. Esto está de acuerdo a diferentes autores como (Cai, 1995; Watson y Moritz, 1999, 2000) que sugieren que la inversión del algoritmo de la media es difícil para los estudiantes.
- En la comparación de dos conjuntos de datos solamente un sujeto, 5.88 %, hace uso de la media como representante. Este resultado coincide con los estudios de (Estepa y Batanero, 1994), que observan que los sujetos basan la comparación de dos conjuntos de datos en la comparación de los máximos o mínimos, en la comparación de los totales o en la inspección de los valores uno a uno. (p. 106)

Asimismo, en la tesis de Terrés (2010) que lleva por nombre *Propuesta de secuencia didáctica para estadística descriptiva utilizando la computadora como herramienta* dirigido a estudiantes del quinto semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Vallejo que estén cursando la materia de Probabilidad y estadística I.

Los objetivos de aprendizaje que se plantean son los siguientes:

- Explorar los fenómenos aleatorios para conocer las características de una población.
- Conocer las técnicas para obtener información, que conducen a realizar inferencia acerca de una población a partir de una muestra representativa. Se estudia uno de los métodos para obtener una muestra de una población con la finalidad de realizar observaciones acerca de ella.
- La organización de datos y su presentación gráfica y su análisis descriptivo en términos de las medidas de tendencia central y dispersión. (p.52)

En primera instancia se realizó un Pre-test en el cual se introdujeron algunos reactivos sobre conocimiento y otros de aplicación de la estadística descriptiva, con la finalidad de conocer los conocimientos previos que el estudiante tiene antes de iniciar el estudio de la unidad. En algunos reactivos se presentan tablas y gráficas elaboradas con la hoja de cálculo Excel.

Después se introducen algunos estadísticos como variable, población y muestra, que emergen a través de las diferentes situaciones planteadas, se valora la recopilación y organización de datos, se construyen tablas y gráficos para datos agrupados, así como la construcción de conceptos, e identificación de propiedades, además del cálculo de las diferentes medidas descriptivas para datos agrupados y no agrupados. En momentos pertinentes se promueve la interpretación y el uso adecuado de gráficos, tablas y conceptos según la situación que se plantea, haciendo uso en todo momento de la hoja de cálculo Excel.

Entre las conclusiones que se derivaron del trabajo de Terrés (2010) se destaca el uso de la computadora, en especial la hoja de cálculo Excel logra grandes satisfacciones en los estudiantes, se notó el cambio entre la cantidad de reactivos que respondieron correctamente, ya que de un promedio de siete reactivos correctos de un total de 15 en el Pre-test 1era parte, se logró obtener en el Post-test un promedio de 12 reactivos correctos para los mismos reactivos. Además, en el Pre-test 2da parte se obtuvieron en promedio cuatro reactivos correctos de un total de ocho, y se logró obtener en el Post-test un promedio de 6 reactivos correctos para los mismos reactivos.

Lo interesante para el proyecto en desarrollo es proponer el uso de algún software con fines didácticos para promover el aprendizaje de objetos de estadística descriptiva, ya que según Terrés (2010) el uso de esta herramienta da indicios de mejorar el rendimiento de los estudiantes.

La propuesta de actividades didácticas de Silvestre (2011) y la investigación de García (2009) mencionadas anteriormente fueron realizadas en el estado de Sonora; mientras que

la propuesta de Terrés (2010) fue llevada a cabo en el Estado de México; en el contexto internacional se encuentra el diseño de Chaves (2012) que fue realizado en Colombia.

El trabajo desarrollado por Chaves (2012) y que lleva por nombre *Diseño de una propuesta didáctica para la comprensión de la estadística descriptiva en contextos de demografía* para educación básica, se evidencia la desconexión entre el currículo de ciencias sociales y el de matemáticas, en específico el área de estadística descriptiva. La propuesta didáctica tiene los siguientes objetivos: la interpretación de las tasas de natalidad y mortalidad en la primera unidad; la descripción de un conjunto de datos a través de las medidas de tendencia central y variabilidad, para la segunda unidad; por último, la construcción e interpretación de una pirámide poblacional, para la tercera unidad. En todo momento se pone énfasis en la conceptualización de los elementos básicos de la estadística descriptiva.

Se puede ver que existen algunos trabajos que se relacionan con el diseño de propuestas didácticas orientadas a promover el aprendizaje de los objetos estadísticos, para enriquecer la cultura estadística de los futuros ciudadanos, que se espera le sea de utilidad en la toma de decisiones tanto en su vida personal y/o laboral. En todos los casos, son propuestas que tratan de atender alguno de los aspectos relacionados con la problemática del aprendizaje de los diferentes objetos estadísticos que se promueven en la escuela con el propósito de desarrollar el pensamiento estadístico en los futuros ciudadanos.

1.2 Problemática y elementos de justificación

Contexto situacional

De acuerdo a la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS, 2008) la EMS en México atiende a jóvenes de entre 15 y 19 años en su mayoría, con necesidades educativas específicas relacionadas con su desarrollo psicosocial y cognitivo. Con base en la Encuesta Nacional de Juventud (2005), en ese rango de edades se presentan eventos importantes en la vida de una persona, ya que en promedio, los jóvenes de México tienen su primer trabajo a los 16.4 años y salen de casa de sus padres por primera vez a los 18.7 años (p.34, Cuadro 60). Es importante considerar que a los 18 años se cumple la mayoría de edad, donde el joven adquiere derechos y obligaciones que otorga la ciudadanía plena. Por ello, en este nivel se debe contribuir a que el estudiante tome decisiones de manera informada y consciente (SEMS, 2008).

La EMS en México, enfrenta desafíos relacionados con la dispersión de los subsistemas, cobertura y calidad de la educación. Por ende un importante reto es articular los diferentes subsistemas que existen en la actualidad, por lo cual se ha intentado establecer un perfil común de egreso del estudiante de nivel de medio superior en la RIEMS, que permite siga existiendo pluralidad en la educación.

Partiendo del análisis de algunos antecedentes se formulan tres principios básicos que sirven de fundamento para la propuesta de la RIEMS (SEMS, 2008):

- Reconocimiento universal de todas las modalidades y subsistemas del bachillerato
- Pertinencia y relevancia de los planes de estudio

- Tránsito entre subsistemas y escuelas. (p.42)

A su vez, la RIEMS contempla cuatro ejes:

El **primero** se refiere a la construcción de un Marco Curricular Común (MCC) con base en competencias. Este marco curricular estará orientado a dotar a la EMS de una identidad clara que responda a sus necesidades presentes y futuras. Según el Acuerdo 442 *por el que se establece el Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad* (2008) de la RIEMS se enuncia que “una competencia es la integración de habilidades, conocimientos y actitudes en un contexto específico” (p.2).

El **segundo** eje considera la definición de las características de las distintas opciones de operación de la EMS, en el marco de las modalidades que contempla la Ley, de manera que puedan ser reguladas e integradas de manera efectiva al Sistema Educativo del país, y de manera específica, al Sistema Nacional de Bachillerato (SNB).

El **tercer** eje tiene que ver con los mecanismos de gestión de la Reforma, necesarios para fortalecer el desempeño académico de los alumnos y para mejorar la calidad de las instituciones, de manera que se alcancen ciertos estándares mínimos y se sigan procesos compartidos. Estos mecanismos consideran la importancia de la formación docente, los mecanismos de apoyo a los estudiantes, la evaluación integral, entre otros aspectos que no podrán perderse de vista en el proceso de construcción del SNB

Finalmente, el **cuarto** eje considera la forma en la que se reconocerán los estudios realizados en el marco de este Sistema. El hecho que las distintas opciones de la EMS compartan ciertos objetivos fundamentales y participen de la identidad del nivel educativo se verá reflejado en una *certificación nacional* complementaria a la que actualmente emite cada institución (SEMS, 2008, p. 5).

A continuación se presenta un desglose de las competencias consideradas en el MCC (primer eje) y los objetivos que éstas persiguen:

Competencias		Objetivo
Genéricas		Comunes a todos los egresados de la EMS. Son competencias clave, por su importancia y aplicaciones diversas a lo largo de la vida; transversales, por ser relevantes a todas las disciplinas y espacios curriculares de la EMS, y transferibles, por reforzar la capacidad de los estudiantes de adquirir otras competencias.
Disciplinares	Básicas	Comunes a todos los egresados de la EMS. Representan la base común de la formación disciplinar en el marco del SNB.
	Extendidas	No serán compartidas por todos los egresados de la EMS. Dan especificidad al modelo educativo de los distintos subsistemas de la EMS. Son de mayor profundidad o amplitud que las competencias disciplinares básicas.
Profesionales	Básicas	Proporcionan a los jóvenes formación elemental para el trabajo.
	Extendidas	Preparan a los jóvenes con una calificación de nivel técnico para incorporarse al ejercicio profesional.

Tabla 1.2.1. Tomada del Acuerdo Secretarial No. 444.

Con la puesta en marcha de la RIEMS, ha surgido la necesidad de formación y capacitación de profesores, lo que se relaciona con el tercer eje de ésta, asimismo, como parte del plan de desarrollo de la reforma se indica la necesidad de material de apoyo tanto para el docente como para el alumno.

Instituciones de EMS incorporadas a la Universidad de Sonora

Entre diciembre de 2008 y mayo de 2009 se llevaron a cabo entrevistas y encuestas con personal directivo y académico de las preparatorias incorporadas a la UNISON, acerca de la oferta educativa que ofrecían, a partir de la información recabada se establecieron las siguientes conclusiones:

1. El mapa curricular no contiene espacios curriculares para la extensión y la difusión cultural, así como para las actividades de tipo deportivo.
2. Las asignaturas no se encuentran correctamente ubicadas en el área de formación básica.
3. Los programas de asignatura, no están actualizados y presentan grandes inconsistencias, difíciles de cuantificar, con relación a los programas de los subsistemas oficiales.
4. La secuencia de los programas de estudio del mapa curricular, presentan duplicidad de contenidos y discontinuidad.
5. El mapa curricular dificulta el libre tránsito entre los subsistemas de Educación Media Superior adscritos a la Secretaría de Educación Pública. (UNISON, 2014, p.21)

En vista de las conclusiones que se derivaron de las entrevistas y encuestas, aunado a otro tipo de actividades encaminadas a la mejora continua, se detectó que las problemáticas que se presentan están vinculadas con la dispersión curricular, falta de identidad y el tránsito entre las instituciones del nivel medio superior, las cuales vienen a ser similares a las que se plantean en la RIEMS. Debido a esto, entre otros factores, la UNISON como institución educativa de nivel superior que incorpora escuelas particulares para que éstas puedan prestar sus servicios de bachillerato, atiende las políticas derivadas de la Secretaría de Educación Pública y considera pertinente el modificar el plan de estudios de bachillerato y adoptar el que establece la RIEMS bajo el enfoque por competencias. Lo anterior, se concreta en el Plan de Estudios por Competencias (UNISON, 2014) en el que se establece el objetivo general del Bachillerato Universitario: “Ofrecer un modelo curricular de Bachillerato General centrado en el aprendizaje y en el desarrollo de competencias, que proporcione al estudiante las herramientas básicas para el aprendizaje permanente, que le permita responder a los requerimientos de la sociedad del conocimiento” (p. 31).

Las instituciones incorporadas a la UNISON, están en correspondencia con el enfoque por competencias, en el que se proponen desarrollar en el estudiante algo más que conocimientos, es decir, habilidades, actitudes y valores que apoyan la formación de una persona íntegra capaz de incorporarse a la vida, tanto socialmente como laboralmente. Por lo anterior, el perfil de egreso del estudiante estará descrito en términos de competencias genéricas y disciplinares básicas que establece la RIEMS.

Dado que el plan de estudios de las preparatorias incorporadas a la UNISON están en correspondencia con lo que establece la RIEMS, se tiene la necesidad de contar con materiales de apoyo, tanto para el estudiante como para el docente, materiales en los que se plasme lo que establece la reforma; es decir, actividades en las que se promueva el

desarrollo de competencias genéricas y disciplinares para desarrollar el perfil de los egresados.

En particular, en este trabajo se pretende atender el área de estadística.

Cabe destacar que dentro de las acciones que se están realizando para lograr que la reforma pueda concretarse en las aulas, se encuentra la elaboración y promoción de materiales didácticos que apoyen al estudiante en el desarrollo de las competencias que plantea el perfil de egreso. La importancia de esto también ha sido señalado por Silva et al. (1998), quienes mencionan lo siguiente:

La necesidad de los materiales didácticos viene dada por su carácter instrumental para realizar la tarea educativa. Su función es mediatizar el proceso de aprendizaje-enseñanza. Ofrecen al alumno un verdadero cúmulo de sensaciones, visuales, auditivas y táctiles que facilitan el aprendizaje. Gracias a su buen diseño y apropiada intervención, se fortalece la comprensión del cuerpo de contenidos a tratar, se estimula el interés y la actividad del aprendiz, y dan un impulso significativo al aprendizaje (p. 101).

Actualmente, el material de apoyo con el que cuentan las escuelas incorporadas a la UNISON para atender a los estudiantes en su formación académica, es la bibliografía recomendada en el programa e la asignatura. Específicamente en el área de estadística, éstos no responden a la demanda de la sociedad actual de que el estudiante sea competente en su entorno, es decir, sea capaz de aplicar el conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes en la resolución de problemas. Lo anterior, en buena medida se debe a que los textos que se recomiendan en el programa de la asignatura Probabilidad y Estadística (UNISON, 2014) datan de años anteriores a la reforma, ejemplo de la bibliografía recomendada es la siguiente:

BIBLIOGRAFÍA

BÁSICA:

DURÁ, P., J., M. y LÓPEZ C., J., M. (1988). Fundamentos de Estadística. Estadística descriptiva y modelos probabilísticos para la inferencia (1ª ed.). México: Ariel Economía.
FUENLABRADA, S. (2001). Probabilidad y Estadística. México: McGraw Hill.
GARCIA, M., F. (2007). Problemas Resueltos de Matemática Discreta (2ª ed.). México: Thomson.
MENDENHALL, W. y SCHEAFFER, R. (2002). Estadística aplicada (4ª ed.). México: Thomson International.
MEYER, P. (1994). Probabilidad y aplicaciones estadísticas (2ª ed.). México: Addison-Wesley Iberoamericana.
QUESADA, V. y ISIDORO, L. (1989). Curso y Ejercicios de Estadística. México: Alhambra.
STEVENSON, W. Estadística para Administración y Economía. Conceptos y Aplicaciones (Coedición). Oxford: Alfaomega.

COMPLEMENTARIA:

CHAO, L., L. (2002). Introducción a la estadística (2ª ed.). México: McGraw-Hill.
HOEL, G., P. (1998). Estadística Elemental. México: LIMUSA.
JOHNSON, R. y KUBY, P. (1997). Estadística Elemental. Lo esencial. International: Thomson Editores.
MOORE, D. (1991). Estadística aplicada básica. México: Antoni Bosch Editor.
SPIEGEL, M. (2003). Probabilidad y Estadística (5ª ed.). México: McGraw Hill.
ZYLBERBERG, A. (2005). Probabilidad y Estadística. México: Nueva Librería.

Figura 1.2.2. Bibliografía Bloque II *Describe y representa datos de forma tabular y gráfica.* (p.17)

En particular, al revisar los libros de texto Fuenlabrada (2001) y Stevenson (2003) se puede percibir que no están realizados bajo el enfoque por competencias, puesto que no promueve la integración de conocimientos, habilidades y actitudes al resolver los problemas que se plantean en determinado contexto, puesto que se le da prioridad a la construcción de tablas y/o gráficos. Ejemplo de ello se cristaliza en el apartado *Organización, resumen y presentación de datos estadísticos* en el texto Stevenson (2003) y en el apartado *Estadística Inferencial* de Fuenlabrada (2001) (en los referentes a las distribuciones de frecuencia y gráficos, y en el caso de Fuenlabrada también percentiles).

Además, en ocasiones se trabaja con contextos extra matemáticos, los cuales en primera instancia no son familiares al estudiante, no se promueve la interpretación de tablas y gráficos que son recursos ampliamente utilizados en Estadística Descriptiva, de los cuales se podría obtener información valiosa acerca del fenómeno que se esté analizando.

Otro aspecto a resaltar es que a lo largo de los capítulos referentes a estadística descriptiva, en particular distribuciones de frecuencias, se muestran ejemplos en los que se resalta la mecanización de procedimientos, por lo que los estudiantes simplemente se dedican a memorizar y repetir técnicas que se presentan para dar solución a los ejercicios que se proporcionan al final de cada sección, dejando de lado la interpretación que es una de las competencias disciplinares que plantea la RIEMS. También, se sabe que la interdisciplinariedad es otro punto importante que se promueve en la RIEMS, la cual se deja de lado en los materiales propuestos en la bibliografía.

Con base en lo que menciona Silva et al. (1998) y lo plasmado en el Plan de estudios por competencias (UNISON, 2014) del bachillerato General Universitario de la UNISON, se ha visto la necesidad de diseñar material didáctico acorde a lo que se establece en la RIEMS en la cual se propone el desarrollo del perfil del egresado en términos de competencias. Además, en la reforma se propone enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje se propone el uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC), como herramienta para promover tanto el conocimiento disciplinar como las competencias genéricas y disciplinares que demanda la sociedad actual.

En este trabajo se centra la atención en la asignatura de Probabilidad y Estadística, y en particular en lo que corresponde al Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*.

Es importante tener claro el enfoque por competencias para poder hacer material didáctico que apoye a los estudiantes en su desarrollo académico y personal con base en competencias. En esa dirección Sánchez (2013) define una competencia estadística a partir de los siguientes aspectos:

- a) Poseer y saber utilizar los conocimientos básicos de la estadística.
- b) La habilidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, argumentos relacionados con los datos o con fenómenos estocásticos.
- c) La habilidad para discutir y comunicar sus reacciones a tal información estadística, tal como comprender el significado de la información y sus implicaciones.

- d) La actitud de formular preguntas que puedan responderse mediante la recolección y análisis de datos.
- e) Las destrezas para diseñar y llevar a cabo investigaciones estadísticas. (p.58)

Como se pudo constatar, los procesos de enseñanza y por ende los procesos de aprendizaje de estadística con base en competencias son realmente complejos y se requiere integrar varios aspectos: conocimientos, habilidades y actitudes, estadísticas, que en conjunto podrán ser distintivos de un estudiante que egrese de un instituto de EMS.

Las características antes mencionadas propician que los estudiantes presenten errores y dificultades en el proceso de aprendizaje, algunos de las cuales han sido estudiadas por varios investigadores.

Errores y dificultades

En el aprendizaje de estadística descriptiva se han identificado algunos errores y dificultades que manifiestan los estudiantes. El uso adecuado de esta información puede ayudar a establecer estrategias en la enseñanza para disminuir dichos errores y dificultades.

Algunos autores han identificado errores y dificultades presentes en los estudiantes de estadística descriptiva, varios de ellos relacionados con la construcción de un gráfico, o con la lectura e interpretación de los mismos. Algunos de estos errores se señalan enseguida:

Arteaga (2011, p. 121), también cita a Li y Shen (1992), quienes al analizar los gráficos realizados por sus estudiantes encontraron “alumnos que utilizan polígonos de frecuencias con variables cualitativas”.

Lee y Meletiou (2003) en su estudio concluyeron que los tipos de dificultades que tienen los estudiantes en la construcción, interpretación y aplicación de los histogramas en diferentes contextos de la realidad son los siguientes:

- Percepción de los histogramas como observaciones individuales en cada barra, y no como un conjunto de valores que están presentes en el intervalo.
- La tendencia a interpretar histogramas como si fueran diagramas de dispersión, es decir, como gráficos de dos variables.
- Tendencia a observar el eje vertical y comparar las diferencias en las alturas de las barras cuando comparan la variación de dos histogramas.
- Tendencia a pensar de forma determinista cuando se interpreta una distribución en contexto de la realidad, sin tomar en cuenta que se trata con fenómenos aleatorios donde para diferentes muestras de la población pueden variar los resultados.

Arteaga (2011), cita a Watson (2006), para resaltar que es importante escoger el gráfico adecuado según la situación planteada, así como relacionar distintos tipos de gráficos, ya que esto ayuda a observar más características de éstos lo que permite hacer un análisis más completo y por ende una mejor interpretación, lo que constituiría la presencia de transnumeración. Por ejemplo la construcción de un histograma a partir de un diagrama de tallo y hoja permite visualizar rasgos de la distribución de frecuencias de la variable,

asimismo se fomenta una actitud crítica por parte del estudiante para decidir que gráfico resulta ser más adecuado para representar un mismo conjunto de datos.

Algunas dificultades de los estudiantes se presentan en la construcción de una distribución de frecuencias, así como un gráfico asociado a ésta, pues según Batanero (2001) al pasar a una distribución de frecuencias se pierden los datos individuales, y la transición al análisis del conjunto de datos (en conjunto) suele ser complicado. Además, Batanero (2001) comenta que los estudiantes comprenden características de los individuos como la altura de una persona, pero les resulta difícil comprender la idea de la distribución de alturas de un grupo; aunado a ello en una tabla o gráfico pueden aparecer distintos tipos de frecuencias como: absoluta, relativa, absoluta acumulada y relativa acumulada, cuyo manejo aun suele resultarse confuso.

Respecto a la media:

Algunos resultados del estudio con alumnos de secundaria y de universidad realizado por Joaquim y García (2008) revelan lo siguiente:

- A los alumnos se les dificulta saber qué hacer ante la presencia de valores atípicos al momento de calcular la media, debido a la poca familiaridad con dicha noción, lo que lleva a cometer errores al momento de localizar la media en algún gráfico que represente una distribución de frecuencias, puesto que la forma de la distribución asociada al gráfico estaría sesgada.
- Algunos alumnos prefieren estimar un parámetro de una población usando la moda, en vez de la media que posee la propiedad de mejor estimador, recalcando que esto resulta ser cierto aun cuando no hay presencia de valores atípicos.
- Los alumnos no se percatan de la influencia de los valores nulos en el cálculo de la media.
- Algunos estudiantes creen que el valor de la media debe ser estrictamente entero, por lo que redondean a un entero el valor de la media obtenida. El redondeo lleva a perder el valor que tiene la media como estimador de un conjunto de datos “cuantitativos”.

Otra conclusión que se deriva del estudio es que no hubo diferencias significativas entre los estudiantes de secundaria y los universitarios, relacionado con los niveles de interpretación de los estudiantes.

Respecto a la dispersión:

Al analizar, comparar e interpretar las distribuciones de frecuencias no se puede basar solamente en la media, sino tomar en cuenta la variabilidad inherente de los datos, pues se sabe que para diferentes muestras se pueden obtener un mismo valor de la media y no así la misma distribución de frecuencias asociada. Pero esto no es considerado por los estudiantes.

Batanero et al., (1994), cita a Campbell (1974), quien menciona que “un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones” (p.6).

Asimismo, Batanero et al., (1994), cita a Loosen et al., (1985), quienes hicieron notar que “muchos libros de texto ponen mayor énfasis en la heterogeneidad entre las observaciones que en su desviación respecto de la posición central” (p.6).

En este contexto es que se tiene la necesidad de trabajar en el diseño de materiales didácticos que apoyen, tanto el trabajo del estudiantes para el desarrollo de las competencias que se declaran en el perfil de egreso, como el trabajo del profesor en la implementación de actividades que realmente tengan la intención de promover dichas competencias en los estudiantes.

1.3 Objetivos

Para atender la problemática identificada, en este trabajo se ha planteado el siguiente objetivo general:

- Diseñar secuencias didácticas que promuevan sistemas de prácticas que den lugar a la emergencia de objetos de Estadística Descriptiva para estudiantes del nivel medio superior.

Para el logro del objetivo general se necesita trabajar en los siguientes objetivos específicos:

- Identificar los objetos estadísticos que corresponden al Bloque II de Probabilidad y Estadística.
- Identificar situaciones en contexto extra matemático que permitan promover el significado de objetos estadísticos propios de estadística descriptiva a través de la interpretación de gráficas y tablas.
- Diseñar actividades didácticas con situaciones en contextos extra matemáticos, que para resolverse se tenga la necesidad de poner en juego (de manera informal) los objetos estadísticos que se requiere emerjan (para su institucionalización).
- Organizar actividades en una secuencia didáctica que promuevan el desarrollo de sistemas de prácticas asociados a los objetos estadísticos.

2 Consideraciones teóricas y método

En este capítulo se dan a conocer los elementos teóricos que serán utilizados para diseñar, analizar la implementación del diseño y valorarlo para un posible rediseño.

2.1 Elementos Teóricos del EOS

En Matemática Educativa se tienen el interés de investigar la problemática relacionada con la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación del aprendizaje de las matemáticas, para el estudio de dicha problemática existen varias corrientes teóricas, en este trabajo el referente teórico que se utiliza es el EOS (Godino, Batanero y Font, 2008). A continuación se presentan algunos componentes de este marco teórico, ya que se utilizarán para alcanzar el logro de los objetivos planteados.

Situación-problemática, prácticas, objetos matemáticos y función semiótica

Partiendo de la noción primitiva *situación-problemática* que puede ser cualquier situación (problema, proyecto, ejercicio, tarea), cuya solución requiere de actividad matemática, nos dirigimos a definir algunos conceptos teóricos como *prácticas*, *objetos*, y *significado*.

En la vida diaria nos enfrentamos ante situaciones problemáticas de diversas clases, en particular situaciones problema las cuales queremos resolver. Para dar solución a éstas es necesario que el sujeto realice diversas acciones, a las cuales llamaremos *prácticas matemáticas* que según el EOS (Godino & Batanero, 1994) se consideran como “toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (p. 8). Con lo anterior se forma lo que viene a ser el *sistema de prácticas* (operativas y discursivas) constituido por el conjunto de prácticas que un sujeto realiza en relación con un campo de problemas, de donde emergen diferentes *objetos matemáticos* (cualquier entidad o cosa de la que hablamos, escribimos, referimos, etc. relacionadas con la actividad matemática, no solo conceptos).

Los objetos emergentes de los sistemas de prácticas operativas y discursivas serán *objetos institucionales* si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución (comunidad de personas que resuelven un tipo específico de problemas), o serán *objetos personales* si dichos sistemas de prácticas son realizados por una persona.

Uno de los intereses de la Matemática Educativa es que el estudiante identifique cada vez más aspectos diferentes de los objetos matemáticos (frecuencia relativa, media, gráfico de barras, etc.) que se le presentan en su vida escolar, y pueda aplicarlos a su entorno, aspectos como: los usos e interpretación del gráfico de barras.

Al hablar de objetos matemáticos es importante precisar lo que para nosotros es una *función semiótica*, para ello se utilizará el par *expresión-contenido*, ya que éstos son componentes de tal función, así una función semiótica viene a ser, al menos en esencia, una relación entre el significante (expresión) y significado (contenido) para hacer manipulable un objeto

matemático (el objeto puede ser tanto expresión como contenido de la función semiótica), en nuestro caso, a través de un sujeto que es el que realiza la función. Un gráfico también es considerado como una función semiótica, donde el mismo gráfico sería la expresión y el contenido viene a ser la distribución estadística de los datos. La gráfica es una función semiótica compleja, y cada pieza presente en el gráfico (ejes, escalas, etiquetas, elementos, etc.) es a su vez una función semiótica simple. Mediante acuerdos establecidos para cada gráfico en particular, se puede interpretar o construir un gráfico según se requiera. Si un sujeto cualquiera no pudiera interpretar o su interpretación fuera errónea por no conocer los acuerdos del grupo de expertos, se generaría un *conflicto semiótico* (Arteaga, 2011), el cual se entiende como la disparidad entre el sistema de prácticas que promueve la institución y el sistema de prácticas del estudiante.

Tipos de significados institucionales y personales

Otro de los intereses de la Matemática Educativa es responder la pregunta ¿Qué significa o representa cierto objeto matemático?, por ejemplo diagrama de puntos, así la respuesta sugerida sería el sistema de prácticas (operativas y discursivas) que realiza una persona o las compartidas en una institución, respecto a un cierto tipo de situaciones problema en los cuales se requiere construir o interpretar un diagrama de puntos.

Tales sistemas de prácticas, de acuerdo con el EOS se corresponden con significados institucionales por un lado y con significados personales por el otro, de los que es pertinente distinguir varios tipos.

Entre los tipos de significados institucionales se encuentran:

Referencial: Es el sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. Para describir el significado global de un objeto matemático se debe hacer un estudio histórico-epistemológico del origen y desarrollo del mismo, así como los diferentes contextos en los que se pone en juego.

Pretendido: Es el sistema de prácticas que resulta de la valoración de la institución (escuela) que da a conocer lo que se considera que el estudiante debe aprender.

Implementado: Es el sistema de prácticas que promueve el docente en el aula de clases.

Evaluado: Es el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar al estudiante, y se desprende de las prácticas que promueve en clase.

Además se tienen diferentes tipos de significados personales que son los siguientes:

Global: Viene a ser el sistema de prácticas que utiliza un estudiante ante una situación problema y caracterizan lo que él entiende de algún objeto matemático.

Declarado: Son las prácticas que realiza un estudiante al ser evaluado, donde se consideran tanto las prácticas correctas como las incorrectas en relación con la institución de referencia.

Logrado: Da cuenta de las prácticas realizadas por el estudiante, que se corresponden con las que establece la institución.

En este proyecto se contemplan específicamente el *SIR* de donde se describirá el sistema de prácticas que se promueven en la enseñanza de Estadística Descriptiva, dicho significado se obtendrá de analizar el programa de estudio de la asignatura Probabilidad y Estadística, libros de texto (recomendados en el programa de la asignatura), resultados de trabajos realizados por la comunidad de Matemática Educativa, específicamente del área de Estadística, que señalan aspectos importantes a considerar para constituir el SIR. También se contempla el *SIP* que resultará de la selección del sistema de prácticas (a partir del SIR) que se pretende promover en las secuencias de actividades didácticas que se diseñan. Y, por último, el *SII* que se describirá a partir del sistema de prácticas que se ponga en juego en el salón de clases.

Durante los procesos de enseñanza y aprendizaje se requiere de la participación del estudiante para que se logre dar un acoplamiento entre el significado personal y el institucional, en cuyo caso si el aprendizaje se alcanza diremos que se dio una apropiación del estudiante del significado institucional.

Resumiendo, diremos que cuando un sujeto A enfrenta una situación problema específica del campo de las matemáticas, toda acción que emprende en la búsqueda de solución (comunicar su solución, validarla o generalizarla) son identificables como prácticas que en conjunto constituyen un sistema de prácticas de donde emergen diferentes objetos matemáticos. A partir del sistema de prácticas que realiza el sujeto A podemos conocer una serie de significados personales, los cuales mediante una instrucción adecuada se pretende sean parecidos, por lo menos, a los significados institucionales.

Objetos emergentes de la actividad matemática

Para poder analizar los procesos didácticos, en el EOS se formula una ontología de los objetos matemáticos: la cual se construye a partir de contestar la pregunta ¿Qué es un objeto matemático? y como respuesta se propone el sistema de prácticas alrededor de dicho objeto; lo que toma en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad socialmente compartida de resolución de problemas, como lenguaje simbólico y como sistema conceptual lógicamente organizado.

En el EOS se proponen cinco niveles de análisis que son aplicables a un proceso de estudio matemático, los cuales se describen a continuación:

Primer nivel: Configuraciones de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas

A continuación se presenta una ontología de objetos matemáticos que intervienen o emergen de la actividad matemática y son elementos constituyentes de los sistemas de prácticas realizadas para resolver un cierto tipo o clase de problemas.

Se centraría la atención en los llamados *objetos primarios*, lo que corresponden a un primer nivel de análisis y que están presentes en los textos matemáticos (libros, programas de estudio, artículos de matemáticas, etc)

Existen seis diferentes tipos de objetos primarios que son los que nos ayudan a establecer los significados: *Lenguaje matemático, situaciones-problemas, definiciones (conceptos), procedimientos, proposiciones y argumentos.*

Lenguaje matemático: Son el cúmulo de términos, expresiones, notaciones, gráficos, tablas, etc. en sus diversos registros (oral, escrito, gestual, etc.), que se utilizan para redactar y resolver un problema. Por ejemplo, las tablas en sí mismas son parte del lenguaje, pero al descomponerse en variables y los valores que toman las variables se puede ver el uso de notación matemática, conteniendo información numérica, lenguaje natural, algo de notación especializada que hace referencia a aspectos relacionados con un conjunto de datos.

Situaciones problema: Pueden ser situaciones de origen extra matemático o intra matemático, problemas, ejercicios, tareas, etc. que estimulan la actividad matemática, en las cuales se promueva el uso de otros objetos matemáticos como definiciones (conceptos), procedimientos, argumentos, proposiciones y el lenguaje utilizado tanto para su expresión como para su manipulación. Por ejemplo, una situación problema (origen extra matemático) en la que se requiera calcular la frecuencia relativa de un conjunto de datos sobre el dengue o una situación en la que se requiera interpretar el comportamiento de un conjunto de datos sobre el clima para ver si éste aumenta, disminuye o se mantiene en un lapso de 5 años.

Definiciones (conceptos): Son usados en las prácticas matemáticas para describir las características de los objetos matemáticos, según se requiera se puede hacer uso de definiciones, o en tal caso, se entiende que se hace referencia a estos objetos matemáticos. Por ejemplo, la definición de frecuencia relativa, proporción, diagrama de barras, variable estadística, etc.

Procedimientos: Son las estrategias que se utilizan para resolver situaciones problemas, ya sea el uso de algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, graficación, etc. Por ejemplo la construcción de una distribución de frecuencias para lo cual es necesario:

- Determinar el número de intervalos de clase
- Calcular límites de clases
- Calcular marca de clase
- Calcular amplitud del intervalo de clase
- Calcular diferentes tipos de frecuencias

Proposiciones: Son enunciados acerca de conceptos describiendo propiedades o características de éstos, que se desprenden de sus definiciones, de otras proposiciones o de experiencias al trabajar con ellos. Por ejemplo, al revisar una gráfica construida con frecuencias relativas (como podría ser un histograma) puede observarse que: “*los valores que toma la frecuencia relativa pertenecen al intervalo $[0,1]$* ”.

Argumentos: Son enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos o bien la solución de los problemas. Por ejemplo, se puede ver que la frecuencia relativa de un conjunto de datos presentados en una tabla, pertenece al intervalo $[0,1]$ “*porque la suma de las frecuencias relativas es 1 y cuando no se presenta ningún caso es cero*”.

Es importante destacar que las situaciones problema son el origen de la actividad matemática, que al abordarlas intervienen prácticas que relacionan y ponen en juego a los otros objetos matemáticos; así como el lenguaje es imprescindible al realizar cualquier práctica matemática.

El conjunto de los seis elementos primarios y las relaciones que se establecen entre ellos forman lo que viene a ser una *configuración epistémica* (redes de objetos), la cual se muestra a continuación: (Figura 2.1.1.)

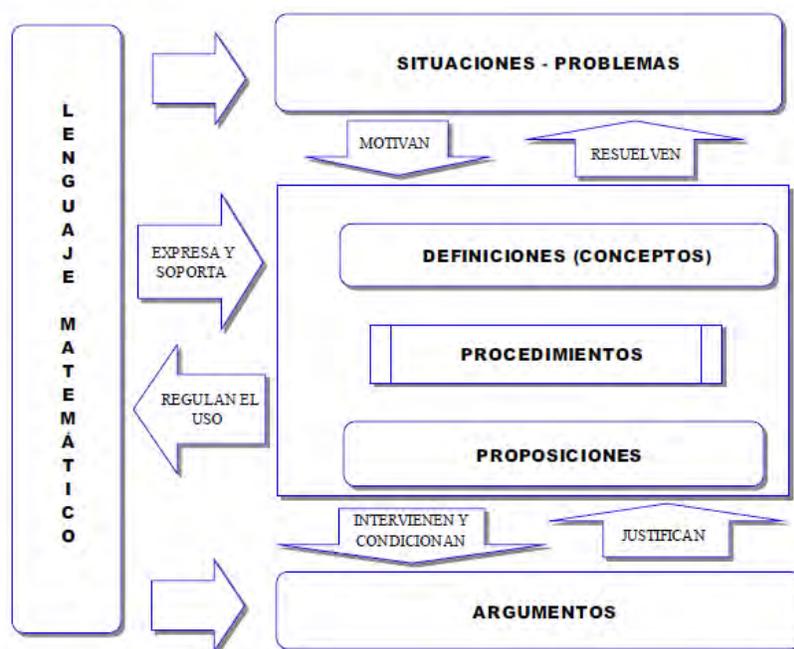


Figura 2.1.1. Esquema Configuración Epistémica.

En la enseñanza de la estadística pueden presentarse diferentes tipos de configuraciones epistémicas, dependiendo de la tipología de objetos primarios que intervengan y las conexiones que se establezcan entre los mismos.

Comprensión de un objeto matemático

Para analizar la *comprensión* por parte de un sujeto, acerca de cierto objeto matemático, se proponen dos formas para entender dicho término: como proceso mental o como competencia según Font (2001) citado por (Godino, Batanero y Font, 2008).

Para el EOS, debido a su posición pragmatista, se entiende la comprensión como competencia, es decir, un sujeto comprende un objeto matemático cuando es capaz de aplicar el conocimiento que tiene, hacer uso de las habilidades que posee y sus valores al enfrentar una situación particular (Perrenoud, 2004), lo cual se corresponde con el enfoque por competencias que plantea la RIEMS.

Segundo nivel: Procesos matemáticos y conflictos semióticos

En toda práctica se identifica un *sujeto agente* (institución o persona) y un *medio* en el que dicha práctica se realiza (que puede contener otros sujetos u objetos). Puesto que el sujeto agente realiza una secuencia de acciones orientadas a la resolución de un tipo de situaciones-problema es necesario considerar también los objetos, procesos y significados matemáticos involucrados. Este nivel de análisis:

- Se centra en los objetos y, sobre todo, procesos que intervienen en la realización de las prácticas, y también en los que emergen de ellas.
- La finalidad es describir la complejidad ontosemiótica de las prácticas matemáticas como factor explicativo de los conflictos semióticos que se producen en su realización. (Godino, Font y Wilhelmi, 2007, p. 4)

En un segundo nivel se tiene una tipología de objetos que emergen al hablar, operar, ver, etc. sobre los objetos del primer nivel (objetos primarios). Son objetos que se aplican a los objetos primarios y pueden analizarse desde diversas facetas o dualidades, de las cuales se ha hecho mención de algunas, por ejemplo: *expresión / contenido* y *personal / institucional*. Además de las anteriores existe la dualidad *unitario / sistémico* para describir cuando los objetos matemáticos aparecen como intervinientes (los conocimientos previos) o emergentes de los sistemas de prácticas matemáticas; *ostensivo / no ostensivo* que hace referencia a cuando los objetos matemáticos se pueden mostrar como las gráficas, símbolos, etc. o cuando están en la mente del sujeto; y la dualidad *extensivo / intensivo* que se refiere a la particularidad y generalidad de los objetos matemáticos.

En cualquier práctica matemática se da lugar a diversos *procesos*, de los cuales emergen los objetos primarios; por tal motivo, al realizar la identificación de objetos también aparecen los procesos. A continuación, se presenta cada proceso con su respectivo objeto primario emergente:

Comunicación (Lenguajes)
Problematización (Situaciones Problema)
Definición (Conceptos)
Enunciación (Proposiciones)
Algoritmización (Procedimientos)
Argumentación (Argumentos)

Por otra parte, las dualidades dan lugar a los siguientes procesos cognitivos/epistémicos:

Institucionalización – Personalización (Institucional – Personal)

Generalización – Particularización (Intensivo – Extensivo)

Descomposición – Reificación (Sistémico – Unitario)

Materialización – Idealización (Ostensivo – No ostensivo)

Representación – Significación (Expresión – Contenido)

A continuación se presenta un esquema en donde se representan los objetos y algunos procesos que intervienen en la actividad matemática (esquema tomado de Godino et al., 2008) (Figura 2.1.2.):

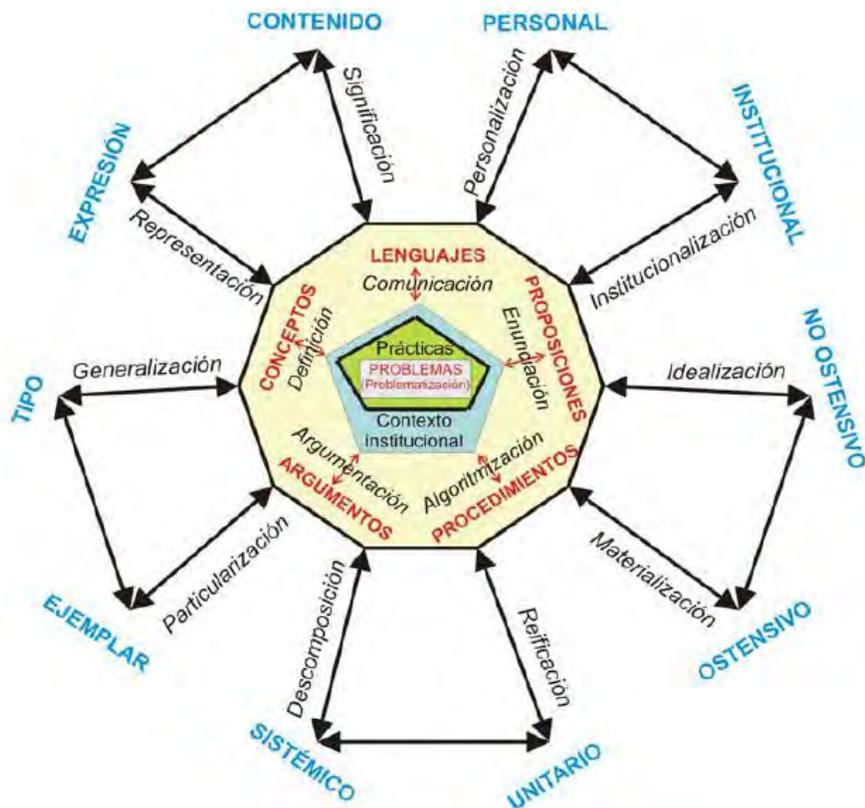


Figura 2.1.2. Configuración de objetos y procesos. (p.10)

Tercer nivel: Configuraciones y trayectorias didácticas

Este nivel de análisis:

- Contempla el estudio de las configuraciones didácticas y su articulación en trayectorias didácticas, puesto que el estudio de las matemáticas tiene lugar bajo la dirección de un profesor y en interacción con otros estudiantes.

- Se orienta, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción y su puesta en relación con los aprendizajes de los estudiantes (trayectorias cognitivas). (Godino et al., 2007, p.4)

A continuación se presenta un esquema en donde se representan las configuraciones didácticas (esquema tomado de Godino et al.) (Figura 2.1.3.):

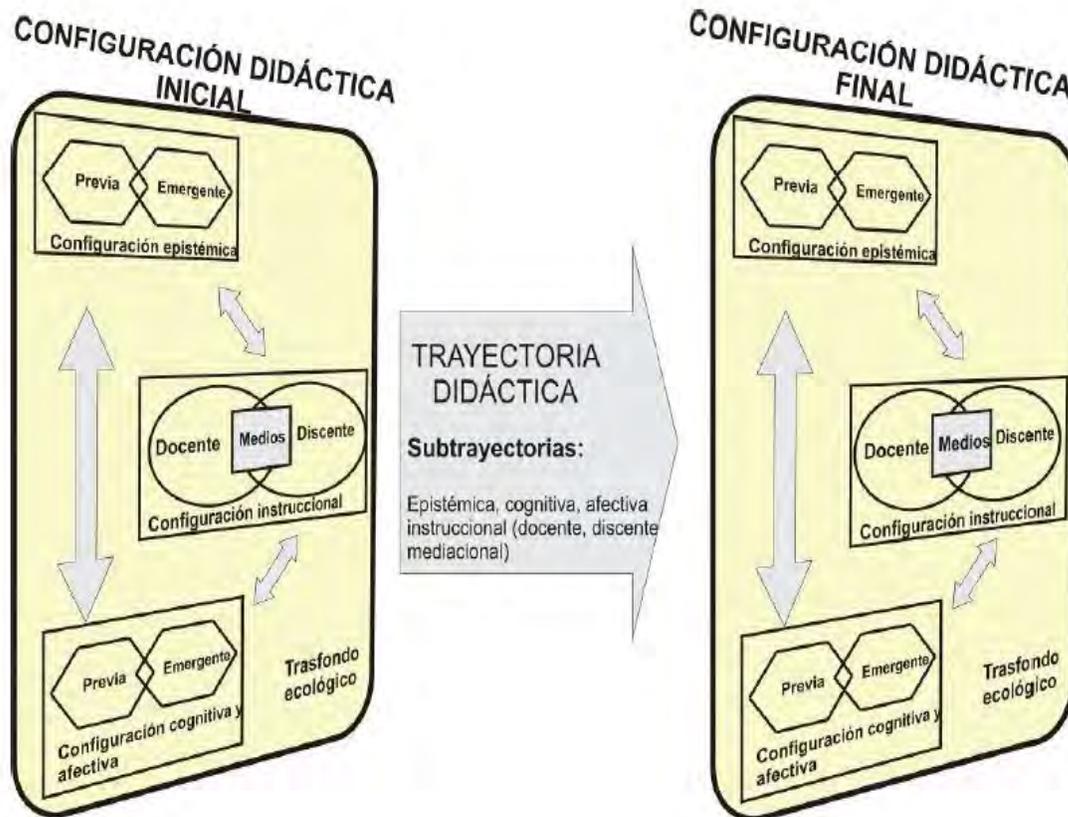


Figura 2.1.3. Interacciones didácticas. (p.13)

Cuarto nivel: Sistema de normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio

Este nivel de análisis:

- Estudia la compleja trama de normas que soportan y condicionan las configuraciones didácticas, así como su articulación en trayectorias didácticas (según las dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica).
- Se intenta dar explicaciones plausibles del porqué un sistema didáctico funciona de una forma y no de otra. (Godino et al., p.5)

A continuación se presenta un esquema en donde se representan las normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (Godino et al.,) (Figura 2.1.4.):



Figura 2.1.4. Dimensión normativa. (p.14)

Quinto nivel: Criterios de Idoneidad

En este apartado se hará mención de algunos criterios que tienen el objetivo de coadyuvar a decidir si un proceso de estudio se considera idóneo, es decir, si éste cumple con las funciones para las cuales fue propuesto y en qué medida lo hace. A continuación se presentan los seis criterios de idoneidad siguientes:

Idoneidad epistémica: Se refiere al grado de representatividad que ofrecen los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, la enseñanza de las medidas descriptivas en estadística puede limitarse al aprendizaje de algoritmos por medio de ejercicios (baja idoneidad), o tener en cuenta diferentes tipos de situaciones donde se haga uso de las medidas descriptivas y se haga evidente el hacer uso del lenguaje natural como medio para emitir alguna interpretación coherente con la situación y la medida descriptiva utilizada (alta idoneidad).

Idoneidad cognitiva: Expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados están dentro del cumulo de aprendizajes que el estudiante puede tener a su alcance, así como la cercanía que se establece entre los significados personales logrados respecto a los significados pretendidos/ implementados. Al promover el significado de un objeto matemático como la distribución de frecuencias, diremos que un indicio de que los

procesos de enseñanza y aprendizaje pueden tener un alto grado de idoneidad cognitiva es que el profesor realice una evaluación inicial para saber si la mayoría de los alumnos dominan los diferentes tipos de frecuencias como absoluta, relativa, etc. En el caso de que no se cuente con ese dominio, el proceso de instrucción comenzaría promoviendo el aprendizaje de los respectivos tipos de frecuencias.

Idoneidad interaccional: Denota el grado en que el proceso de enseñanza permite identificar conflictos semióticos y darles solución durante el proceso de instrucción. Por ejemplo, un proceso de estudio de estadística realizado de acuerdo al ciclo PPDAC (Wild & Pfannkuch, 1999), problema, plan, datos, análisis y conclusiones tiene potencialmente mayor idoneidad que un proceso magistral dado que la cercanía y contacto del profesor con sus estudiantes le permite enterarse de conflictos semióticos más fácilmente en el primero que en el segundo.

Idoneidad mediacional: Atiende al grado de disponibilidad y adecuación de los materiales y temporales necesarios para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por ejemplo si se requiere analizar una gran cantidad de datos y se usa algún software computacional que apoye a alcanzar significados asociados al tema que se quiere abordar (Excel, R, SPSS, para estadística descriptiva), el proceso de estudio que contemple este tipo de recursos computacionales tendría potencialmente mayor idoneidad mediacional, que por ejemplo uno que se apoye únicamente de recursos tradicionales como gis, pizarrón, papel y lápiz.

Idoneidad emocional: Se refiere al grado de compromiso, motivación, etc. de los estudiantes en el proceso de estudio. Los factores que influyen en lo emocional son de diversos tipos, como puede ser la institución, la complejidad de los contenidos, factores que involucran directamente al estudiante que pueden ser externos al proceso de estudio como problemas familiares, o meramente relacionados con el historial académico. Por ejemplo, tendrán idoneidad emocional alta los procesos basados en el uso de situaciones-problemas que sean de agrado para los estudiantes y que se relacionen con su entorno. Asimismo, el ciclo PPDAC (Wild y Pfannkuch, 1999) mencionado anteriormente ofrece una idoneidad emocional alta al considerar que los estudiantes trabajan en equipo, parten de un problema con contexto extra matemático que es familiar, además de que están llevando a cabo una investigación de la cual pueden obtener conclusiones relevantes para ellos mismos y su comunidad.

Idoneidad ecológica: Denota el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla, así como los currículos oficiales. Una propuesta didáctica para la materia de Estadística que contemple los objetos estadísticos que se presentan en el programa de estudio, en principio tendría una mayor idoneidad ecológica, que una propuesta donde no se promuevan todos los objetos matemáticos que se declaran en el programa de estudio.

Como se puede notar la caracterización en tipos de idoneidades para valorar un proceso de estudio es compleja, por lo que considerar que una de las dimensiones tiene idoneidad alta, no garantiza que las demás sean catalogadas de la misma manera, al contrario, muchas

veces se tendrán que sacrificar algunas dimensiones por otras, según se requiera; lograr idoneidades altas en todas las dimensiones es un reto.

Estas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la *idoneidad didáctica* como criterio sistémico de adecuación y pertinencia respecto del proyecto educativo global.

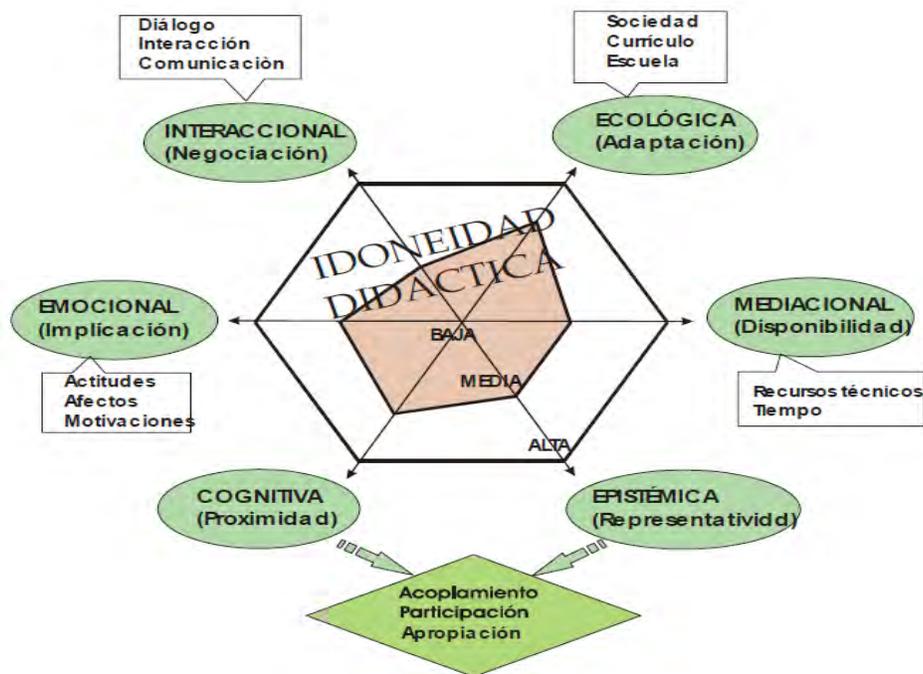


Figura 2.1.1 Idoneidad Didáctica.

En la Figura 2.1.1 se pueden observar los 6 tipos de idoneidades de manera resumida. Además se puede ver el hexágono regular que denota el calificativo de idoneidad alta a priori del proceso de estudio pretendido. Por su parte, el hexágono irregular inscrito corresponde a la valoración del proceso de instrucción implementado, refiriéndose así a una valoración a posteriori.

Como los seis criterios de idoneidad no son observables directamente, es necesario inferirlos a partir de indicadores empíricos (Godino, 2011). A continuación se presentan algunas tablas con los componentes e indicadores de cada una de las idoneidades mencionadas:

COMPONENTES:	INDICADORES:
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación - Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	<ul style="list-style-type: none"> - Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos. - Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige - Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> - Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado - Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> - Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen - Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> - Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. - Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Tabla 2.1.1 Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática).

COMPONENTES:	INDICADORES:
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> - Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) - Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> - Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo - Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje: Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> - Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: <ul style="list-style-type: none"> - Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva - La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia - Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

Tabla 2.1.2 Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> - Las tareas tienen interés para los alumnos - Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> - Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. - Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	<ul style="list-style-type: none"> - Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. - Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Tabla 2.1.3 Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva emocional.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> - El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) - Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.) - Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento - Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. - Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase
Interacción entre alumnos	<ul style="list-style-type: none"> - Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes - Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos - Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> - Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)
Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> - Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos

Tabla 2.1.4 Componentes e indicadores de idoneidad interaccional.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> - Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido - Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> - El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida - El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) - El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> - El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida - Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema - Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

Tabla 2.1.5 Componentes e indicadores de idoneidad mediacional.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> - Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
Apertura hacia la innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> - Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva - Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
Adaptación socio-profesional y cultural	<ul style="list-style-type: none"> - Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes
Educación en valores	<ul style="list-style-type: none"> - Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico
Conexiones intra e interdisciplinarias	<ul style="list-style-type: none"> - Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios

Tabla 2.1.6 Componentes e indicadores de idoneidad ecológica.

En este trabajo se utilizarán específicamente el primero, parte del segundo (lo referente a los conflictos semióticos) y quinto nivel de análisis, los cuales permitirán diseñar, analizar la implementación del diseño y valorarlo para un posible rediseño.

2.2 Método

En este capítulo se presentan las acciones que se realizaron para dar cumplimiento a los objetivos del trabajo, así como los objetivos de la propuesta.

Etapas para la planeación y ejecución del proyecto

A continuación se presentan las etapas para la planeación, elaboración y ejecución del proyecto de intervención que contribuirán a lograr el objetivo general del trabajo.

Etapas 1: En un primer momento se propone indagar en: tesis, reportes de investigación, artículos del área relacionados con el tema, entre otros, con el fin de tener un marco referencial para el proyecto; se pueden contemplar algunos resultados de investigaciones acerca de la problemática en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y en particular sobre estadística, donde se mencionen aspectos relacionados con la disciplina y con los procesos de su enseñanza y su aprendizaje.

Algunas de estas exploraciones están vinculadas son las realizadas por Li y Shen (1992), Campbell (1974), entre otros, se relacionan con las dificultades que se manifiestan en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística, en especial estadística descriptiva; por su parte, Batanero et al.,(1994), Curcio (1989), Gal (2002) y Wild y Pfannkuch (1999), destacan la importancia de la lectura crítica de datos y los niveles de comprensión de gráficos y tablas, el desarrollo de una cultura estadística así como un pensamiento estadístico.

En esta etapa también se revisan algunas tesis relacionadas con estadística como la de Silvestre (2011), García (2009), Terrés (2010) y Chaves (2012), que dan muestra de lo que se está haciendo en Matemática Educativa.

Etapas 2: En esta etapa se hace necesaria una revisión bibliográfica cuya intención es conocer acerca de la RIEMS para profundizar en la comprensión del enfoque por competencias, puesto que es en este nivel educativo en el que se va a desarrollar el proyecto. Asimismo, un análisis de planes y programas de estudio de las escuelas incorporadas a la UNISON, de donde se puede identificar su apego al enfoque por competencias el cual se plasma en el objetivo general del Bachillerato Universitario. Un punto importante que surge de la implementación de la reforma es el relacionado con la promoción del uso de material didáctico apegado al enfoque, como una herramienta para que el profesor concrete en el aula los aspectos fundamentales de dicha reforma, aspecto que promueven las preparatorias incorporadas a la UNISON.

Por último, la problemática que se vislumbra a través de diversas fuentes de información, conducen al planteamiento de los objetivos del trabajo, tanto el general como los específicos.

Etapas 3: En esta etapa se hizo la selección del marco teórico (EOS) por ser el que mejor se ajusta a los requerimientos del trabajo. Se revisan algunos elementos del marco teórico del EOS que serán de utilidad para fundamentar las acciones de diseño de las secuencias de actividades didácticas que dan cuerpo al trabajo; además, es en esta etapa en la que se determinan los aspectos del método que se seguirán para llevar a buen término el proyecto.

Etapa 4: En esta etapa se trabaja en el diseño de las secuencias de actividades didácticas; posteriormente se procede a realizar un análisis a priori de ellas. Enseguida se lleva a cabo una primera puesta en escena, la cual sirve para hacer los ajustes necesarios y pertinentes en el diseño para su posterior implementación definitiva. Después de la implementación se realizan los análisis correspondientes utilizando los elementos del marco teórico, lo que incluye una valoración a posteriori de la propuesta.

Etapa 5: Del proyecto se derivan algunas conclusiones, una parte de ellas relacionadas con el objetivo del trabajo, otras relacionadas con la experiencia de haberlo realizado y otras derivadas de posibles líneas de trabajo relacionadas con este proyecto.

Método para el diseño y la puesta en escena de la propuesta: desarrollo de la etapa 4 para la planeación y ejecución del proyecto

En esta sección se presenta el método para el diseño y la puesta en escena de la propuesta, que tiene como propósito ayudar a cumplir los objetivos de la propuesta de intervención didáctica.

Fase 1 *Identificación del Significado Institucional de Referencia:* En esta fase se realiza un análisis del plan de estudios de las escuelas incorporadas a la UNISON, específicamente del programa de la materia Probabilidad y Estadística, y algunos libros de texto recomendados el programa como Fuenlabrada (2001) y Stevenson (2001). De esta búsqueda se identifica el SIR. Además se contemplan resultados de investigaciones donde se describen algunas dificultades y errores recurrentes en los estudiantes y trabajos propios de educación estadística donde mencionan elementos que pueden ser de importancia para el diseño.

Fase 2 *Significado Institucional Pretendido:* En esta segunda fase se procede a realizar las secuencias de actividades didácticas con base en el SIR.

Después se elabora la configuración epistémica para cada una de las actividades (unidad de análisis) de las secuencias de actividades didácticas propuestas, las cuales se organizan en tablas donde se describen los objetos primarios involucrados en cada unidad de análisis, además de la relación que guardan dichos objetos entre sí.

Fase 3 *Valoración a priori:* En este momento se realiza una valoración a priori de las secuencias didácticas diseñadas, para ello se recurre a la idoneidad didáctica a través de sus seis diferentes facetas que señala el EOS. Para poder identificar si la valoración de la idoneidad es alta, media o baja, se hace uso de los componentes e indicadores de idoneidad.

Fase 4 *Significado Institucional Implementado y Valoración a posteriori:* En esta fase se efectúa una primera puesta en escena de cada una de las actividades didácticas con el fin de detectar errores en la redacción, medición de los tiempos, etc. La puesta en escena se realizó con estudiantes de una preparatoria incorporada a la UNISON. De acuerdo a lo que arrojó la puesta en escena de las actividades didácticas se realizaron las modificaciones pertinentes.

Una vez incorporadas las observaciones que se obtuvieron de la puesta en escena preliminar, se implementan de nuevo las secuencias de actividades didácticas, y con el

apoyo de las hojas de trabajo y observación directa en el aula se recolecta la información relevante que ayuda a efectuar el análisis correspondiente.

La información que se recabó proporciona los elementos que permiten describir el tipo de prácticas puestas en juego.

Para finalizar se hace la correspondiente valoración (usando la idoneidad didáctica) a posteriori de las secuencias de actividades didácticas.

Finalmente se plantean las conclusiones respecto a si se cumplen los objetivos de las secuencias de actividades didácticas.

3 Propuesta

La propuesta consiste en el diseño de secuencias didácticas, integradas por actividades de tres tipos (apertura, desarrollo y cierre), que promuevan la construcción de los significados de los objetos estadísticos, estos significados se establecen atendiendo lo que en el marco teórico se denomina SIR.

3.1 Significado Institucional de Referencia

En esta sección se describe el sistema de prácticas que se plantea en el programa de estudio de la materia Probabilidad y Estadística de las escuelas incorporadas a la UNISON, en particular el Bloque II *Describe y representas datos de forma gráfica y tabular*, así como el que se plantea en algunos de los libros de texto que se contemplan para la enseñanza de la materia, constituyendo el SIR de donde se determinará posteriormente el SIP, es decir, el sistema de prácticas que se quiere promover en la propuesta didáctica. Como en breve se percibe, no es suficiente lo que se plantea en la bibliografía de la materia Probabilidad y Estadística, por lo que se tomarán en cuenta algunos resultados de trabajos realizados en la comunidad de matemática educativa, específicamente del área de Estadística, que señalan aspectos importantes a considerar para constituir el SIR, como lo son: lo que le servirá aprender al estudiante, errores y dificultades al enfrentarse a algunos objetos estadísticos, así como la recomendación de desarrollar una cultura estadística y un pensamiento estadístico en los estudiantes.

Primeramente se revisó el programa de estudio de la materia Probabilidad y Estadística, en el cual se menciona el objetivo del Bloque II como sigue:

- Organiza y presenta los datos obtenidos en una distribución de frecuencias.
- Presenta una distribución de frecuencias en un histograma, un polígono de frecuencias y un polígono de frecuencias acumuladas.
- Construye representaciones tabulares y gráficas después de reconocer el tipo de agrupación de datos al que pertenecen, para obtener una mejor comprensión del comportamiento de la población del objeto de estudio.

y los objetos de aprendizaje, los cuales son los siguientes:

- Reglas para determinar el número de clases y la amplitud de intervalo en una serie de datos provenientes de una población o muestra.
- La representación tabular de los datos en categorías mutuamente excluyentes provenientes de una población o muestra.
- La representación gráfica y el análisis de los datos a través de histogramas, polígonos de frecuencias y polígonos de frecuencias acumuladas.
- Otras representaciones tabulares y gráficas de un conjunto de datos, como herramienta en el análisis de una población. (UNISON, 2014, p.15)

Los elementos del significado que se presentan son **procedimientos** en lo que respecta a la construcción de una tabla de distribución de frecuencias, para ello se requieren reglas para

determinar el número de clases y la amplitud de intervalo en una serie de datos provenientes de una población o muestra. Además, se presentan cuatro tipos de **Lenguaje matemático**: el natural, numérico, el tabular, al representar una distribución de frecuencias; y el gráfico, como el histograma, polígono de frecuencias y polígono de frecuencias acumuladas, entre otras.

En segunda instancia, se revisaron dos de los libros que se recomiendan en el programa de la materia para el Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*, los cuales son:

1. FUENLABRADA, S. (2001). Probabilidad y Estadística. México: McGraw Hill.
2. STEVENSON, W. (2003). Estadística para Administración y Economía. Conceptos y Aplicaciones (Coedición). Oxford: Alfaomega.

A continuación se describen el tipo de prácticas que se promueven en éstos, para lo cual se toma como unidad de análisis algunos subtemas del capítulo referente a distribuciones de frecuencias y algunos de sus tipos de representaciones.

En Fuenlabrada (2001) en el Capítulo 8 el cual lleva por nombre *Estadística inferencial* podemos encontrar algunos temas como:

Organización de datos

- ✓ Distribuciones del tipo uno
- ✓ Distribuciones del tipo dos
- ✓ Distribuciones del tipo tres

Marcas de clase

Gráficas

- ✓ Histogramas. Datos agrupados
- ✓ Polígonos de frecuencias
- ✓ Frecuencias acumuladas. Ojivas

Distribuciones de frecuencias relativas

Distribuciones porcentuales acumuladas

Percentiles y rango percentil

En el apartado **Organización de datos** comienzan **definiendo** lo que es una tabla de *distribución de frecuencias*, y sus tipos de representación:

La tabla de distribución de frecuencias es una función, ya que cada medida está relacionada con un número que es su frecuencia y, como tal, se puede expresar como una lista, una gráfica o una regla.

Lenguaje natural

Figura 3.1.1. Definición de tabla de distribución de frecuencias. p.160

Posteriormente se hace una clasificación (para las distribuciones de frecuencias de una sola variable), dependiendo del número de observaciones que se registraron de la variable y el número de valores distintos que toma la variable.

Así empiezan a caracterizar tres tipos de distribuciones, lo cual pudiera utilizarse luego como elementos de **argumentación** por el estudiante, sin embargo, lo realiza el autor del libro de la siguiente manera:

- 1) Pocas observaciones y la variable toma pocos valores
- 2) Muchas observaciones y la variable toma pocos valores
- 3) Muchas observaciones y la variable toma muchos valores

Lenguaje natural

Para presentar la tabla de distribución de frecuencias de tipo dos, parten de una **situación problema** en contexto extra matemático:

Problema 7

Para determinar el grado de nutrición de veinte alumnos de secundaria se toma la altura en centímetros de cada uno de ellos:

128	146	136	136	150
140	124	134	142	138
136	120	130	136	132
136	134	142	132	144

Lenguaje natural y numérico

Figura 3.1.2. Situación Problema en contexto extra matemático de las alturas. p.160

Después se **define** lo que es proceso de *orden de rango*:

Para facilitar su interpretación, los datos se ordenan de forma ascendente o descendente. A este proceso se le llama **orden de rango**.

Lenguaje natural

Figura 3.1.3. Definición de orden de rango. p.160

y se realiza el **procedimiento** de orden de rango:

120	132	136	142
124	134	136	142
128	134	136	144
130	136	138	146
132	136	140	150

Lenguaje numérico

Figura 3.1.4. Datos ordenados. p.160

Finalmente, se presenta la tabla de distribución de frecuencias de tipo dos asociada a los datos, donde el **procedimiento** estuvo a cargo del autor del libro:

Altura x_1	Frecuencia n_1	Altura x_1	Frecuencia n_1	Altura x_1	Frecuencia n_1
120	1	130	1	140	1
121	0	131	0	141	0
122	0	132	2	142	2
123	0	133	0	143	0
124	1	134	2	144	1
125	0	135	0	145	0
126	0	136	5	146	1
127	0	137	0	147	0
128	1	138	1	148	0
129	0	139	0	149	2

Lenguaje tabular

Figura 3.1.5. Tabla de distribución de frecuencias de la variable estadística altura. p.161

Para la tabla de distribución de frecuencias de tipo tres, primero se **argumenta** el uso de intervalos para agrupar datos:

Si el número de observaciones y el número de valores que toma la variable son demasiado grandes para su manejo, las observaciones se agrupan en intervalos $L_{i-1} - L_i$, eligiendo entre ellos una amplitud fija o variable

Lenguaje natural

Figura 3.1.6. Argumentación del uso de intervalos. p.161

Siguiendo, se **define** lo que son los *intervalos de clase* y los *límites*, inferiores y superiores, de los intervalos:

Los grupos o categorías que incluye $L_{i-1} - L_i$ se llaman *intervalos de clase*; los valores L_{i-1} son los límites inferiores, y L_i los límites superiores de estos intervalos.

Lenguaje natural

Figura 3.1.7. Definición de intervalos de clase y límites inferiores y superiores. p.161

Enseguida, se presenta una **situación problema** en el contexto extra matemático de las calificaciones de un grupo de estudiantes:

Problema 8

En un examen departamental de física se examinaron 50 alumnos. Los resultados fueron los siguientes:

87	66	73	68	48
37	76	85	74	65
93	77	66	83	78
49	57	38	69	78
89	96	78	97	74
76	68	63	70	81
64	83	67	61	90
77	88	74	85	80
71	73	61	57	72
80	77	85	80	89

Elabora la tabla de frecuencias.

Lenguaje natural y numérico

Figura 3.1.8. Situación problema en contexto extra matemático de las calificaciones. pp. 161-162

y se procede a elaborar la tabla de frecuencias, siguiendo el **procedimiento** de acomodar los datos en forma ascendente, y posteriormente llenar la tabla de frecuencias asociada a los datos dados.

Solución:
Expresamos los datos en forma ascendente:

37	65	73	78	85
38	66	73	78	85
48	66	74	78	87
49	67	74	80	88
57	68	74	80	89
57	68	76	80	89
61	69	76	81	90
61	70	77	83	93
63	71	77	83	96
64	72	77	85	97

Tabla de frecuencias

Clases $L_{i-1} - L_i$	Tabulaciones	Frecuencias (f) n_i
35 - 39	II	2
40 - 44		0
45 - 49	II	2
50 - 54		0
55 - 59	II	2
60 - 64	IIII	4
65 - 69	IIII II	7
70 - 74	IIII III	8
75 - 79	IIII III	8
80 - 84	IIII I	6
85 - 89	IIII II	7
90 - 94	II	2
95 - 100	II	2

Lenguaje natural, numérico y tabular

Figura 3.1.9. Procedimiento para realizar la tabla de frecuencias del problema 8. p.162

Para finalizar se hace mención de la pérdida de información que tiene este tipo de representación, y que la interpretación que se hace es que el valor se encuentra en el intervalo $L_{i-1} - L_i$, y por ello es importante elegir una amplitud constante o variable lo suficientemente pequeña para que la pérdida de información sea menor. Los **argumentos** anteriores son proporcionados por el autor del libro.

Lenguaje natural

En el apartado **Marcas de clase** se **define** ésta como:

Una vez hecho todo lo anterior, y antes de aplicar los métodos estadísticos, es necesario sustituir cada intervalo por un número. A este número se le llama **marca de clase** y es el valor central de cada intervalo; es decir, la media aritmética de los límites inferior y superior. La marca de clase se obtiene así:

$$\text{marca de clase: } x_i = \frac{L_{i-1} + L_i}{2} \text{ se abrevia (m.c.)}$$

Lenguaje natural

Figura 3.1.10. Definición de marca de clase. p.163

Después se continúa con el contexto de la situación problema anterior y se presenta una nueva **situación problema** (lo que se hace resolviéndola) en contexto extra matemático (el que se planteó en el Problema 8):

Problema 9
Determina las marcas de clase del problema anterior.

$\frac{35+39}{2} = \frac{74}{2} = 37$	$\frac{70+74}{2} = \frac{144}{2} = 72$
$\frac{40+44}{2} = \frac{84}{2} = 42$	$\frac{75+79}{2} = \frac{154}{2} = 77$
$\frac{45+49}{2} = \frac{94}{2} = 47$	$\frac{80+84}{2} = \frac{164}{2} = 82$
$\frac{50+54}{2} = \frac{104}{2} = 52$	$\frac{85+89}{2} = \frac{174}{2} = 87$
$\frac{55+59}{2} = \frac{114}{2} = 57$	$\frac{90+94}{2} = \frac{184}{2} = 92$
$\frac{60+64}{2} = \frac{124}{2} = 62$	$\frac{95+100}{2} = \frac{195}{2} = 97.5$
$\frac{65+69}{2} = \frac{134}{2} = 67$	

Lenguaje numérico

Figura 3.1.11. Situación problema determinar marcas de clases del problema 8. pp. 163-164

Luego, se presenta la tabla de frecuencias que incluye la marca de clase:

Tabla de frecuencias			
Clases $L_{i-1} - L_i$	Tabulaciones	Frecuencias (f) n_i	Marca de clase (m.c.)
35 - 39	II	2	37
40 - 44	0	0	42
45 - 49	II	2	47
50 - 54	0	0	52
55 - 59	II	2	57
60 - 64	IIII	4	62
65 - 69	IIII II	7	67
70 - 74	IIII III	8	72
75 - 79	IIII III	8	77
80 - 84	IIII I	6	82
85 - 89	IIII II	7	87
90 - 94	II	2	92
95 - 100	II	2	97.5

Lenguaje tabular

Figura 3.1.12. Tabla de distribución de frecuencias agregando marca de clase. p.164

Y finalmente se menciona que al utilizar la marca de clase se comete un error de agrupamiento, puesto que dicho valor no refleja las veces que se repite el valor de la variable, sino que son las veces que aparecen valores de la variable pertenecientes al

Lenguaje natural

intervalo $L_{i-1} + L_i$, la marca de clase es solo un representante de los valores de dicho intervalo. Lo anterior podría ser parte de una pregunta que hiciera reflexionar al estudiante acerca de la pertinencia de la marca de clase, con lo cual se promueve que emerjan en el estudiante objetos primarios como lo es la **argumentación**.

En el apartado **Gráficas** se menciona que la adecuada representación de los datos permite describir el comportamiento real de la variable. Después, se continúa presentando algunas representaciones gráficas de las distribuciones de tipo dos y tres.

Uno de los gráficos que se abordan en la propuesta es el **histograma** (datos agrupados), el cual presenta Fuenlabrada (2001) y lo **define** de la siguiente manera:

El histograma es la gráfica más común y se utiliza cuando el número de observaciones y el número de valores que toma la variable son grandes (distribución del tipo tres).
 Los histogramas son una forma de representar las frecuencias de clase por medio de áreas rectangulares (barras), pero son diferentes a los diagramas de barras, cuyas alturas miden el tamaño de la variable y generalmente se dibujan separadas, dejando espacios entre ellas. En los histogramas, las frecuencias quedan representadas por el área de los rectángulos, no por sus alturas; y las barras se dibujan sin dejar espacios entre ellas.

Lenguaje natural

Figura 3.1.13. Definición de Histograma. p.166

Enseguida, introduce el **define** *densidad* como sigue:

Concepto de densidad

La densidad física es un concepto relativo que relaciona la masa de un cuerpo con su volumen. En estadística, por la densidad de frecuencia, se obtiene la frecuencia absoluta o número de casos que hay dentro del intervalo de clase.

En los histogramas, el eje vertical mide la densidad de frecuencias y el eje horizontal mide los intervalos de clase. Así:

El histograma de la figura corresponde a intervalos de clase de diferente anchura, el rectángulo *A* representa el intervalo 15-18; en el *B*, el rectángulo es 18-19.

Área rectángulo *A* = 3 (2) = 6
 Área rectángulo *B* = 1 (5) = 5

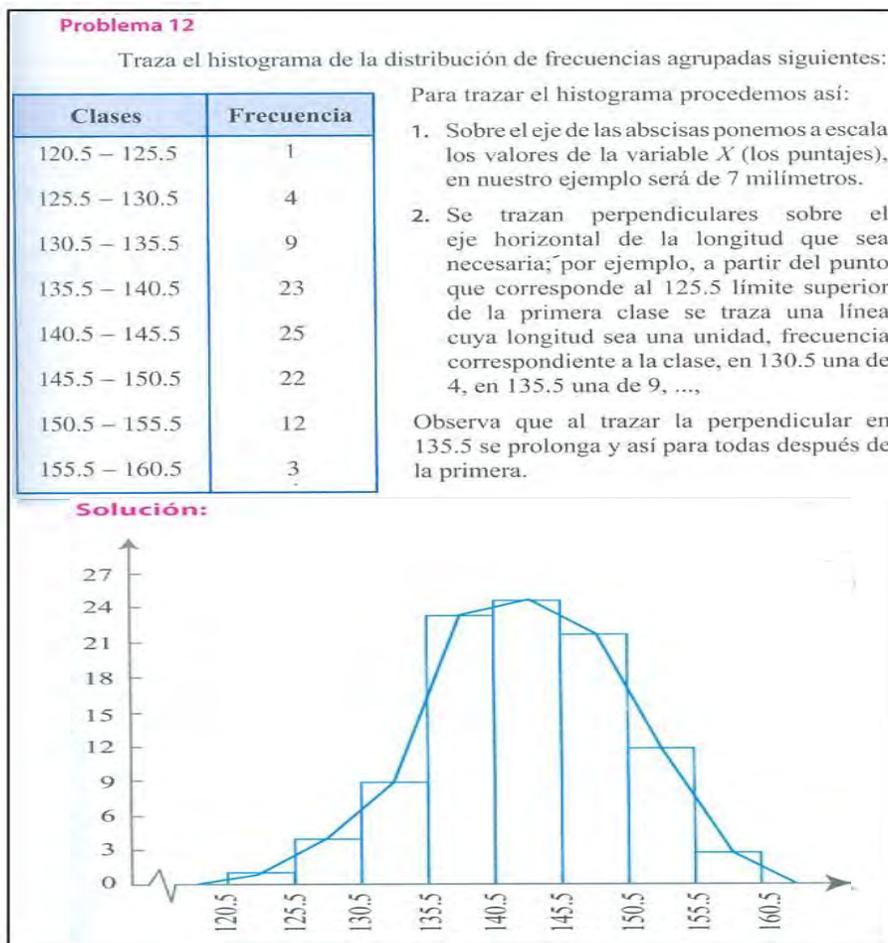
El rectángulo *A* representa 6 unidades de frecuencia y el *B* 5 unidades. Observa que la base del rectángulo *B* es de una unidad (no importa de qué ancho la hayas medido) y la altura de *B* es de 5 unidades; la altura corresponde a la frecuencia.

Considera siempre la frecuencia como una expresión del área de los rectángulos.

Lenguaje natural y gráfico

Figura 3.1.14. Definición de densidad. p.166

A continuación, se presenta una **situación problema** en contexto intra matemático, donde se presenta descrito el **procedimiento** para construir el histograma que representa la distribución de frecuencias, así como el histograma que corresponde.



Lenguaje natural, tabular y gráfico

Figura 3.1.15. Situación problema trazar el histograma de una distribución de frecuencias agrupadas. p.167

Otro tipo de gráfico que se menciona es el polígono de frecuencias, para el cual se describe el **procedimiento** para su construcción:

El polígono de frecuencias se obtiene uniendo los puntos medios de los intervalos de clase del histograma, como lo hicimos en la figura anterior.

Lenguaje natural

Figura 3.1.16. Procedimiento para la construcción de un polígono de frecuencias. p.167

Para finalizar lo relativo al polígono de frecuencias, se presenta una **proposición**:

Se puede demostrar trigonométricamente que el área del polígono de frecuencias es igual a la del histograma.

Lenguaje natural

Figura 3.1.17. Proposición del área del polígono de frecuencias. p.168

Otro gráfico que es de interés para el autor, es la ojiva (frecuencias acumuladas), para la introducción de este objeto estadístico se parte de la representación de una distribución de frecuencias agrupadas, la cual presenta un contexto extra matemático de la nutrición, puesto que se tomó la estatura en centímetros de 100 alumnos con fines de control nutricional.

Cuadro de distribución de frecuencias agrupadas:

Clases	Frecuencias
123.5 – 128.5	4
128.5 – 133.5	4
133.5 – 138.5	8
138.5 – 143.5	21
143.5 – 148.5	6
148.5 – 153.5	25
153.5 – 158.5	21
158.5 – 163.5	10
163.5 – 168.5	1
Total	$N = 100$

Lenguaje tabular

Figura 3.1.18. Distribución de frecuencias agrupadas de la estatura. p.170

Y se menciona que en ocasiones es necesario conocer cuantas observaciones caen por debajo de cierta puntuación o por encima de ella, de aquí la importancia de la ojiva.

A continuación, se plantea una **situación problema** en contexto extra matemático (el que se mencionó anteriormente):

Problema 14

Con base en el cuadro anterior de distribución de frecuencias agrupadas, determina dos cuadros: uno de frecuencias acumuladas hacia abajo y otro de frecuencias acumuladas hacia arriba, y traza las ojivas correspondientes.

Lenguaje natural

Figura 3.1.19. Situación problema construcción de distribuciones de frecuencias acumuladas y ojivas. p.170

la solución de la situación problema queda a cargo del autor del libro, donde se describe el **procedimiento** que corresponde, y se da una breve interpretación de la distribución de frecuencias acumuladas (hacia arriba y hacia abajo) a continuación:

Solución:

Cuadro A

Estatura	Número de alumnos
123.5	0
128.5	4
133.5	8
138.5	16
143.5	37
148.5	43
153.5	68
158.5	89
163.5	99
168.5	100

Frecuencia acumulada de estaturas que expresa el número de alumnos que miden menos de la estatura indicada.

Para completar el cuadro de distribución acumulada observamos en el cuadro de distribución de frecuencias que para menos de 123.5 hay 0; para menos de 128.5 son 4; de 133.5 hay 8, etcétera.

Estatura	Número de alumnos
123.5	100
128.5	96
133.5	92
138.5	84
143.5	63
148.5	57
153.5	32
158.5	11
163.5	1
168.5	0

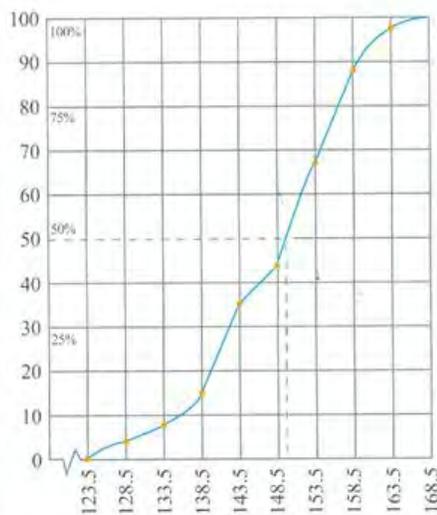
Cuadro B

Frecuencia acumulada de estaturas que expresa el número de alumnos que miden más de la estatura indicada.

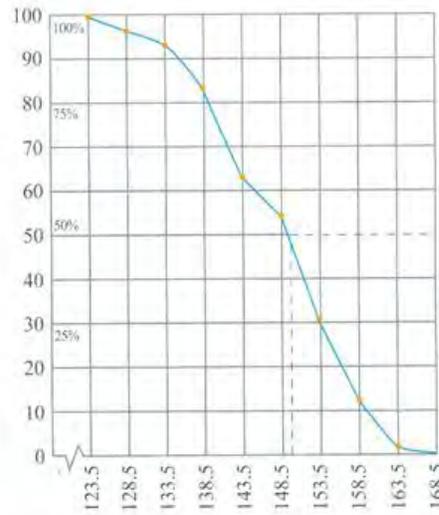
Para completar el cuadro de distribución acumulada observamos en el cuadro de distribución de frecuencias que por encima de 123.5 hay 100; de 128.5 son 96; de 133.5 es de 92, etcétera.

La representación gráfica de la información que incluye los cuadros de frecuencias acumuladas se hace con las curvas llamadas ojivas.

Una ojiva incluye un eje horizontal donde se expresan las alturas sobre los intervalos y un eje vertical donde se expresan las frecuencias acumuladas y los porcentajes acumulados.



Ojiva A (menos que)



Ojiva B (más que)

Las líneas punteadas representan la *mediana*.

Lenguaje natural, tabular y gráfico

Figura 3.1.20. Solución del Problema 14. p.171

En el apartado **Distribuciones de frecuencias relativas** se resalta la importancia de este tipo de distribuciones, lo cual se refleja en el siguiente ejemplo, el cual resulta ser un buen argumento:

A continuación relacionaremos observaciones sobre un mismo aspecto de dos colectivos diferentes, lo que sólo es posible si las observaciones tienen la misma base.

Consideremos el caso siguiente:

Juan obtuvo en su examen extraordinario de matemáticas 30 puntos de una calificación sobre base 70 y en física obtuvo 35 puntos de una calificación de base 50.

Las calificaciones de 30 y 35 se dan en puntuaciones absolutas y por eso no pueden compararse, ya que intrínsecamente como valores no tienen significado: su verdadero sentido surge cuando se da el valor relativo a las bases de calificaciones: en matemáticas sobre base 70 y en física sobre base de 50.

Con las calificaciones y las bases se pueden establecer proporciones y lograr comparaciones en valores relativos y no en valores absolutos como se citaron; si elegimos la base 100 para las dos, obtendremos las calificaciones relativas en tanto por ciento:

Lenguaje natural

Figura 3.1.21. Argumento del uso de distribuciones de frecuencias relativas. p.172

Para finalizar, se presenta una distribución de frecuencias agrupadas, en particular está presente la frecuencia relativa, en la cual se perciben las siguientes proposiciones (las cuales no necesariamente se promueven): que la suma de las frecuencias absolutas es igual a la cantidad de datos de la muestra/población, y que la suma de las frecuencias relativas (en porcentaje) resulta ser el 100% de los datos.

Clase	Frecuencias	
	Absolutas	Relativas
123.5 – 128.5	2	1.639
128.5 – 133.5	3	2.459
133.5 – 138.5	8	6.557
138.5 – 143.5	20	16.393
143.5 – 148.5	9	7.377
148.5 – 153.5	8	6.557
153.5 – 158.5	30	24.590
158.5 – 163.5	23	18.852
163.5 – 168.5	15	12.295
168.5 – 173.5	4	3.279
Totales	122	100.00

Lenguaje tabular

Figura 3.1.22. Distribuciones de frecuencias agrupadas. p.173

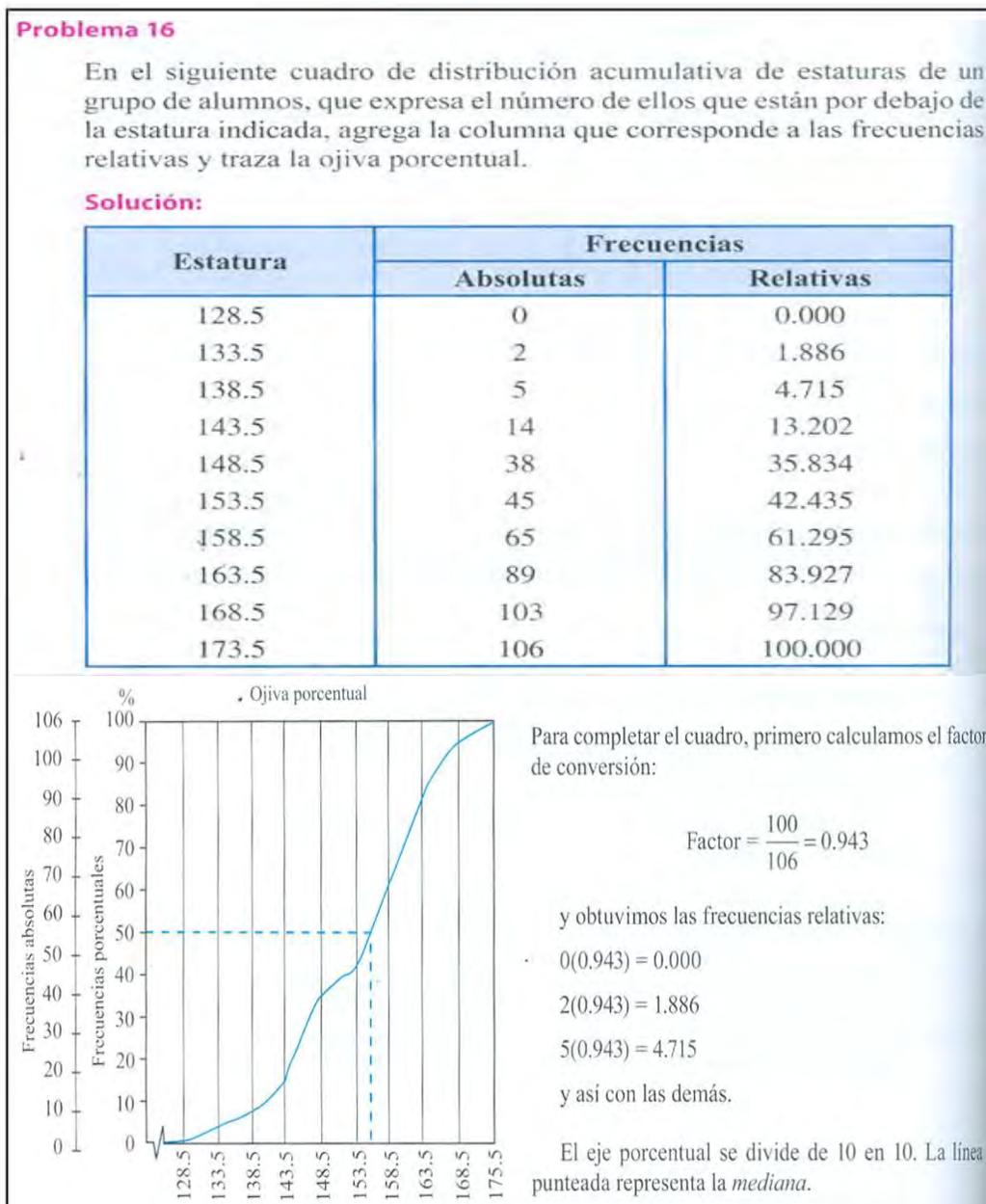
En el apartado **Distribuciones porcentuales acumuladas**, se comienza describiendo el **procedimiento** para construir una distribución porcentual acumulada:

Los cuadros de frecuencia acumulada porcentuales se obtienen de manera semejante que los cuadros de frecuencia acumulada, es decir, convirtiendo las frecuencias acumuladas en frecuencias relativas o proporcionalidades de base 100. Se acostumbra citar las dos columnas en un mismo cuadro.

Lenguaje natural

Figura 3.1.23. Procedimiento para obtener una de frecuencias distribución porcentual acumulada. pp. 173-174

A continuación, se plantea una **situación problema**, y se presenta la solución con su respectivo **procedimiento**:



Lenguaje natural, tabular, gráfico y numérico

Figura 3.1.24. Problema 16 y su respectiva solución. p.173

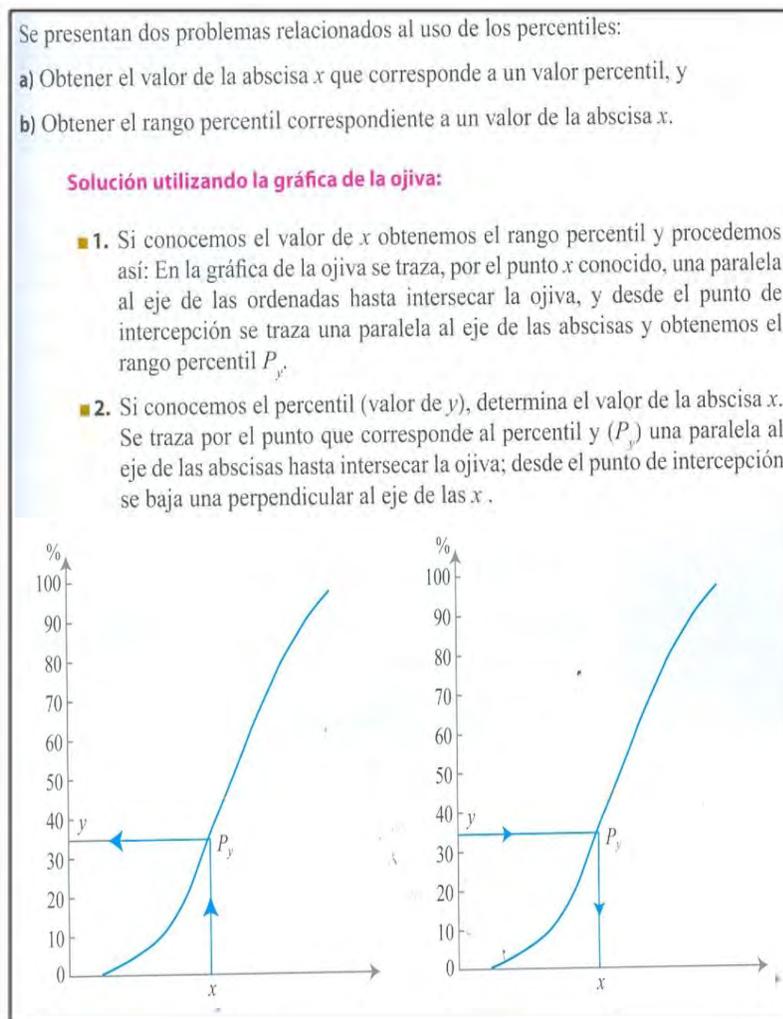
En el apartado **percentiles y rango percentil**, se inicia con la **definición** de *percentil*:

La expresión *percentil* se usa para indicar en una distribución de observaciones el valor por debajo del cual está situado cierto porcentaje de distribución de valores; por ejemplo, al decir que en una distribución de estaturas el 15.28% de los alumnos mide 144.5 o menos, se expresa:
 $P_{15.28} = 144.5$ entonces estamos afirmando que el 15.28% de los alumnos está por debajo de 144.5 centímetros de estatura.

Lenguaje natural

Figura 3.1.25. Definición de percentil. pp. 174-175

Después se presentan dos **situaciones problema** relacionadas con el uso de los percentiles, y la solución que corresponde siguiendo el **procedimiento** que describe el autor del libro:



Lenguaje natural
y gráfico

Figura 3.1.26. Situación problema percentil, rango percentil y la solución. p.174

Configuración epistémica Fuenlabrada

Configuración epistémica Organización de datos	
SITUACIONES	
<i>Emergentes</i>	
Determinar el grado de nutrición a partir de la altura en centímetros de cada uno de ellos	
Elaborar la tabla de frecuencias de las calificaciones de un examen departamental de física de 50 alumnos	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes y emergentes</i>	
Planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones	
Tabular	
<i>Emergentes</i>	
Tabla de distribución de frecuencias	
Numérico	
<i>Emergentes</i>	
Cálculos (intervalos de clase)	
CONCEPTO-DEFINICIÓN	
<i>Intervinientes</i>	
Variable estadística	
Muestra	
Frecuencia absoluta	
<i>Emergentes</i>	
Tabla de distribución de frecuencias	
Orden de rango	
Intervalos de clase	
Límites, superior e inferior	
PROCEDIMIENTOS	
<i>Emergentes</i>	
Orden de rango de la variable estadística altura	
Construir de la tabla de distribución de frecuencias de la variable estadística altura	
Orden de rango de las calificaciones	
Construir tabla de frecuencias de las calificaciones	
ARGUMENTOS	
<i>Emergentes</i>	
Uso de los tres tipos de distribuciones de una sola variable según la cantidad de observaciones y los valores que toma la variable	
Uso de intervalos para agrupar datos	
Pérdida de información distribución tipo tres	

Configuración epistémica Marca de clase	
SITUACIONES	
<i>Emergentes</i>	
Determinar las marcas de clase del problema de las calificaciones	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes y emergentes</i>	
Planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones	
Tabular	
<i>Intervinientes</i>	
Tabla de distribución de frecuencias	
Numérico	
<i>Intervinientes y emergentes</i>	
Cálculos (marca de clase)	
CONCEPTO-DEFINICIÓN	
<i>Intervinientes</i>	
Variable estadística	
Frecuencia absoluta	
<i>Emergentes</i>	
Marca de clase	
PROCEDIMIENTOS	
<i>Emergentes</i>	
Construir la tabla de frecuencias que incluye la marca de clase	
ARGUMENTOS	
<i>Emergentes</i>	
Al utilizar la marca de clase se comete un error de agrupamiento	

Configuración epistémica Gráficas	
SITUACIONES	
<i>Emergentes</i>	
Trazar el histograma asociado a la distribución de frecuencias proporcionada	
Determinar dos cuadros, uno de frecuencias acumuladas hacia abajo y otro de frecuencias acumuladas hacia arriba (a partir de una distribución de frecuencias agrupadas de la estatura en centímetros de 100 alumnos que se le proporciona con fines de control nutricional)	
Trazar las ojivas correspondientes a las frecuencias acumuladas hacia abajo y hacia arriba	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes y emergentes</i>	
Planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y proposiciones	
Gráfico	

<i>Emergentes</i>
Histograma
Ojiva
Tabular
<i>Intervinientes</i>
Distribución de frecuencias
Numérico
<i>Emergentes</i>
Cálculos (frecuencia acumulada)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Porcentaje
Muestra
Frecuencia absoluta
<i>Emergentes</i>
Histograma
Densidad
Ojiva
Mediana
Frecuencia acumulada
PROPOSICIONES
<i>Emergentes</i>
El área del polígono de frecuencias es igual a la del histograma
PROCEDIMIENTOS
<i>Emergentes</i>
Construir el histograma asociado a la distribución de frecuencias proporcionada
Construir el polígono de frecuencias asociado a un histograma
Construir la tabla de distribución de frecuencias, hacia abajo y hacia arriba
Construir ojivas (menos que y mas que)

Configuración epistémica Distribuciones de frecuencias relativas
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Procedimientos, conceptos, proposiciones y argumentaciones
Tabular
<i>Intervinientes</i>
Distribución de frecuencias
Numérico
<i>Intervinientes</i>
Cálculos (frecuencia relativa porcentual)
CONCEPTO-DEFINICIÓN

<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Porcentaje
Frecuencia absoluta ; Frecuencia relativa porcentual
PROPOSICIONES
<i>Emergentes</i>
La suma de las frecuencias absolutas es igual a la cantidad de datos de la muestra/población
La suma de las frecuencias relativas (en porcentaje) resulta ser el 100% de los datos
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Construir una distribución de frecuencias, absolutas y relativas
Transformar el valor de la frecuencia relativa a su respectivo porcentaje
ARGUMENTOS
<i>Emergentes</i>
Importancia de valores relativos respecto absolutos cuando la base no es la misma en ambos casos

Configuración epistémica Distribuciones porcentuales acumuladas
SITUACIONES
<i>Emergentes</i>
Trazar una ojiva porcentual de la distribución acumulativa de estaturas de un grupo de alumnos
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes</i>
Planteamiento de la situación problema, procedimientos y conceptos
Gráfico
<i>Emergentes</i>
Ojiva porcentual
Tabular
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Distribución de frecuencias
Numérico
<i>Emergentes</i>
Cálculos (frecuencia relativa porcentual acumulada)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Porcentaje
Frecuencia absoluta
Frecuencia relativa porcentual
Mediana

<i>Emergentes</i>
Frecuencia relativa porcentual acumulada
Ojiva porcentual
PROCEDIMIENTOS
<i>Emergentes</i>
Construir una distribución de frecuencias porcentual acumulada
Construir una ojiva porcentual de estaturas de un grupo de alumnos

Configuración epistémica Percentiles y rango percentil
SITUACIONES
<i>Emergentes</i>
Obtener el valor de la abscisa x que corresponde a un valor del percentil
Obtener el rango percentil correspondiente a un valor de la abscisa x
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Planteamiento de la situación problema, procedimientos y conceptos
Gráfico
<i>Intervinientes</i>
Ojiva
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Porcentaje
Frecuencia relativa porcentual
<i>Emergentes</i>
Percentil
PROCEDIMIENTOS
<i>Emergentes</i>
Ubicar el valor de la abscisa x que corresponde a un valor del percentil a partir de la ojiva
Ubicar el rango percentil correspondiente a un valor de la abscisa x a partir de la ojiva

En el análisis de Fuenlabrada (2001) se pudieron identificar los elementos primarios del SIR los cuales fueron: lenguaje matemático (gráfico, tabular, natural y numérico), definiciones, situaciones problema, procedimientos y argumentos, los cuales quedan a cargo del autor del libro; por tal motivo, los argumentos que se presentan, como “que tipo de distribución utilizar según cantidad de observaciones y cantidad de valores que toma la variable” son expuestos al estudiante, en lugar de permitir que éste se cuestione acerca de cual representación es la que más le conviene utilizar. Es importante mencionar que las situaciones problema que se presentan se muestran en determinado contexto extra matemático, el cual al resolver la situación problema se deja de lado, es decir, se devuelve a una situación en contexto intra matemático. Además, las actividades que se presentan no buscan que el estudiante vaya más allá tratando de generar sus propias argumentaciones, lo cual impide que se genere la reflexión por parte de los estudiantes. Asimismo, no se promueve la interpretación de gráficos y tablas por parte del estudiante, ni se da lugar a emitir conjeturas o predicción alguna. Y por último las proposiciones que se presentan son pocas y no se le cuestiona acerca de éstas al estudiante.

Otra obra de la literatura que se contempla en programa es Stevenson (2003). Particularmente en el Capítulo 2, el cual lleva por nombre *Estadística Inferencial*, podemos encontrar algunos temas como:

Distribuciones de frecuencias

- ✓ Elaboración de una distribución de frecuencias para datos continuos

En el apartado **Distribuciones de frecuencias**, se comienza a introducir las distribuciones de frecuencias a partir de una **situación problema** en contexto extra matemático del rendimiento por árboles de durazno. Se plantea elaborar una distribución de frecuencias a partir de información de ésta que se dará en el transcurso del apartado.

Considérense los datos de la siguiente tabla, los cuales representan los rendimientos (por ejemplo, en bushels por árbol) de 40 durazneros. La cantidad de datos se mantiene pequeña deliberadamente para simplificar este estudio, no obstante, todavía resulta difícil obtener una idea global de los rendimientos a partir de los datos en su forma común. Elaborar una distribución de frecuencia puede destacar los datos considerablemente.

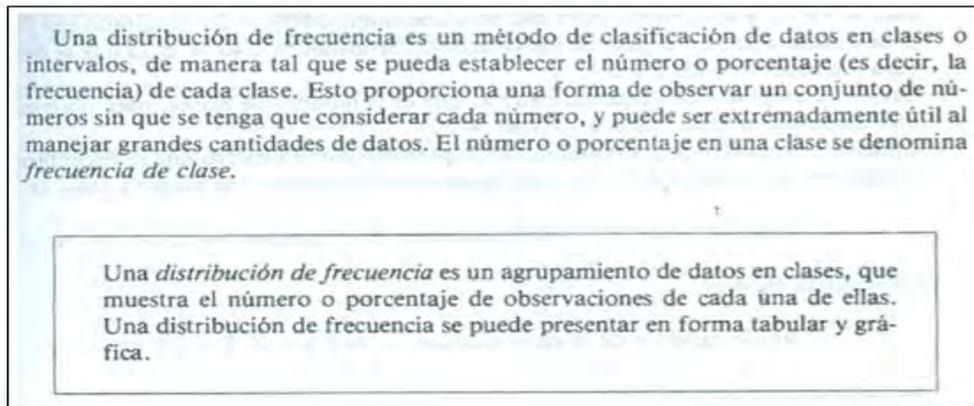
Producción anual (en bushels por árbol) de 40 durazneros.

11.1	12.5	32.4	7.8	21.0	16.4	11.2	22.3
4.4	6.1	27.5	32.8	18.5	16.4	15.1	6.0
10.7	15.8	25.0	18.2	12.2	12.6	4.7	23.5
14.8	22.6	16.0	19.1	7.4	9.2	10.0	26.2
3.5	16.2	14.5	3.2	8.1	12.9	19.1	13.7

Lenguaje natural

Figura 3.1.27. Situación problema en contexto extramatemático del rendimiento por árboles de durazno. p.39

A continuación se presenta la **definición** de *distribución de frecuencia y frecuencia de clase*:



Lenguaje natural

Figura 3.1.28. Definición de distribución de frecuencia y frecuencia de clase.

Enseguida, en el subtema Elaboración de una distribución de frecuencias para datos continuos se presenta el **procedimiento** para construir una distribución de frecuencias para datos continuos, en particular la del rendimiento por árbol de durazno:

Elaboración de una distribución de frecuencias para datos continuos

Los pasos principales en la elaboración de una distribución de frecuencias para datos muestrales se enumeran a continuación:

1. Establecer las clases o intervalos en los que se agruparán los datos.
2. Ordenarlos en clase mediante *conteo por marcas*.
3. Contar el número de cada clase.
4. Presentar los resultados en una tabla o gráfica.

Con los datos anteriores, se realizará una distribución de frecuencias de los rendimientos por árbol de durazno. Para establecer las clases de la distribución, son necesarios los siguientes pasos:

1. Determinar la *amplitud de variación* de los datos. El mayor rendimiento es 32.8 y el menor es 3.2, por lo que la amplitud es 29.6.
2. Decidir el número de clases que se vaya a emplear. Es mejor utilizar entre 5 y 15 con menos de 5 no se podrían observar características importantes de los datos, en tanto que más de 15 proporcionarían demasiados detalles. Una regla empírica es calcular la raíz cuadrada de n , y ajustarla para adaptarla a (si es necesario) los límites 5 a 15. Por ejemplo, para 400 observaciones, $\sqrt{400} = 20$, resultado que se debe ajustar a 15. En el caso de los 40 árboles, tendríamos $\sqrt{40} = 6.32$ que se deberá redondear ya sea a 6 ó 7.
3. Dividir la amplitud de variación entre k , que es el número de clases, para obtener una amplitud de clase: $29.6/6 = 4.93 \approx 5$.
4. Considerar los intervalos preliminares, empezando con un entero que se encuentre justamente por debajo del valor más pequeño. Por ejemplo, la primera clase es

límite inferior: 3 límite superior: $3 + \text{amplitud} = 3 + 5 = 8$

La segunda clase es

límite superior de la clase anterior = de 8 a $8 + 5 = 13$

La tercera clase abarca

de 13 a $13 + 5 = 18$

La cuarta clase va de 18 a 23; la quinta clase, de 23 a 28; y la sexta clase, de 28 a 33.

Lenguaje natural, numérico y tabular

Es importante que las clases se encuentren muy cercanas entre sí, de manera que no haya *vacíos* (es decir, deberá existir una clase para todo valor), pero no deberán superponerse (esto es, un valor solamente deberá pertenecer a una clase). Si se presenta el valor 8.0, quizá se dude en incluirlo en la primera o en la segunda clase, ya que en ambas el número 8 es su punto extremo. Es posible utilizar varios métodos. Quizá lo más simple sea considerar los intervalos como:

$$\begin{array}{lll} 3 \text{ a } < 8 & 13 \text{ a } < 18 & 23 \text{ a } < 28 \\ 8 \text{ a } < 13 & 18 \text{ a } < 23 & 28 \text{ a } < 33 \end{array}$$

Una vez que se hayan establecido las clases, cada dato se deberá colocar en o asignar a la clase adecuada, mediante el conteo por marcas. Por ejemplo, el primer valor es 11.1, que queda en la segunda clase. Una distribución de frecuencia se puede formar al enumerar los intervalos y colocar una diagonal en la clase correcta respecto a cada valor, y una diagonal contraria que atraviese cada conjunto haciendo las veces de *quinta* marca.

Clase	Marcas	Conteo
3 a 8	////	8
8 a 13	//// //	10
13 a 18	//// //	9
18 a 23	//// //	7
23 a 28	////	4
28 a 33	////	2
		40

A continuación se cuentan las marcas por clase (véase tabla). Las frecuencias se indican ya sea en forma de tabla o de gráfica, y pueden ser reales o relativas. De este modo, se podría elaborar una tabla de frecuencia como la siguiente:

Distribución de frecuencia del rendimiento por árboles de durazno.

Cantidad de bushels.	Número de árboles.	Porcentaje de árboles.
3 a < 8	8	$\frac{8}{40} = 0.200$
8 a < 13	10	$\frac{10}{40} = 0.250$
13 a < 18	9	$\frac{9}{40} = 0.225$
18 a < 23	7	$\frac{7}{40} = 0.175$
23 a < 28	4	$\frac{4}{40} = 0.100$
28 a < 33	2	$\frac{2}{40} = 0.050$
	40	1.000

Figura 3.1.29. Elaboración de una distribución de frecuencias para datos continuos. pp. 40-41

Después de realizar la distribución de frecuencias, se presenta el **procedimiento** para construir el *histograma* asociado a la distribución de frecuencia del rendimiento por árboles de durazno:

También se puede presentar la misma información mediante un *histograma* de frecuencias, que muestra las clases en el eje horizontal y las frecuencias (reales o relativas) en el eje vertical. Los límites de las "barras" coinciden con los puntos extremos de los intervalos de clase. Ver figura 2.6.

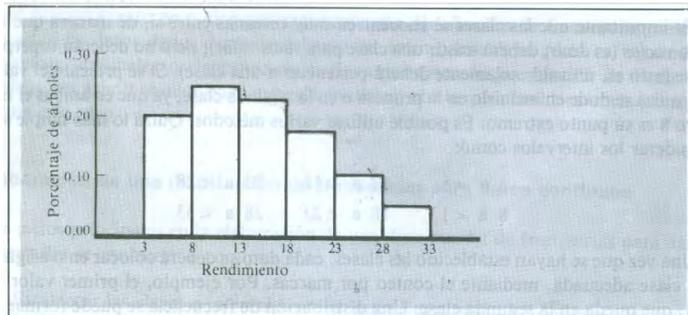


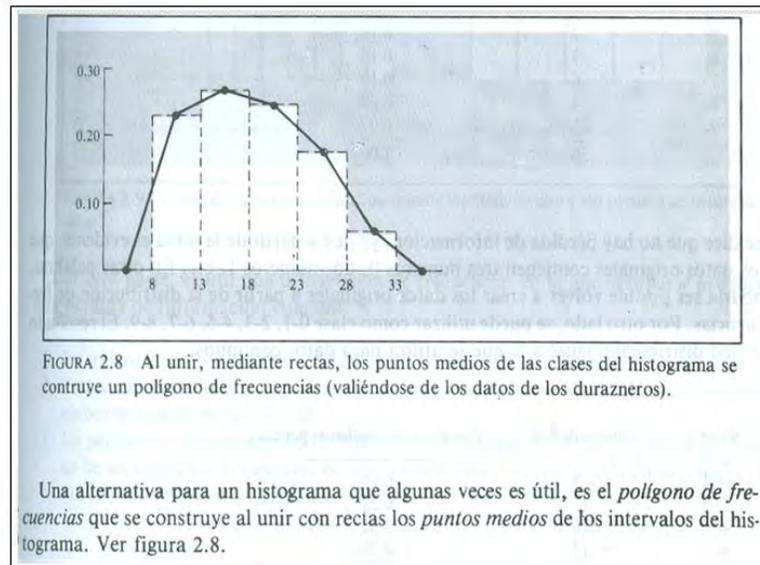
FIGURA 2.6 Distribución de frecuencias relativa según el rendimiento de los árboles.

Lenguaje natural y gráfico

Figura 3.1.30. Distribución de frecuencias relativa según el rendimiento de los árboles. pp. 41-42

Asimismo, se continúa indicando una serie de pasos para construir una distribución de frecuencias para datos continuos, los cuales resultan ser los que se mencionaron anteriormente.

Por último, se presenta el **procedimiento** para construir un polígono de frecuencias, y se muestra éste:



Lenguaje gráfico y natural

Figura 3.1.31. Polígono de frecuencias de los datos del rendimiento de los árboles durazneros. p.43

Configuración epistémica Stevenson

Configuración epistémica Distribuciones de frecuencias	
SITUACIONES	
<i>Emergentes</i>	
Elaborar una distribución de frecuencias de la producción anual de 40 durazneros	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes y emergentes</i>	
Planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentos	
Gráfico	
<i>Emergentes</i>	
Histograma	
Polígono de frecuencias	
Tabular	
<i>Emergentes</i>	
Distribución de frecuencias	
Numérico	
<i>Emergentes</i>	

Cálculos (intervalos de clase)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Muestra
Frecuencia absoluta ; Frecuencia relativa
<i>Emergentes</i>
Distribución de frecuencias
Frecuencia de clase
Histograma
Polígono de frecuencias
PROCEDIMIENTOS
<i>Emergentes</i>
Construir una distribución de frecuencias para los datos de la producción anual de 40 durazneros
Construir el histograma asociado la distribución de frecuencias de la producción anual de 40 durazneros
Construir un polígono de frecuencias a partir del histograma de la producción anual de 40 durazneros
ARGUMENTOS
<i>Emergentes</i>
Uso de categorías mutuamente excluyentes

Haciendo un balance de lo que presenta Stevenson (2003), se puede decir que los elementos primarios del SIR que se presentaron son: lenguaje matemático (gráfico, tabular, natural y numérico), situaciones problema, definiciones, procedimientos y argumentos. Solo se presentan argumentos para el uso de categorías mutuamente excluyentes, aún así éste queda a cargo del autor del libro, por lo que no permite que el estudiante comunique sus propios argumentos. Además, se priorizan los procedimientos para la elaboración de una distribución de frecuencias (datos de variables continuas), por lo que la situación problema que se plantea pierde conexión con la solución que se brinda, al no promover la interpretación de la distribución de frecuencias, el histograma y el polígono de frecuencias. Es importante mencionar que no se presentan proposiciones a lo largo de la sección, limitando el significado personal de los estudiantes. Asimismo, no se promueve la interpretación de las representaciones que se presentan, lo que posteriormente podría privar a los estudiantes de leer información que se le presenta en medios de comunicación, así como ser partícipe de la mejora en su área laboral en un futuro, no pudiendo llegar a la toma de decisiones que se fomenta en Estadística.

3.2 Descripción de la propuesta

En la presente sección se describe la propuesta que consiste en secuencias de actividades didácticas que están dirigidas a estudiantes de las escuelas incorporadas a la UNISON, que cursan la asignatura Probabilidad y Estadística (componente de formación propedéutica), particularmente se centra la atención en el Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*.

3.2.1 Características generales de la propuesta

Algunas de las características que tiene la propuesta son las siguientes:

- Incorporación de recursos materiales
- Uso de contextos extra matemáticos
- Tipos de actividades: apertura, desarrollo y cierre
- Promoción del desarrollo de competencias disciplinares extendidas y genéricas

Recursos Materiales: En este caso se hará uso de materiales como frascos, aparato que mide el pH, cronómetro u oxímetro (o cualquier otro aparato que mida la frecuencia cardíaca). Dichos materiales se usaran en las Secuencias 2 y 3 con el fin de recolectar datos que serán analizados por los estudiantes para extraer conclusiones y con ello tomar decisiones confiables.

Contextos extra matemáticos: La Estadística es una rama de las matemáticas con amplia aplicación a la vida cotidiana por lo que es de gran importancia que el estudiante pueda analizar datos que provengan de la realidad que nos rodea para qué perciba ésta. Por lo anterior se le plantearán al estudiante situaciones que sean familiares para que pueda de manera natural empezar a resolverlas, y se dé lugar a que emerjan objetos propios de estadística de los cuales se promueva un significado rico.

Tipos de actividades: Las secuencias estarán organizadas de tal manera se incluirán actividades de apertura, otras de desarrollo, y de cierre, según Díaz (2013).

- *Apertura:* con las actividades de *Apertura*, el propósito que se persigue es que el estudiante pueda poner en juego los conocimientos (habilidades y actitudes) que ha generado a lo largo de su trayectoria escolar para entender una situación y que al abordar diversas interrogantes le permita que emerjan otro tipo de conocimientos (así como habilidades y actitudes) en el momento pertinente. Además, se pretende conocer el status que tienen los objetos matemáticos que se declaran en los programas de estudio de las materias referentes a Estadística antes cursadas, para saber si el estudiante ha construido algún significado de los objetos.
- *Desarrollo:* con las actividades de *Desarrollo* se pretende lograr que en el estudiante emerjan los objetos estadísticos (a partir de los objetos intervinientes) que se declaran para el Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica* y algunos otros que se consideran le serán de utilidad en el transcurso de su

educación media superior y estudios posteriores. Además de los conocimientos se pretende el que el estudiante desarrolle nuevas habilidades y actitudes.

- Cierre: con las actividades de *Cierre* se busca que los objetos estadísticos que se pusieron en juego en la resolución de problemas de cada una de las secuencias de actividades didácticas se institucionalicen, es decir, que los objetos estadísticos adquieran un significado formal (o lo más parecido).

Con las actividades didácticas se pretende lograr tanto el propósito declarado en las secuencias de actividades didácticas, como promover el desarrollo de algunas competencias disciplinares extendidas, lo que implica el desarrollo de algunas competencias genéricas que se plantean en la RIEMS. Las competencias disciplinares extendidas a desarrollar al cursar el Bloque II son las siguientes:

Competencias disciplinares extendidas

- I. Formula y resuelve problemas aplicando las reglas que le permitan agrupar datos en una distribución de frecuencias.
- II. Organiza los datos en una distribución de frecuencias a partir de la variabilidad estadística observada y argumenta su pertinencia.
- III. Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas relacionadas con la distribución de frecuencias de datos provenientes de una muestra.
- IV. Argumenta la solución obtenida de un problema relacionado con la distribución de frecuencias con los datos provenientes de una población o muestra.
- V. Construye e interpreta diferentes representaciones gráficas para la comprensión y análisis de las situaciones reales, hipotéticas y formales.
- VI. Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener tablas de distribución de frecuencias a partir de los datos de una población y expresar las conclusiones de dicho proceso.

Y las competencias genéricas que se propone promover a lo largo de la asignatura son:

Competencias genéricas

- i. Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones.
- ii. Elige y practica estilos de vida saludables.
- iii. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
- iv. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- v. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
- vi. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
- vii. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
- viii. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.

Estrategia didáctica: la estrategia didáctica que se sigue para que se logre el aprendizaje de los objetos estadísticos que se promueven con las secuencias de actividades didácticas es la siguiente:

- Momentos de trabajo individual: en un principio se busca que el estudiante trabaje individualmente para que reflexione la situación que se le presenta y de respuesta a los problemas que se le plantean.
- Momentos de trabajo en equipo: en este momento se pretende que los estudiantes puedan comunicar a sus compañeros las respuestas que previamente hayan reflexionado, para dar lugar a una discusión en la cual los estudiantes puedan argumentar sus respuestas, y posteriormente llegar a un consenso en el cual los objetos estadísticos que se promueven en cada una de las secuencias pasen por un proceso de refinamiento para su posterior institucionalización. El trabajar en equipo permitirá que haya una retroalimentación por parte de cada integrante del equipo para que se enriquezca el significado personal de los objetos estadísticos que se pretende que emerjan en el estudiante. Además, al poner en juego los objetos matemáticos intervinientes del estudiante, se espera que se amplie o profundice en el significado de éstos.
- Momentos de trabajo en grupal: en algunas ocasiones se busca que los estudiantes puedan comunicar a su grupo los consensos que se trabajaron en equipos para que vean la gama de posibles respuestas que dan lugar a un significado más rico de los objetos estadísticos. Además que se presente un desequilibrio en los estudiantes para que vean que no todas las respuestas son correctas, y poder llegar a un consenso ante todo tipo de respuestas que se presenten. También se trabajará en ocasiones grupalmente en principio para recolectar datos; en segundo lugar para que los diferentes equipos comuniquen su postura (as) a los demás equipos de estudiantes, que vayan encaminadas a que se pueda observar la variedad de interpretaciones de un mismo objeto estadístico, para que mejoren y amplíen el significado de éstos.

Orientación Didáctica: en todo momento el profesor toma el papel de guía, es decir, supervisará el trabajo de los estudiantes de manera que cuando se presenten casos en los que los estudiantes no puedan seguir con la actividad, el profesor pueda orientar al estudiante proponiéndole algún cuestionamiento que este en su zona de desarrollo próximo con el propósito de que éste pueda continuar con la actividad. Además, el profesor tendrá a su cargo la institucionalización de los objetos estadísticos con lo cual se espera que se enriquezcan sus prácticas, y así esté lo más cercano posible al significado institucional que se promueve.

Hojas de trabajo: en todas las actividades se utilizan hojas de trabajo (las cuales se incluyen en el Anexo A, Anexo B y Anexo C), que tienen como propósito de que ellos plasmen sus estrategias y/o resultados de los incisos que se plantean, y de ahí tomar la evidencia que permitirá identificar sus prácticas para caracterizar el SII.

Estructura de la propuesta

La propuesta consta de tres secuencias de actividades didácticas, las cuales llevan por título:

1. ¿A qué grupos de edad daría prioridad para combatir el dengue?
2. ¿Qué tipo de agua recomendaría tomar?
3. ¿Las mujeres o los hombres de tu salón tienen un corazón más saludable?

3.2.2 Descripción de las secuencias de actividades didácticas

En la presente sección se realiza la descripción a detalle de las secuencias de actividades didácticas que componen la propuesta.

Secuencia Didáctica 1. ¿A qué grupos de edad daría prioridad para combatir el dengue?

La secuencia consta de seis actividades, las dos primeras son de apertura, las tres siguientes de desarrollo y la última de cierre y su objetivo general es que el estudiante interprete tablas y gráficos proporcionados en una situación problema.

Estrategias didácticas: en un primer momento se trabajará individualmente en casa con las hojas de trabajo, la primera actividad, de manera que el estudiante pueda reflexionar la situación problema que se le plantea y el significado personal de algunos objetos estadísticos para saber si pueden ser catalogados como intervinientes. En un segundo momento, el trabajo realizado en casa le permitirá al estudiante trabajar grupalmente. Posteriormente el trabajo se llevara a cabo en equipos de máximo tres personas, donde se relacione con personas que estén a su mismo nivel de aprendizaje. En esta parte se plantea trabajar las Actividades 2, 3, 4 y 5 en el salón de clases. En un tercer momento se pretende que el trabajo realizado por cada equipo les permita presentar al grupo sus conclusiones y argumentar éstas. Finalizando con la institucionalización de los objetos estadísticos que se promueven en las actividades didácticas, la cual quedará a cargo del profesor, sin embargo, en principio se hará una reflexión individual por parte de los estudiantes (la cual será en casa) para que puedan participar en una discusión grupal junto al profesor.

Material: hojas de trabajo, lápiz y calculadora.

Tiempo: Se estima que el tiempo que se necesite para la resolución de la secuencia completa sea seis horas, algunas de ellas en el salón de clase y otras en actividad extra clase (dependiendo de las características del grupo será la distribución del tiempo).

En todas las actividades didácticas de esta secuencia se utiliza el mismo contexto, el cual está planteado en la situación de la actividad 1.

A continuación se describen a detalle cada una de las actividades didácticas, tomando como referencia fragmentos de las hojas de trabajo, las cuales se encuentran señaladas en los recuadros.

Actividad de Apertura

Actividad 1

La Actividad 1 se considera una actividad de apertura, y el **propósito** es que el estudiante ponga en juego su significado personal sobre algunos objetos estadísticos intervinientes.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, mediana, rango, muestreo, población y muestra.

La actividad inicia solicitándole al estudiante que realice una breve lectura de la situación que se le plantea para que se familiarice con el contexto. Posteriormente se le proporcionan algunos objetos matemáticos relacionados con Estadística Descriptiva.

Las tareas asignadas al estudiante son las siguientes:

- Reflexione acerca del significado que tiene sobre algunos conceptos estadísticos.

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, vi, vii y viii.

Se parte de una situación problema en el contexto de la salud pública, específicamente en tema relacionado con el dengue.

En la actualidad vemos y escuchamos en las noticias de la televisión, radio, periódicos, internet, espectaculares, etc. que debemos estar atentos ante la presencia del principal mosquito, *Aedes aegypti*, transmisor del virus denominado "Dengue".

Constantemente se está proveyendo gran cantidad de información que es mostrada en tablas y gráficos, donde se exhibe cómo aumenta o disminuye la cantidad de gente que fue infectada en diferentes años, así como información de la entidad donde se han presentado más casos, la forma en que mayormente se manifiesta, etc., gracias a ello se pueden establecer mecanismos de alerta a la población para que estén consientes de los daños que causa y sepan cómo cuidarse.

Existen 3 formas en que se manifiesta esta enfermedad:

- ✓ Fiebre por dengue (FD)
- ✓ Fiebre hemorrágica
- ✓ Shock hemorrágico

Entre los cuidados que se deben tener para prevenir la propagación y picadura de este mosquito se encuentran los siguientes:

- ✓ Usar repelente.
- ✓ Usar manga larga y pantalones en actividades al aire libre.
- ✓ Evitar tener recipientes llenos de agua, o si es necesario taparlos bien.
- ✓ Colocar mosquiteros en puertas y ventanas.

El uso de gráficas y tablas para visualizar datos de esta epidemia nos facilita el acceso a la información, pero hay que tener una actitud crítica ante estos resultados; de otra manera, no podremos entender este fenómeno que es de importancia a nivel nacional.



Mosquito transmisor del virus dengue.

Después de haber cursado el Bloque I *Comprendes y describes la variabilidad estadística y sus aplicaciones*, ¿qué idea tiene acerca de los siguientes conceptos matemáticos? :

- Variable estadística:
- Tipos de variables:
- Frecuencia Absoluta:
- Frecuencia Relativa:
- Mediana:
- Rango:
- Muestreo:
- Tipos de muestreo:
- Población:
- Muestra:

En esta actividad se espera que el estudiante ponga en juego sus objetos intervinientes, para saber si los estudiantes tienen algún significado personal sobre los mismos. A partir de las diferentes prácticas alrededor de los objetos estadísticos que ha realizado cada estudiante se requiere enriquecer o en su caso construir un significado que sea lo más parecido al que se promueve institucionalmente.

Como ****orientación para el profesor**** se propone recopilar las definiciones de los conceptos estadísticos que se trabajaron en el Bloque I.

Actividad 2

Esta actividad al igual que la Actividad 1 se considera de apertura. El **propósito** de esta actividad es que el estudiante efectúe conversiones de un valor decimal a porcentaje, construya un significado (intuitivo) sobre diferencia significativa y lleve a cabo parcialmente el protocolo que sigue un estadístico.

Los objetos estadísticos intervinientes que se ponen en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, variabilidad, muestra (representativa), porcentaje, gráfico de pastel y muestreo (tipos de muestreo).

Los objetos estadísticos que se pretende emerjan son los siguientes: diferencia significativa.

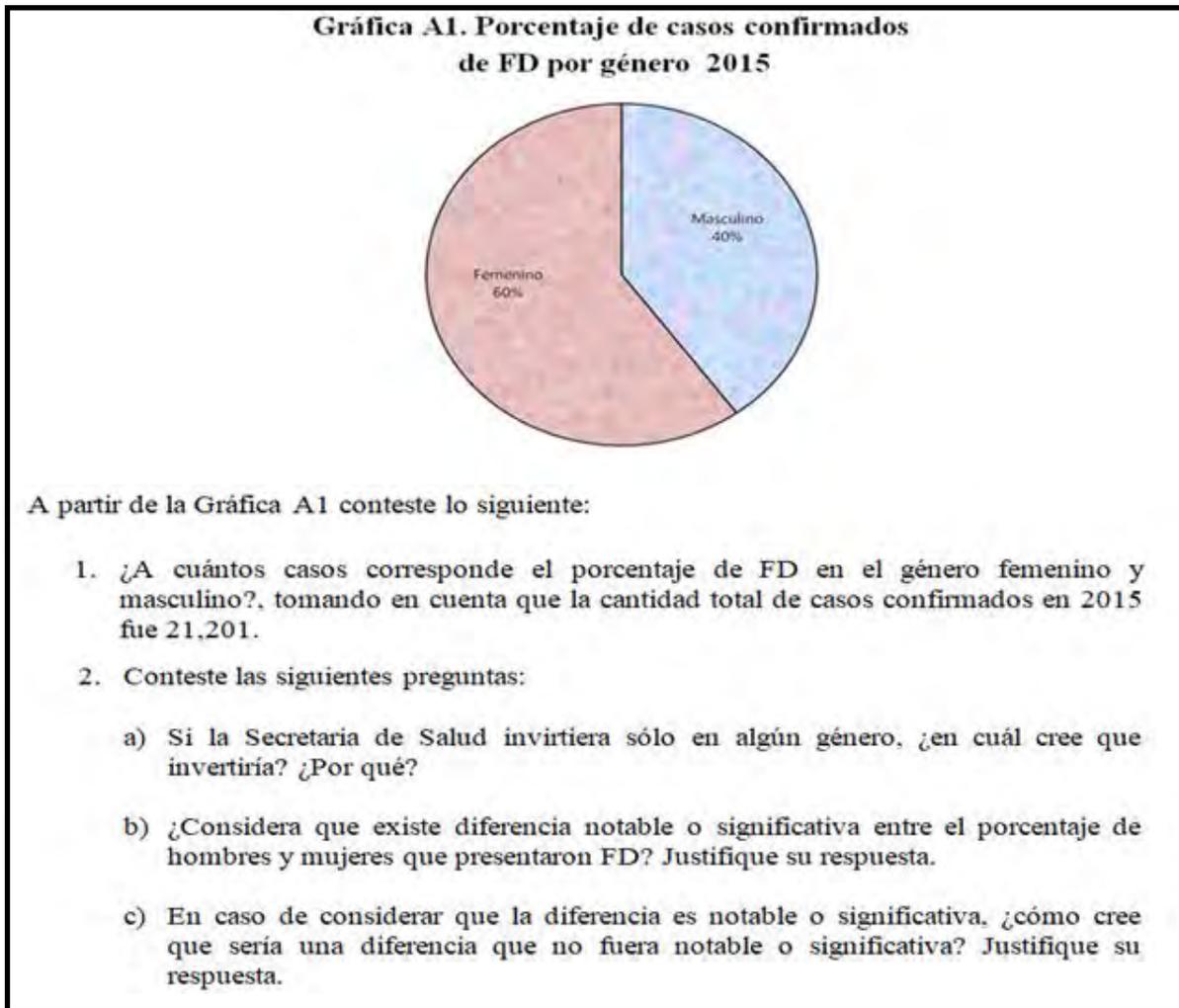
En este caso la estrategia didáctica que se plantea (únicamente para el inciso 3) es: primeramente se realizará la encuesta y el profesor escribirá en el pizarrón los resultados. Posteriormente en equipo de 3 personas (el que ya se tenía) se continuará trabajando, hasta lograr la reflexión grupal de los planteamientos, y de esta manera pasar a presentar sus resultados grupalmente.

Las tareas que se asignan al estudiante son las siguientes:

- Convierta porcentajes al valor correspondiente en el conjunto de los números reales
- Reflexione acerca de la diferencia significativa en el comportamiento de un conjunto de datos a partir de un gráfico de pastel
- Realice el protocolo de un estadístico parcialmente (Realice una encuesta, recolecte datos, analice los datos, emita conclusiones)

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Los cuestionamientos darán lugar a la reflexión por parte del estudiante son los siguientes:



En los incisos 1 y 2 se pretende que el estudiante realice una conversión de un determinado porcentaje a su correspondiente valor decimal, utilizando alguna estrategia que le sea útil, como lo es la regla de tres. Posteriormente se da pauta a la inclusión de ideas propias de Estadística Inferencial, como lo es diferencia significativa, pero de manera intuitiva, argumentando con la interpretación de la respuesta del inciso 1 o la Gráfica A1.

3. Realice una encuesta en su grupo acerca de los estudiantes que han tenido FD. A partir de los datos obtenidos realice lo siguiente:

- Construya un gráfico de pastel para la variable estadística género (considerando solo a los estudiantes que hayan tenido FD).
- Interprete los resultados obtenidos.

A partir de la información obtenida en su grupo, conteste las siguientes preguntas y argumente en cada caso:

- a) ¿Considera que la muestra de estudiantes fue representativa si se trata de conocer acerca de la población que tiene dengue en México por género? ¿Por qué?
- b) En caso de considerar que no fue una muestra representativa, ¿cómo tomaría la muestra para que tenga dicha característica?
- c) ¿Cuál cree que sea la necesidad de que la muestra sea representativa? Explique a detalle.

En el inciso 3, se pretende que el estudiante siga el protocolo de un estadístico al realizar una encuesta, organizar los datos y analizarlos, y con ello pueda tomar la decisión de si una muestra le parece representativa de la población en cuestión tomando en cuenta los tipos de muestreo que existen.

Como ****orientación para el profesor**** se propone que se genere una discusión donde se consideren los diferentes tipos de muestreo.

Actividad de Desarrollo

Actividad 3

Esta actividad se considera de desarrollo, al trabajar con ella se **pretende** que el estudiante identifique variabilidad y describa tendencias de un conjunto de datos a partir de información proporcionada en una tabla y un gráfico.

Los objetos estadísticos intervinientes que se ponen en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, variabilidad, frecuencia absoluta y gráfico de líneas.

Los objetos estadísticos que se pretende emerjan son los siguientes: tendencia.

En la presente actividad se le plantean cuestionamientos con el propósito de que el estudiante reflexione acerca de esta epidemia que afecta tanto en el ámbito local como nacional.

Las tareas que se le asignan al estudiante son las siguientes:

- Analice e interprete un gráfico de líneas y los datos proporcionados en una tabla
- Reflexione sobre posible tendencia en el comportamiento de los datos
- Realice predicciones acerca del comportamiento de un conjunto de datos

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Los cuestionamientos que se le proporcionan al estudiante para que reflexione son los siguientes:

A continuación se presenta la siguiente tabla (Tabla A1) con el recuento anual de los casos confirmados de FD en México:

DATOS	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
FD confirmados	26,596	41,972	22,352	10,970	32,662	43,663	23,432	21,201	

Tabla A1. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015.

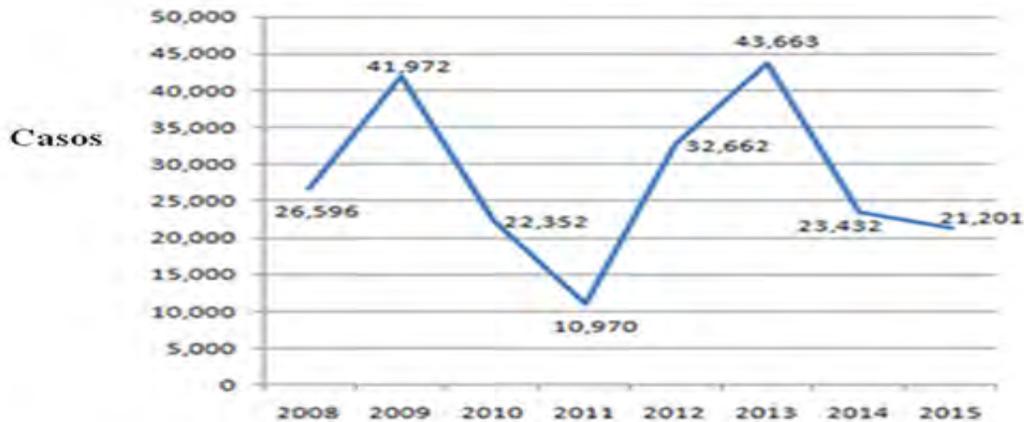
A partir de la Tabla A1 conteste las siguientes preguntas:

1. Describa el comportamiento de los casos confirmados de FD desde 2008 hasta 2015 ¿Considera que aumentó o disminuyó el número de casos confirmados de FD de 2008 a 2015? ¿A qué cree que se deba esto?
2. Observa alguna tendencia en la cantidad de casos confirmados de FD, descríbala.
3. ¿Cuántos casos de FD cree que se presenten en 2016? Tomando en cuenta la Tabla A1. Justifique su respuesta. Acceda a la página de la Dirección General de Epidemiología y compare su predicción con lo que paso realmente. ¿Fue parecido? (Complete la tabla con los datos reales de 2016)

En los incisos 1, 2 y 3 se espera que el estudiante calcule diferencias de los casos confirmados de FD por año que lo lleve a identificar incrementos y decrementos, con ello describir alguna regularidad en los datos, para posteriormente poder predecir cuántos casos de FD habrá en 2016.

También se tiene la expectativa que para algunos estudiantes sea complejo el analizar un conjunto de datos en una tabla, sin embargo, se recurrirá a diversas representaciones de los datos a lo largo de la Secuencia Didáctica 1, que permitan que el estudiante tenga una perspectiva más amplia del conjunto de datos, y pueda transitar de un tipo de representación a otro.

Gráfica A2. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015



A partir de la Gráfica A2 que se le presenta conteste lo siguiente:

4. ¿Observa alguna tendencia en los casos confirmados de FD de 2008 a 2015? Justifique su respuesta.
5. Describa el comportamiento tentativo de los casos confirmados de FD para el año 2020. Argumente éste. Continúe el trazo de la Gráfica A2 para el año 2020.

En este caso se muestra un conjunto de datos a través de un gráfico de líneas. El utilizar diferentes tipos de representación para el mismo conjunto de datos permitirá al estudiante identificar características o propiedades del conjunto de datos como menciona Watson (2006) citado por Arteaga (2011) cuando señala la importancia de relacionar distintos tipos de gráficos, lo cual sería aplicable en el caso de tratarse de dos tipos de representaciones diferentes. Algunas características que no son evidentes en el primer tipo de representación, la tabla, por ejemplo que la cantidad de casos confirmados de FD parecen decrecer dos años consecutivos (2010-2011); después, parece aumentar durante dos años consecutivos (2012-2013) y vuelve a disminuir durante los dos siguientes años (2014 - 2015), es decir, observar tendencias.

En los incisos 4 y 5 se espera que el estudiante analice las variaciones en un conjunto de datos, y el producto del análisis le brinde elementos que le permitan describir alguna posible tendencia del conjunto de datos, y con ello poder bosquejar el comportamiento (tentativo) del conjunto de datos de la enfermedad para 2020.

Como ****orientación para el profesor**** se propone tomar en cuenta los demás años que se tienen registrados los casos confirmados de FD, por ejemplo: en 2016 se confirmaron 14,187 casos de FD, según los informes de la Secretaría de Salud.

A partir de los bosquejos, motivar una discusión en la que se reflexione acerca de la necesidad de registrar los casos confirmados de FD en un periodo más largo de tiempo para poder hacer una buena estimación de lo que sucederá en el futuro. Preguntar él porque

creen que se presentaron menos casos. Relacionar con el azar y con las condiciones preventivas.

6. ¿Cómo definiría lo que es una tendencia en estadística?

Después de haber contestado los incisos anteriores se espera que para el inciso 6 se haya construido un significado de tendencia pero en estadística, debido a que este término es ampliamente usado en la vida cotidiana, y en ocasiones se usa de forma incorrecta en estadística.

Como ****orientación para el profesor**** se propone considerar la tendencia como un patrón de comportamiento.

Actividad 4

Esta actividad al igual que la Actividad 3 es una actividad de desarrollo. El **propósito** que se persigue con esta actividad es que el estudiante interprete un gráfico de barras para analizar una variable estadística continua.

Los objetos estadísticos intervinientes que se ponen en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, variabilidad, frecuencia absoluta, gráfico de barras, mediana, rango, máximo y mínimo.

Los objetos estadísticos que se pretende emerjan son los siguientes: marca de clase e intervalos de clase.

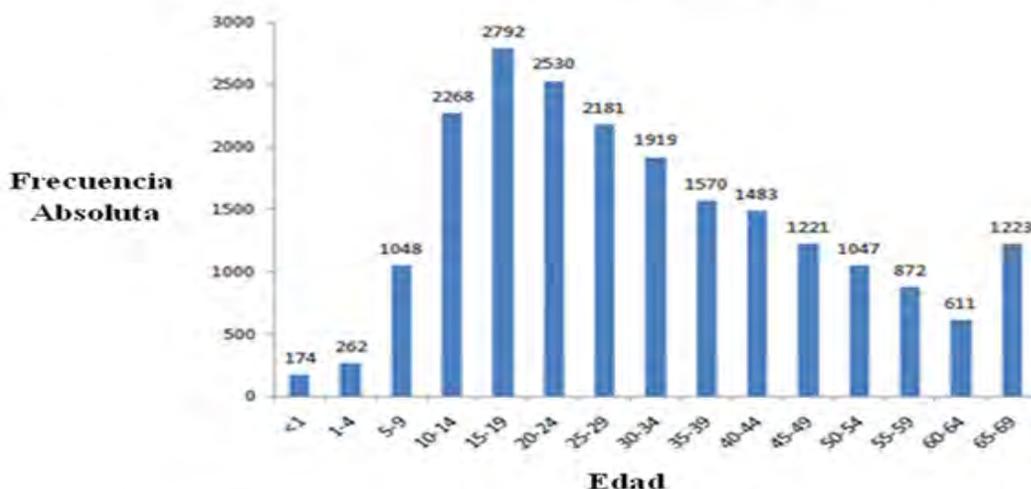
Las tareas que le asignan al estudiante son las siguientes:

- Analice e interprete un gráfico de barras
- Identifique y/o cuantifique en un gráfico la mediana y el rango
- Reflexione acerca de la variabilidad de un conjunto de datos representado en un gráfico de barras

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Los cuestionamientos que se le presentan al estudiante para propiciar la reflexión, son lo que siguen:

Gráfica A3. Casos confirmados de FD por grupos de edad 2015



A partir de la Gráfica A3 que se le presenta conteste lo siguiente:

1. ¿Cuál es la variable estadística que está presente en la Gráfica A3? ¿Qué tipo de variable es?

En el inciso 1 se espera que el estudiante identifique la variable estadística presente, a través del análisis que realice al asociar el eje horizontal con la característica (edad) de las personas que son objeto de este estudio. Al identificar la edad como la variable estadística, se pretende que la asocie con valores numéricos continuos. Cabe aclarar que la variable se encuentra discretizada pero para los fines se espera que los estudiantes identifiquen que es continua.

Como ****orientación para el profesor**** se propone cuestionar a los estudiantes acerca de la definición de variable estadística.

2. De los 2792 datos de los casos confirmados de FD en el grupo [15,19], proporcione 10 valores que podrían pertenecer a ese grupo.
3. Como no se conocen realmente las edades exactas de los casos confirmados FD en el grupo de [15,19] años, ¿qué valor de la variable estadística podría ser un buen representante del grupo? Justifique su respuesta.

En el inciso 2 se espera que el estudiante pueda superar la dificultad registrada en la literatura donde Lee y Meletiou (2003) mencionan que los estudiantes ven los histogramas (también válido para el gráfico de barras donde se analiza una variable discretizada como la de la Gráfica A2) como observaciones individuales en cada barra, lo que lleva a cometer errores de interpretación, cálculo, entre otros, puesto que se olvida del conjunto de valores que pertenecen al intervalo.

El realizar correctamente el inciso 2 permitirá que el estudiante pueda elegir un representante para el grupo [15,19] (en el inciso 3), que se espera sea la marca de clase, al determinar que ésta es la más parecida al resto de los datos de ese intervalo de clase. Como ****orientación para el profesor**** se propone cuestionar a los estudiantes acerca del tipo de variable, en este caso continua (aunque se encuentra discretizada) por si no pueden dar más que valores enteros del grupo [15, 19].

4. Conteste las siguientes preguntas:
- a) ¿Qué valor de la variable edad (**un solo valor**) divide en dos partes iguales (con igual porcentaje de datos a cada lado) al conjunto de datos? Justifique su respuesta.
 - b) ¿En qué grupo se localiza la mediana del conjunto de datos? Realice los cálculos correspondientes.
 - c) ¿Cuál es el rango de edades de las personas confirmadas con FD?
5. ¿Existe mucha o poca variabilidad en la **edad** de las personas que fueron confirmadas con dengue (Gráfica A3)? Justifique como observa dicha variabilidad ¿Cuánto sería el valor del rango?
6. ¿Cómo se vería la Gráfica A3 si no hubiera variabilidad en la edad de las personas que fueron confirmadas con dengue? Dibújela y argumente su respuesta.

En el inciso 4, se promueve que el estudiante a partir de la definición de mediana y rango, localice y/o cuantifique estas medidas descriptivas a partir del gráfico de barras. Se espera que basándose en las medidas descriptivas pueda determinar si existe variabilidad y con ello caracterizar ésta en términos de las medidas de tendencia central y de dispersión, con lo que se enriquecerá su significado.

Como ****orientación para el profesor**** se propone primero calcular la mediana de los 10 valores proporcionados en el inciso 2, y hacer una analogía para cada intervalo de clase. Como no se tienen los datos en bruto, se puede hacer uso de las frecuencias absolutas para encontrar el intervalo de clase donde se localiza la mediana. Considerando que el grupo donde se localiza la mediana será en donde se acumule el 50 % de los datos; de esta manera como son 21,201 datos y la mitad es 10,600.5, por lo que la mediana se encuentra en el grupo hasta el cual se acumula esa frecuencia absoluta.

El tratar que los estudiantes observen variabilidad es realmente complicado, por lo cual se propone como ****orientación para el profesor**** cuestionar a los estudiantes acerca de ¿qué es una variable estadística? y realizar una encuesta con los estudiantes acerca de la edad de cada uno de ellos y realizar un gráfico de barras para que observen dicha variabilidad asociada a la variable estadística. Además, se puede preguntar acerca de donde se presenta más variabilidad, si en la Gráfica A3 o en una donde se tenga la misma frecuencia absoluta

para cada intervalo de clase (como se puede ver en la imagen de abajo), para promover en el estudiante la idea de variabilidad como los datos más juntos o más separados (podría ser respecto a un valor como la mediana).



La orientación para el profesor va en dirección hacia superar una dificultad que encontraron Loosen et al., (1985) citados por Batanero et al., (1994) quienes hicieron notar que “muchos libros de texto ponen mayor énfasis en la heterogeneidad entre las observaciones que en su desviación respecto de la posición central” (p.6).

Asimismo, tomando en cuenta la conclusión de Lee y Meletiou (2003) que señalan que los estudiantes tienen algunas dificultades, entre ellas, la costumbre de ver el eje vertical y comparar las diferencias en las alturas de las barras cuando comparan la variación de dos histogramas, se propone la orientación para el profesor encaminada a superar dicha dificultad, debido a que en la Secuencia 2 se comparan dos distribuciones de datos a partir de histogramas.

Actividad 5

Esta es la última actividad de desarrollo. El **propósito** que se persigue con esta actividad es que el estudiante interprete un gráfico de barras y construya una distribución de frecuencias.

Los objetos estadísticos intervinientes que se ponen en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, proporción, porcentaje, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, gráfico de barras y probabilidad.

Los objetos estadísticos que se pretende emerjan son los siguientes: intervalos de clase, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa acumulada, frecuencia relativa porcentual, frecuencia relativa porcentual acumulada y distribución de frecuencias.

Las tareas que le asignan al estudiante son las siguientes:

- Analice e interprete un gráfico de barras
- Construya la distribución de frecuencias asociada al gráfico de barras

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: I, II, III, IV y V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Los cuestionamientos que se le presentan al estudiante para propiciar la reflexión, son los que siguen (los cuales se contestan a partir de la interpretación de Gráfica A3 de la Actividad 4):

1. Si la Secretaría de Salud tuviera poco presupuesto para invertir en las personas que fueron picadas por el mosquito transmisor del dengue, ¿a qué edad o edades cree que se le debería prestar más atención? Justifique su respuesta.
2. ¿En qué grupo de edad se presentan menos casos de FD? ¿Por qué cree que pase eso?
3. Por cada grupo de edad:
 - a) ¿En cuántas personas se confirmó que tuvieron FD?
 - b) Si suma las frecuencias absolutas (casos confirmados) de todos los grupos, ¿a qué información del problema corresponde?

En los incisos 1, 2 y 3 se espera que el estudiante vea las alturas correspondientes a las frecuencias absolutas, y al analizar el gráfico de barras pueda identificar donde se repite más o menos casos de personas confirmadas con FD según los intervalos asignados a la variable estadística edad. O en tal caso pueda seleccionar un rango de la variable estadística en el que se incluyan las frecuencias más altas.

Además, que al sumar la cantidad de casos confirmados de FD por intervalos pueda verbalizar que la suma de las frecuencias absolutas es igual a la cantidad de datos de la población y/o muestra. Y por último, que pueda ir construyendo la distribución de frecuencias asociada a la gráfica de barras que se le presenta, en lo que respecta a las frecuencias absolutas de la variable estadística que se está analizando.

Como ****orientación para el profesor**** se propone que si algún equipo realiza una tabla, pase al pizarrón y la compartan con sus compañeros.

4. En el grupo de edad [15,19] años:
- ¿Cuál es la proporción (frecuencia relativa) de casos de FD? ¿Cómo interpreta ese resultado?
 - ¿Cuál es el porcentaje de casos de FD? ¿Cómo interpreta ese resultado?
5. Conteste las siguientes preguntas:
- ¿Cómo será la **proporción (frecuencia relativa)** de casos de FD en los grupos de [35 ,44] años, respecto a la proporción de casos de FD en el grupo de [15, 19] años? Interprete sus resultados.
 - ¿Hay mucha diferencia en el **porcentaje** de casos de FD en los grupos de edad mencionados? Justifique su respuesta.
 - ¿Qué más podría decir atendiendo a la Gráfica A3?
6. Conteste las siguientes preguntas:
- ¿Cuál es la **proporción (frecuencia relativa)** de casos presentes en cada grupo de edad?
 - Si suma las frecuencias relativas de todos los grupos de edad, ¿cuál es el valor que se obtiene? ¿Cómo interpreta ese resultado?
 - ¿Cuál es el valor más pequeño y más grande que puede tomar la frecuencia relativa?
 - Si se selecciona a una persona al azar de las 21,201 que se confirmaron con FD, ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca al intervalo [10,14]?

En los incisos 4, 5 y 6 se pretende que el estudiante pueda hacer uso de la definición de frecuencia relativa y porcentaje. Asimismo que al observar la altura de las barras pueda detectar relaciones, es decir, que la frecuencia relativa es el doble, o la mitad, etc. en un intervalo de clase que en otro. Además, que pueda ir construyendo la distribución de frecuencias asociada al diagrama de barras que se le presenta, en lo que respecta a las frecuencias relativas de la variable estadística que se pide analizar. Y, por último, que a partir de la definición de frecuencia relativa y de la parte de la distribución de frecuencias correspondiente a ésta, pueda concluir que el menor valor que puede tomar la frecuencia relativa es cero, y el mayor 1. Otra de las intenciones que se tienen es que el estudiante pueda usar la frecuencia relativa como una probabilidad, para lo cual se necesita la intervención del profesor.

Como ****orientación para el profesor**** se puede dejar expresada la frecuencia relativa en fracción para que los estudiantes vean este tipo de frecuencia como la proporción de datos de cada categoría respecto al total de datos. O, se puede aplicar un criterio de redondeo (a cuatro decimales) como el siguiente: si el quinto dígito es menor que 5, el dígito anterior no se modifica; por ejemplo: si la frecuencia relativa es 0.49864 se redondea a 0.4986. En el caso que el quinto dígito sea mayor o igual a 5, el dígito anterior (el cuarto dígito) se incrementa una unidad; por ejemplo: si la frecuencia relativa es 0.13405 se redondea a 0.1341.

Otra ****orientación para el profesor**** consiste en preguntar a los estudiantes acerca valor más pequeño y más grande que puede tomar el porcentaje para que relacionen que para convertir la frecuencia relativa a porcentaje se debe multiplicar ésta por cien.

Y, por último, en caso de que el objeto matemático *probabilidad* no se encuentre dentro de los objetos intervinientes del estudiante, se requiere pedir a éste que busque la definición de probabilidad en algún libro o medio electrónico para que detecte que la frecuencia relativa es un tipo de probabilidad.

7. Conteste las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es el porcentaje de casos presentes en cada grupo de edad? Si se suman todos los porcentajes de casos por grupo de edad ¿Qué porcentaje se obtiene?
- b) La Secretaria de Salud cree conveniente invertir en los casos registrados de dengue por edades **a partir de la menor edad posible**, para ello separó los grupos de edad por porcentajes. Atendiendo al inciso a), determine **la edad (en el eje correspondiente)** hasta la cual se acumula (aproximadamente):
- 25% de los casos de FD
 - 50% de los casos de FD
 - 75% de los casos de FD

Marque en la Gráfica A3 éstos grupos con los respectivos porcentajes. Recuerde que en todos los casos se considera a partir de la menor edad posible.

En el inciso 7, se promueve que el estudiante a partir de las frecuencias relativas y/o porcentajes calculados por intervalos de clase, localice hasta que intervalo se acumula cierta cantidad de datos, y con ello ir completando la distribución de frecuencias, en lo que corresponde a la frecuencia relativa acumulada.

Como ****orientación para el profesor**** se propone cuestionar a los estudiantes sobre si se completan los porcentajes, es decir, si se acompleta el 25 % o se quedan antes de alcanzar dicho porcentaje.

Actividad de Cierre

Actividad 6

Esta actividad es de cierre. El **propósito** que se persigue con esta actividad es que el estudiante termine la construcción (para esta secuencia) de los objetos estadísticos que se promovía que emergieran en las actividades de desarrollo, con lo cual se podría llegar a enriquecer el significado personal y continuar con la institucionalización de los objetos estadísticos por parte del profesor.

Los objetos estadísticos intervinientes que se ponen en juego para la resolución de la actividad son: población, variable estadística, porcentaje, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, gráfico de líneas, distribución de frecuencias, intervalos de clase, amplitud, marca

de clase y límites de clase, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa acumulada, frecuencia relativa porcentual y frecuencia relativa porcentual acumulada.

Los objetos estadísticos intervinientes que se ponen en juego para la resolución de la actividad son: intervalos mutuamente excluyentes.

En este caso la estrategia didáctica que se plantea es: trabajo individual que motive la reflexión de los planteamientos propuestos, y de esta manera pasar a presentar sus resultados grupalmente. Queda a cargo del profesor la institucionalización de los objetos estadísticos emergentes, mediada por el consenso grupal.

Las tareas que se asignan al estudiante son las siguientes:

- Reflexione acerca de los componentes de una distribución de frecuencias
- Complete una distribución de frecuencias

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: I, II, III, IV y V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

A continuación se presenta la institucionalización de algunos objetos estadísticos, así como cuestionamientos que se proponen para ampliar, o en su caso construir algún significado que sea como el que se propone institucionalmente.

En la Secuencia Didáctica 1, en particular en la Actividad 1, se empezó a trabajar con algunos conceptos estadísticos como: variable estadística y sus tipos, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, mediana, rango, muestreo y sus tipos, muestra y población; conceptos importantes para iniciar el trabajo de la secuencia. Al resolver las actividades, haciendo uso de estos conceptos, se pusieron en juego otros conceptos estadísticos que forman parte de los aprendizajes esperados del Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*.

1. El conjunto de datos asociados a la variable estadística edad de la Actividad 4, ¿representa una muestra o a la población? Justifique su respuesta.

En el inciso 1 se pretende que el estudiante ponga en juego algunos objetos que se declaran como intervinientes para el bloque, donde a partir de un conjunto de datos y sus características, pueda decidir si este se corresponde con una muestra o la población.

En la Actividad 2 se da seguimiento a lo que se vió en el bloque anterior *Comprendes y describes la variabilidad estadística y sus aplicaciones*, en particular en lo que respecta al muestreo. Éste se realiza para acceder a una muestra que sea representativa de la población de estudio, con el objetivo de extraer conclusiones (a partir del análisis del conjunto de datos) que sean válidas para la población.

En la Actividad 3, se empezó a trabajar con la interpretación de la Tabla A1, donde se pretendió hacer visible la variabilidad inherente al conjunto de datos de los casos confirmados de FD, puesto que año con año varía la cantidad de casos. Una de las causas de la variabilidad es el azar (que está presente en casi todo lo que nos rodea) el cual está relacionado con diversos factores como el clima y la falta de higiene presentes en la incidencia de FD, y en Estadística el estudio de la variabilidad es fundamental para la toma de decisiones. Es por ello que resulta ser de gran interés predecir el comportamiento de un conjunto de datos o medidas, puesto que en la vida cotidiana nos encontramos con problemas que nos orillan a anticipar respuesta, tal como la creación de un determinado número de vacunas para atacar la epidemia de dengue o de otra enfermedad.

Además, se le proporcionó un gráfico el cual se le llama *gráfico de líneas*, el cual se usa para representar frecuencias de una variable cualitativa o valores numéricos de una serie de datos (no se usa para representar variables cuantitativas). En un gráfico de líneas se presentan puntos conectados por líneas para mostrar como cambia el valor de algo (a lo largo del tiempo o del valor de la variable).

La Actividad 4, inicia presentando un gráfico de barras (Gráfica A3) donde la variable estadística que se analizó es continua, pero se presentó de forma que no toma todos los valores posibles; por ejemplo, en el intervalo de clase [15,24] no se contemplan valores como 19.5 años, por lo que la variable está en forma discretizada. En esta actividad se trata de conectar algunas medidas de tendencia central como la mediana, con medidas de dispersión como el rango, para definir cuando hay o no hay variabilidad en un conjunto de datos (representado en un gráfico de barras y poder visualizarlas a partir de éste).

En la Actividad 5 se pretende que se desglose la información contenida en el gráfico de barras de la Gráfica A3 para poder construir lo que se conoce como la *distribución de frecuencias* asociada a un conjunto de datos. Para ello hay que establecer primeramente los grupos asociados a la variable estadística que se quiere analizar, a los cuales llamaremos *intervalos de clase*, por ejemplo [15,19], además, éstos deben ser *mutuamente excluyentes* para no presentar información repetida.

2. ¿Cuándo cree que es conveniente utilizar intervalos de clase? Argumente.
3. ¿Cuántos intervalos de clase se consideraron para la construcción de la Gráfica A3?

Cada intervalo de clase queda definido por su extremo inferior y su extremo superior, llamados *límites de clase*, los cuales dan como resultado la *amplitud* del intervalo de clase (los intervalos de clase pueden tener la misma o diferente amplitud).

4. ¿Cuáles son los límites de clase de cada uno de los intervalos de clase de la Gráfica A3?
5. ¿Cómo es la amplitud de los intervalos de clase en la Gráfica A3?

En el inciso 2 se espera que el estudiante a partir del análisis del conjunto de datos de la Actividad 4 éste le permita concluir que es conveniente usar intervalos de clases cuando los valores que toma la variable estadística son muchos y el tamaño de muestra es grande. Seguido en los incisos 3, 4 y 5 se pretende que el estudiante en primera instancia identifique algunos objetos estadísticos que le permitirán en su momento (Secuencia 2) construir intervalos de clase, para ello se espera que observe el eje horizontal de la Gráfica A3 y cuente los intervalos de clase. Después, a partir de los intervalos de clase identifique el extremo inferior y el extremo superior y calcule la distancia entre éstos para obtener la amplitud de cada intervalo.

Por último, en cada intervalo de clase es necesario tener un valor que represente al conjunto de datos, este valor que representa el punto medio del intervalo se llama *marca de clase*.

6. En la Actividad 4 inciso 3, ¿escogió como representante la marca de clase?, en caso de que no, ¿cree que es mejor la que escogió o la marca de clase? ¿por qué? Calcule la marca de clase del intervalo [15,19].

En el inciso 6 se pretende que el estudiante pueda decidir sobre la pertinencia de la marca de clase como representante del intervalo de clase. Se propone como ****orientación para el profesor**** pasar al pizarrón a los que pusieron cosas como la media o mediana y que la traten de calcular para que observen la dificultad.

Después se procede a completar cada parte de la distribución de frecuencias que consiste en *frecuencia absoluta*, *frecuencia relativa* (en ocasiones ésta se transforma en un valor porcentual), *frecuencia absoluta acumulada*, *frecuencia relativa acumulada*, *frecuencia relativa porcentual* y *frecuencia relativa porcentual acumulada*, los cuales permiten describir la variable estadística.

- Frecuencia absoluta: Para cualquier categoría (intervalo de clase) de datos, es el número de veces que valores de la variable estadística caen en esa categoría.
- Frecuencia relativa: Para cualquier categoría de datos, es la fracción de la frecuencia total que cae en esa categoría.

$$frecuencia\ relativa = \frac{frecuencia\ absoluta\ en\ la\ categoría}{número\ total\ de\ observaciones}$$

La frecuencia relativa se calcula para valorar la proporción de datos de cada categoría respecto al total de datos.

- Frecuencia acumulada: Para cualquier categoría, es la suma de las frecuencias (absolutas, relativas o sus respectivos porcentajes) de esa categoría y todas las categorías anteriores.

7. Complete la distribución de frecuencias con las respuestas (que correspondan) generadas en la Actividad 5:

Edad	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Acumulada	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada

8. ¿Cuántos casos de FD se confirmaron en 2015 en el intervalo de clase [55,59]?

9. La Secretaria de salud aprobó un presupuesto para atender a personas menores de 24 años, ¿Qué porcentaje de la población será atendida?

10. Si se requiere atender al 75 % (aproximadamente) de la población más joven, ¿hasta que edad se atendería?

11. ¿Cree que hasta el intervalo de clase [25,29] se acumule más de la mitad de los casos registrados de FD? Justifique su respuesta con los cálculos correspondientes.

12. La Secretaria de Salud cree conveniente invertir en los casos registrados de dengue por edades **a partir de la menor edad posible**, para ello separó los intervalos de clase por porcentajes. Determine **la edad** hasta la cual se acumula (aproximadamente):

- 25% de los casos de FD
- 50% de los casos de FD
- 75% de los casos de FD

13. ¿Le parece un buen recurso la distribución de frecuencias? ¿Por qué?

Watson (2006) citado por Arteaga (2011) menciona la importancia de relacionar distintos tipos de gráficos, o en este caso lenguajes matemáticos, como los que se mencionan en el Bloque II de la asignatura Probabilidad y Estadística. En esta secuencia se promueve la construcción de una distribución de frecuencias a partir de un gráfico de barras, lo que favorece la interpretación de la información contenida en este tipo de gráfico, puesto que la distribución de frecuencias permite ver otras características del conjunto de datos, como: hasta donde se acumula cierto porcentaje de datos.

Batanero (2001) menciona que para los estudiantes resulta complicado el objeto estadístico distribución de frecuencias pues se pierden los datos individuales y la transición al análisis

del conjunto de datos (en conjunto) suele ser complicado, además el trabajar con distintos tipos de frecuencias suele ser confuso; por tal motivo se comenzó a trabajar en la construcción de la distribución de frecuencias a partir de un gráfico de barras para que el estudiante comenzara a calcular algunos tipos de frecuencia relacionados con el contexto extra matemático que se planteó al comienzo de la secuencia y con ello darle sentido a estas componentes de la distribución de frecuencias.

Asimismo, se trabajó la interpretación de la distribución de frecuencias para ver si podía extraer información de la distribución de frecuencias, y apoyar en sobrepasar otra dificultad que menciona Batanero (2001), relacionada con que los estudiantes comprenden características de los individuos como la altura de una persona, pero les resulta difícil comprender la idea de la distribución de alturas de un grupo.

Por su parte, en la parte de institucionalización se le cuestionó acerca de los elementos que constituyen la construcción de intervalos de clase con los cuales en su momento (Secuencia 2) podrá crear dichos intervalos.

En los incisos 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13 se contempla que el estudiante termine la construcción de la distribución de frecuencias asociada a la Gráfica A3. La emergencia de dicho objeto estadístico se esperaba se llevara a cabo durante el transcurso de la Actividad 5, para lo cual se promovieron algunas prácticas como el cálculo de diferentes tipos de frecuencias. Además, se pretende que el estudiante interprete la distribución de frecuencias y pueda contestar algunas preguntas que dan información sobre la variable estadística, edad de las personas confirmadas con FD. Finalmente se espera que a partir del análisis de la distribución de frecuencias se justifique la importancia de la misma puesto que permite organizar la información de una manera más resumida y contestar preguntas como las que se plantean en los incisos 8, 9, 10, 11 y 12.

Secuencia Didáctica 2. ¿Qué tipo de agua recomendaría tomar?

La secuencia consta de cinco actividades, la primera es de apertura, las tres siguientes de desarrollo y la última de cierre y su objetivo general es que el estudiante construya e interprete histogramas, polígonos de frecuencias y ojivas para tomar una decisión a partir de una situación problema. Además de comparar dos o más muestras/poblaciones utilizando las representaciones mencionadas.

Estrategias didácticas: Las primeras cuatro actividades se trabajaran en equipos de máximo tres personas, donde el estudiante se relacione con personas que estén a su mismo nivel de aprendizaje. El trabajo realizado por cada equipo les permita presentar al grupo sus conclusiones y argumentar éstas. Es importante considerar que el inciso 1 de la Actividad 1 es para realizarse en casa, así como la lectura de la situación.

Finalizando con la institucionalización de los objetos estadísticos que se promueven en las actividades didácticas, la cual quedará a cargo del profesor, sin embargo, en principio se hará una reflexión individual en casa por parte de los estudiantes para que puedan participar en una discusión grupal junto al profesor. Al inicio de la Actividad 2 se presenta una institucionalización de los intervalos de clase con el fin de llevar a buen término la actividad.

Material: hojas de trabajo, lápiz, color rojo, calculadora, frascos y aparato para medir pH.

Tiempo: Se estima que el tiempo que se necesite para la resolución de la secuencia completa sea seis horas, algunas de ellas en el salón de clase y otras en actividad extra clase (dependiendo de las características del grupo será la distribución del tiempo). Se puede aprovechar la interdisciplinariedad estableciendo conexión con el profesor (a) de química para que realicen las mediciones del pH en el laboratorio con anticipación.

En todas las actividades didácticas de esta secuencia se utiliza el mismo contexto, el cual está planteado en la situación de la actividad de apertura.

A continuación se describen a detalle cada una de las actividades didácticas, tomando como referencia fragmentos de las hojas de trabajo, las cuales se encuentran señaladas en los recuadros.

Actividad de Apertura

Actividad 1

La Actividad 1 se considera una actividad de apertura, y el **propósito** que se persigue al trabajar con ella es que el estudiante proponga el uso de intervalos de clase como estrategia para el análisis de una variable estadística continua.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: muestra, variable estadística continua, variabilidad e intervalo de clase.

La actividad inicia solicitándole al estudiante que realice una breve lectura de la situación que se le plantea para que se familiarice con el contexto. Posteriormente se le pide que mida el pH de varios frascos con agua purificada y agua de la llave (agua potable) con el propósito de que el estudiante pueda seguir el protocolo de un estadístico (en lo referente a la recolección y organización de datos).

Las tareas que se le asignan al estudiante son:

- Recolecte los datos de las mediciones del pH de agua purificada y potable
- Organice varios conjuntos de datos en una tabla
- Describa los conjuntos de datos registrados en una tabla en términos de la variabilidad presente

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Se parte de una situación problema en el contexto de la salud, específicamente en el tema relacionado con el pH del agua.

La escasez de agua en el estado de Sonora es un tema que ha tomado auge en los últimos años. En principio se debe a que nuestro estado se encuentra en una zona desértica, particularmente Hermosillo es una ciudad en donde se carece de lluvias abundantes que aporten fluido para recargar la cuenca hídrica de la que proviene el agua con que se surte a la ciudad, aunado a que el crecimiento acelerado de la población repercute en dicha escasez. Como medida para garantizar el abastecimiento de agua, Agua de Hermosillo (AGUAH), implementó un programa que consistía en suministrar agua en los diversos sectores de Hermosillo a ciertas horas, denominado Tandeo. En 1998, 1999 y 2005 se implementó dicho programa, y para enero de 2010 se inició un programa de “racionalización” el cual consistía en suministrar el líquido vital ocho horas al día; el cual continuó en 2011 y 2012, para dar término en la primavera de 2013.

La conclusión de la racionalización del agua en buena medida se debió a la construcción del Acueducto “Independencia”, con el cual se extrae agua superficial de la presa Plutarco Elías Calles (presa “El Novillo”) para ser transvasada a Hermosillo, obra que entró en operación en el verano de 2013.

A continuación se presenta un mapa de las fuentes principales de abastecimiento de agua potable en diferentes sectores de la ciudad de Hermosillo:

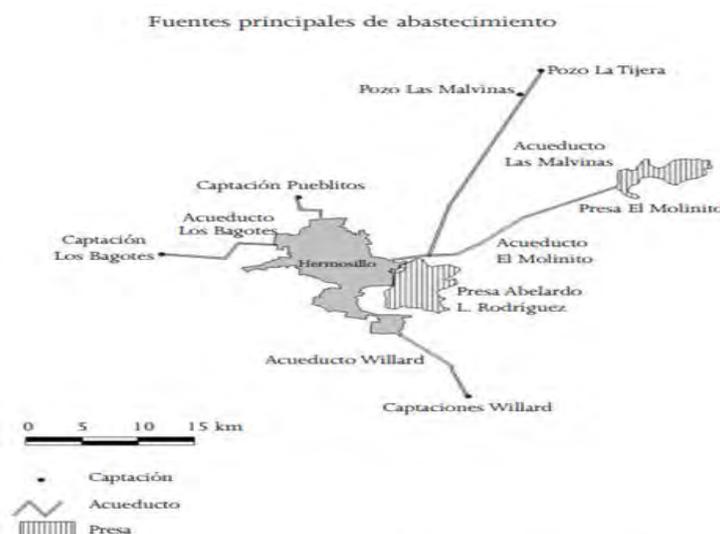
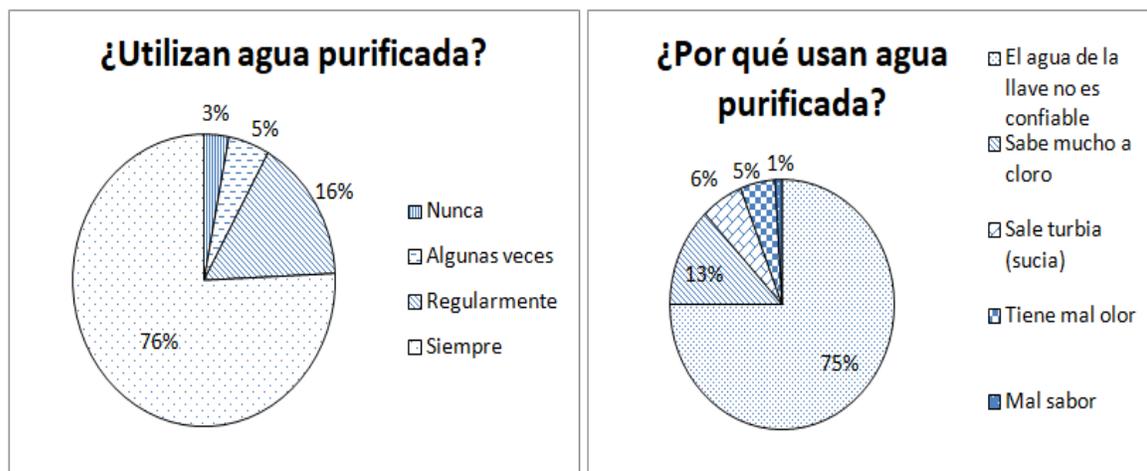


Imagen B1. Fuentes principales de abastecimiento de agua en Hermosillo. (Salazar y Pineda, 2010).

Antes del llamado “tandeo” era poco común que en las casas se utilizaran botes, tinacos, etc. para poder almacenar agua que permita subsistir a las horas en las que se suspendía el servicio; además, se optó por el consumo de agua purificada (en garrafón o embotellada) para satisfacer el consumo de agua para beber.

Un estudio realizado por Ojeda, Quintana y García en 2015, titulado “*Un estudio del consumo de agua residencial urbana: el caso de Hermosillo, Sonora*” nos da evidencia de que los habitantes de Hermosillo usan frecuentemente agua purificada (Gráfica B1). Además, se dan algunas razones por las cuales se usa este tipo de agua (Gráfica B2).



Gráfica B1. Porcentaje de personas que utilizan agua purificada.

Gráfica B2. Porcentaje de personas según el porqué del uso del agua purificada.

Esto lleva a preguntarnos qué tan saludable es el agua que consumimos, es decir, la calidad del agua. Para ello existen ciertas mediciones que llevan a determinar dicha calidad, estas son: pH, temperatura, conducción específica, turbidez, oxígeno disuelto, dureza y sedimento en suspensión. Por ejemplo, Agua de Hermosillo realiza algunos análisis para determinar la calidad del agua a su entrada a las plantas potabilizadoras, los cuales son: turbiedad, olor, alcalinidad, pH, fisicoquímicos y bacteriológicos; para el agua de salida se realizan prácticamente las mismas pruebas, además de la determinación de cloro residual.

Una de las mediciones que se realizan al agua para determinar la calidad de ésta es el pH (Potencial de Hidrógeno) que es un indicador de la acidez o basicidad de una sustancia; en el caso del agua resulta ser una de las propiedades más importantes.

Una sustancia tiene un pH neutro cuando el valor de éste es 7, por ejemplo el agua; si se tienen valores menores de 7 el pH resulta ser ácido, por ejemplo el pH dentro de las células humanas (6.8); en cambio, si los valores del pH son mayores de 7 se dice que es básico, por ejemplo el pH de la sangre (7.4).

El pH es un factor logarítmico; cuando una solución se vuelve diez veces más ácida, el pH disminuirá en una unidad. Cuando una solución se vuelve cien veces más ácida, el pH disminuirá en dos unidades.

Según la Modificación a la Norma Oficial Mexicana NOM-127-SSA1-1994, "Salud Ambiental, agua para uso y consumo humano – límites permisibles de calidad y tratamientos a que debe someterse el agua para su potabilización" los límites permisibles de pH para el agua pura están en el rango de 6.5 a 8.5. Lo anterior nos garantiza que el agua puede ser ingerida sin causarnos deterioro o daño a la salud.

Los cuestionamientos e instrucciones que se le proporcionan al estudiante para que reflexione son los siguientes:

1. En su casa, busque dos frascos pequeños (vidrio o plástico), por ejemplo de gerber; llene uno con agua de la llave (agua potable) y el otro con el agua purificada (de garrafón) que utilicen para beber, el agua debe estar a temperatura ambiente, no olvide etiquetar cada frasco. Los frascos deben ser cuidadosamente lavados con agua hirviendo y secados; además, en el caso del agua de la llave deje correr 5 segundos el agua antes de recolectarla en el frasco y evite que sea la primer agua de la mañana, o en tal caso deje correr el agua unos segundos antes de recolectarla. Las especificaciones anteriores son útiles para evitar mediciones erróneas del pH del líquido.
2. En el laboratorio de química consigan un aparato que mida el pH, y ejecuten las instrucciones que les proporcione su profesor.
3. A continuación registren los datos del pH, agua de la llave y agua purificada, en las siguientes tablas: (siga las instrucciones del profesor para el llenado de la tabla)

pH agua de la llave	pH agua purificada

En los incisos 1,2 y 3 se pretende que el estudiante realice mediciones del pH de varios frascos con agua de la llave y agua purificada, para después organizar los datos obtenidos en una tabla, con lo que se estaría promoviendo que el estudiante realizara el trabajo de un estadístico (en esta parte solo en lo referente a la recolección y organización de datos).

Como ****orientación para el profesor**** comprar o conseguir un aparato para medir pH con precisión de dos dígitos decimales; seguir el instructivo para el uso correcto del aparato para medir y calibrar con anticipación el aparato para medir el pH. Además, que colabore con los estudiantes en las mediciones proporcionando las instrucciones para usar el aparato las cuales dependen de la marca de éste, y se pueden encontrar en el empaque.

En caso de no conseguir aparato para medir el pH, o que los tiempos no se ajusten, se pueden utilizar los siguientes datos reales que se tomaron en Hermosillo.

Datos sin ordenar

pHAguaLlave	pHAguaPurificada
7.69	7.37
7.88	7.09
7.69	7.00
7.76	6.84
7.48	6.70
7.65	7.22
7.49	7.00
7.62	6.76
7.67	6.94
7.52	6.36
7.36	7.20
7.64	6.70
7.43	6.65
7.50	7.00
7.64	6.50
7.50	7.02
7.46	6.78
7.49	6.57
7.60	6.28
7.69	7.30
7.41	7.50

También se sugiere pasar los datos en Excel (sin ordenar) para que todos los estudiantes tengan los mismos datos.

4. A partir de la información presente en la tabla del inciso anterior, ¿hay más variabilidad en el pH del agua de la llave ó en el pH del agua purificada? Justifique su respuesta.
5. ¿Cuántos datos del pH (para cada variable estadística) son diferentes?
6. Proponga una estrategia que le permita analizar cada conjunto de datos de forma más sencilla.

En los incisos 4, 5 y 6 se espera que el estudiante al observar el objeto matemático tabla, con los valores del pH del agua de la llave y del pH del agua purificada, se le dificulte emitir una interpretación acerca de la variabilidad. Por ello el tomar en cuenta que existen muy pocos valores que se repiten del pH de cada tipo de agua, además de que se trabajan con una cantidad razonable de datos, lo lleve a proponer como estrategia el uso de intervalos de clase para analizar cada variable estadística de manera que se pueda dar una mejor interpretación del comportamiento de cada variable.

Como ****orientación para el profesor**** se propone primero trabajar con los datos sin ordenar para que se les dificulte contestar el inciso 4 al ser muchos datos, y vean la necesidad de usar intervalos de clase.

Después, se requiere que se discuta la importancia de ordenar los datos. En caso de que no mencionen el realizar intervalos de clase, se puede hacer una encuesta por ejemplo, ¿Qué cantidad de focos tiene en su casa? y hacer un gráfico de barras para ver la importancia de los intervalos de clase.

La idea de variabilidad que se espera que tengan los estudiantes hasta este momento es respecto a los datos más juntos o más separados, podría ser respecto a un valor como la mediana, tal como se promovió en la Secuencia Didáctica 1. Para que se vea la dificultad de responder a este inciso sin hacer previamente un análisis estadístico utilizando los intervalos de clase.

Actividad de Desarrollo

Actividad 2

La Actividad 2 se considera una actividad de desarrollo, y el **propósito** de esta actividad es que el estudiante construya e interprete dos histogramas.

El interés se centra en promover la interpretación de los histogramas, sin embargo, la construcción de éstos es necesaria para establecer contacto con el objeto estadístico, por lo que dicha construcción será guiada, lo cual no se contrapone con los propósitos estipulados.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, variabilidad, diferencia significativa, rango, porcentaje, distribución de frecuencias, intervalo de clase, intervalos mutuamente excluyentes, amplitud, marca de clase y límites de clase.

Los objetos estadísticos que se pretende emerjan son los siguientes: histograma.

Las tareas que se le asignan al estudiante son:

- Construya intervalos de clase para dos conjuntos de datos
- Construya distribuciones de frecuencias para dos conjuntos de datos
- Construya histogramas para dos conjuntos de datos
- Interprete histogramas para dos conjuntos de datos
- Compare la distribución de dos conjuntos de datos a partir de histogramas (variabilidad, diferencia significativa, etc)

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: I, II, III y V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Los cuestionamientos que se le presentan al estudiante para propiciar la reflexión, se presentan a continuación:

Hay variables que por su naturaleza es difícil analizar con técnicas directas, que resultan ser sencillas. En el caso de variables discretas que tomen muchos valores diferentes o en el de las llamadas variables continuas, una estrategia para facilitar su manejo consiste en el agrupamiento de datos por intervalos de clase, para lo cual existen diversos autores que plantean métodos que son eficaces para determinar éstos. Un método conocido en la literatura estadística es la regla de Sturges la cual es fácil de aplicar y útil para agrupar datos.

1. Realice las siguientes **instrucciones** para construir los intervalos de clase **para cada tipo de agua**:

- a) Para determinar la cantidad de intervalos de clase para los datos del pH de ambos tipos de agua, una guía utilizada es la regla de Sturges:

$$c = 1 + 3.322 \log N$$

donde N es la cantidad de datos, lo que no siempre da como resultado un número entero, por lo que se recomienda redondear un entero cercano a la cantidad c . A continuación **determine** c para ambos tipos de agua:

- b) Para poder establecer los intervalos de clase se procede a encontrar el dato mayor y el dato menor del conjunto de datos, para posteriormente **calcular el rango**.
- c) Se procede a **calcular la amplitud (considerando tres dígitos de precisión)** de los intervalos de clase, para lo cual es necesario dividir el rango entre la cantidad de intervalos de clase (redondee la amplitud del intervalo tomando como base el último dígito y se le suma uno). Por ejemplo: si la amplitud del intervalo es 0.254, se redondea a 0.255.
- d) Ahora si puede **construir el intervalo de clase**. Recuerde que el dato menor, vendrá a ser el límite inferior del primer intervalo de clase, y al sumarle la amplitud de clase se va a definir el límite superior.
- e) Como se había mencionado en la Secuencia Didáctica 1, para no presentar información repetida es necesario considerar los intervalos mutuamente excluyentes, por lo que puede tomar intervalos del siguiente tipo (,) excepto el primero que será [,] para garantizar que todos los datos sean incluidos en el agrupamiento. Por ejemplo si se tienen 4 intervalos de clase serían de la siguiente forma:
- Primer intervalo de clase [0.432, 0.442]
 - Segundo intervalo de clase (0.442,0.452]
 - Tercer intervalo de clase (.0452, 0.462]
 - Cuarto intervalo de clase (0.462,0.472]

En este caso 0.442 pertenece al primer intervalo de clase ya que el intervalo está cerrado, sin embargo, este mismo valor no pertenece al segundo intervalo de clase puesto que el intervalo está abierto por el extremo izquierdo.

En el inciso 1 se espera que el estudiante siga las instrucciones que se le proporciona para construir intervalos de clase. Como ****orientación para el profesor**** se le plantea que este inciso se realice grupalmente para evitar que cada equipo construya diferentes intervalos de clase. Mencionar a los estudiantes la ventaja de redondear hacia arriba, para no dejar ningún valor de los grandes fuera del último intervalo.

Además, se propone usar criterio de redondeo a un valor entero para el valor c si el primer dígito (decimal) es menor que 5, el dígito anterior (el entero) no se modifica; por ejemplo: si c es 6.494 se redondea a 6. En el caso que el primer dígito (decimal) sea mayor o igual a 5, el dígito anterior (el entero) se incrementa una unidad; por ejemplo: si c es 6.505 se redondea a 7.

Para que no se discretice la variable, preguntar a los estudiantes sobre el tipo de variable y si se corresponde con como se consideran los intervalos de clase.

2. A continuación complete la distribución de frecuencias para cada variable estadística:

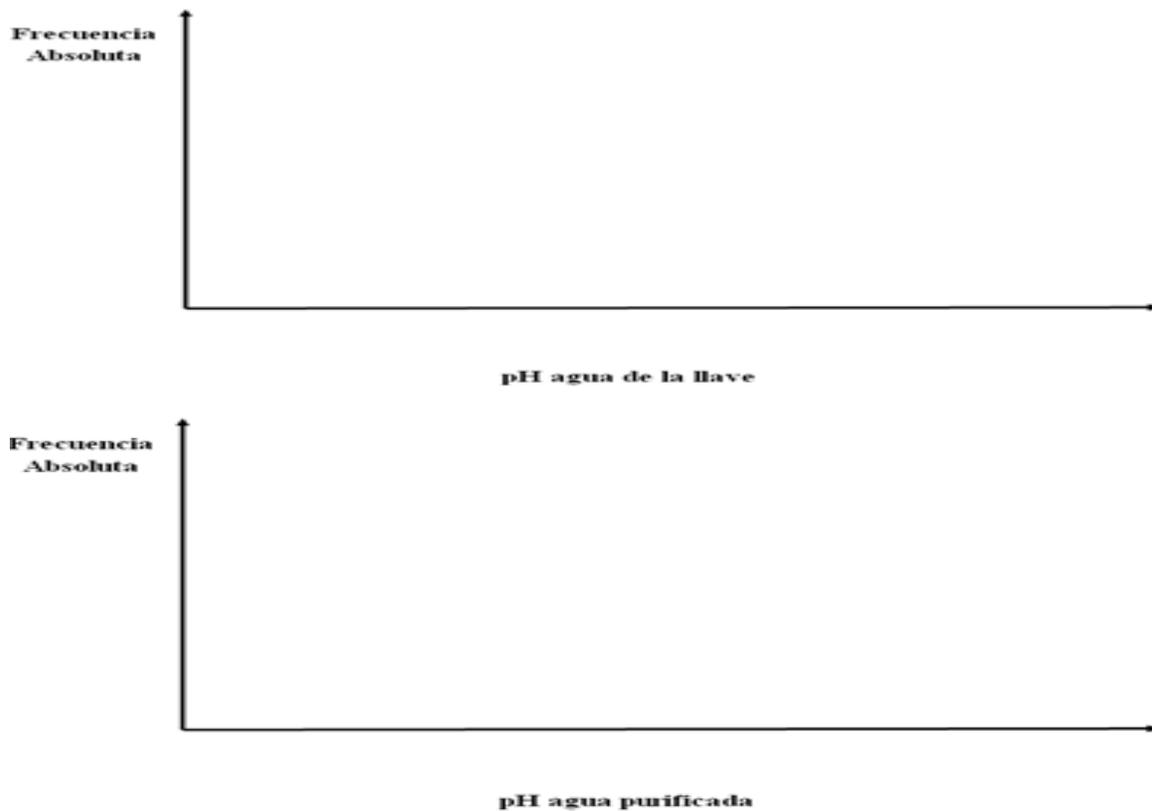
pH agua de la llave	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada

El inciso 2 tiene como finalidad que el estudiante ponga en juego el objeto interviniente distribución de frecuencias, para completar las que se le presentan.

Como ****orientación para el profesor**** se propone redondear marca de clase a un dígito decimal, si el segundo dígito decimal es menor que 5, el primer dígito se mantiene. Si el segundo dígito es mayor o igual que 5, el primer dígito decimal aumenta en una unidad. Por ejemplo: 4.654 se redondea a 4.7, ó 4.64195 se redondea a 4.64.

3. Para cada variable estadística (pH agua de la llave y pH agua purificada) elabore un gráfico. Para ello primero dibuje rectángulos cuya base sea la longitud de cada intervalo de clase y la altura el valor de la frecuencia absoluta correspondiente. Recuerde poner las escalas correspondientes en cada uno de los ejes.



El inciso 3 tiene como finalidad que el estudiante, a partir de la construcción de histogramas, emerja el objeto estadístico histograma.

4. Según lo que nos dice la norma NOM-127-SSA1-1994 de los límites permisibles de pH para el agua pura que están en el rango de 6.5 a 8.5, en su opinión, ¿el agua de la llave y el agua purificada cumplen dicho límite del pH? ¿Por qué?

El inciso 4 tiene la finalidad de que el estudiante, a partir de la interpretación, de preferencia del objeto estadístico histograma, o algún otro recurso estadístico con los que cuenta (distribución de frecuencias y la tabla) pueda detectar si hay datos que están por fuera de los límites permisibles.

5. ¿Qué tan dispersos se encuentran los datos del pH del agua purificada y del agua de la llave? Justifique su respuesta.
6. ¿Se presenta más variabilidad en la variable estadística pH del agua de la llave o pH del agua purificada? Justifique su respuesta.

En los incisos 5 y 6 se espera que a partir de las prácticas realizadas por el estudiante en la Secuencia 1, en torno al objeto estadístico interviniente variabilidad, pueda comparar dos conjuntos de datos a partir de histogramas. Un tipo de práctica puede ser observar los datos más juntos o más separados.

Según lo que menciona Campbell (1974), citado por Batanero et al., (1994), “un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones” (p.6), en particular el inciso 6 tiene la finalidad que el estudiante tome en cuenta la dispersión de los conjuntos de datos y pueda emitir comparaciones respecto al comportamiento de los mismos, en las que se destaque el carácter azaroso de la estadística.

7. ¿Se intersecan los rangos de los dos tipos de agua? Si la respuesta es afirmativa, señale entre que valores de la variable sucede.

En el inciso 7 se espera que el estudiante observe el eje de las abscisas, en ambos histogramas, y esto le permita identificar los rangos en ambas muestras de datos, para posteriormente localizar el rango en el cual se tienen valores similares. Para ser más preciso, se puede dirigir a las observaciones individuales. Como ****orientación para el profesor**** se propone dirigir la atención del estudiante en los intervalos de clase.

8. ¿Qué puede concluir al comparar el pH del agua de llave y el pH del agua purificada?
9. A la luz de los datos, ¿hay diferencia notable o significativa en el comportamiento de los datos del pH del agua de la llave y el agua purificada? ¿Por qué? ¿A qué cree que se deba esto?

En los incisos 8 y 9 se espera que el estudiante pueda generar otro tipo de prácticas alrededor de la interpretación de los histogramas para cada tipo de agua, y con ello a partir de los valores que toma la variable en ambas muestras determinar, quizás con base en el rango (en primera instancia), si existe diferencia significativa en la distribución de los datos.

Como ****orientación para el profesor**** se plantea cuestionar a los estudiantes sobre si se analizan una o dos variables estadísticas. En este caso se comparan dos muestras de datos de una variable estadística.

Lee y Meletiou (2003) mencionan que existe tendencia a pensar de forma determinista cuando se interpreta una distribución en contexto de la realidad, sin tomar en cuenta que se trata con fenómenos aleatorios donde para diferentes muestras de la población pueden variar los resultados. A lo largo de esta actividad se promueve que los estudiantes identifiquen características que presentan situaciones aleatorias, en particular en lo que respecta al tipo de comportamiento que pueden tener los datos de diferentes muestras de la misma población, por ejemplo, histogramas correspondientes a muestras diferentes pudieran tener diferente forma.

Watson (2006) citado por Arteaga (2011) menciona la importancia de relacionar distintos tipos de gráficos, o en este caso diferentes tipos de lenguajes matemáticos, como los que se mencionan en el Bloque II de la asignatura Probabilidad y Estadística. En particular se promueve la construcción de histogramas a partir de las respectivas distribuciones de frecuencias, lo cual favorece la interpretación de la información contenida en las distribuciones de frecuencias, puesto que los histogramas permiten ver otras características del conjunto de datos como: la dispersión y el comportamiento.

Actividad 3

La Actividad 3 al igual que la Actividad 2 se considera una actividad de desarrollo, y el **propósito** de esta actividad es que el estudiante construya e interprete dos polígonos de frecuencias.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, variabilidad, frecuencia absoluta, diferencia significativa y marca de clase.

Los objetos estadísticos que se pretende emerjan son los siguientes: polígono de frecuencias.

Las tareas que se le asignan al estudiante son:

- Construya polígonos de frecuencias a partir de histogramas para dos conjuntos de datos
- Compare la distribución de dos conjuntos de datos a partir de polígonos de frecuencias (variabilidad, diferencia significativa, etc).

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Los cuestionamientos que se le presentan al estudiante para propiciar la reflexión, son los que siguen:

1. A partir de las gráficas de la Actividad 2 inciso 3, localice la marca de clase de cada intervalo de clase y trace un punto que se encuentre a la altura del valor de la correspondiente frecuencia absoluta de cada intervalo de clase (Los puntos quedaran sobre cada uno de los rectángulos realizados anteriormente). Enseguida trace segmentos de recta (color rojo) para unir los puntos. El punto de inicio se toma considerando un intervalo de clase anterior al primer intervalo donde la frecuencia absoluta es cero, y el punto final se toma considerando un intervalo de clase posterior al último intervalo donde la frecuencia absoluta también es cero.

El inciso 1 tiene la finalidad que el estudiante a partir de una instrucción construya un significado del polígono de frecuencias, para su posterior interpretación.

2. Haciendo un análisis de los gráficos creados en el inciso anterior, ¿se mantiene el comportamiento del pH agua de la llave respecto al pH del agua purificada? ¿Cómo lo nota?

El inciso 2 tiene la finalidad que el estudiante interprete el objeto estadístico polígono de frecuencias y a partir de la forma y variabilidad de los respectivos polígonos de frecuencias pueda determinar si los segmentos de recta tienen un comportamiento parecido.

Actividad 4

La Actividad 4 es la última actividad de desarrollo, y el **propósito** de esta actividad es que el estudiante construya e interprete dos ojivas.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, variabilidad, rango, porcentaje, frecuencia relativa porcentual acumulada, intervalos de clase y límites de clase

Los objetos estadísticos que se pretende emerjan son los siguientes: ojiva.

Las tareas que se le asignan al estudiante son:

- Construya ojivas para dos conjuntos de datos
- Interprete ojivas para dos conjuntos de datos
- Compare la distribución de dos conjuntos de datos a partir de ojivas

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Los cuestionamientos que se le presentan al estudiante para propiciar la reflexión, son los que siguen:

1. A partir de la frecuencia relativa porcentual acumulada que se encuentra en la distribución de frecuencias de la Actividad 2, construya un gráfico para el pH de cada tipo de agua.

- Primero ponga la escala del eje horizontal con los intervalos de clase como en el inciso 3 de la Actividad 2.
- Después, dibuje puntos de la siguiente manera: a cada límite superior le corresponde la frecuencia relativa porcentual acumulada de cada intervalo de clase, iniciando con el límite inferior del primer intervalo asignándole una frecuencia relativa porcentual acumulada igual a cero.
- Posteriormente se trazan segmentos de recta para unir los puntos.



El inciso 1 tiene como finalidad que el estudiante, a partir de algunas instrucciones construya un significado de ojiva.

2. ¿En qué intervalo, [6.5-7) ó (7-8.5], es más probable que se cumplan los límites permisibles para el agua? Justifique su respuesta.
3. Aproximadamente, ¿qué porcentaje de datos del pH de agua de la llave y de pH de agua purificada andan por debajo del valor 7 de pH?
4. Aproximadamente (para cada tipo de agua):
 - a) ¿qué porcentaje de datos están por de debajo o igual que 6.5 del pH?
 - b) ¿qué porcentaje de datos están por arriba de 8.5 del pH?
 - c) ¿qué porcentaje de datos están entre 6.5 y 8.5?
5. Tomando en cuenta los valores permisibles del pH, ¿cree que estos valores tienden más a un pH ácido o básico? Concluya para cada tipo de agua.
6. ¿En cuál tipo de agua es más posible se cumpla con los límites permisibles? Justifique su respuesta.
7. En términos de los resultados obtenidos de las muestras de pH, ¿qué tipo de agua recomendaría tomar? ¿Por qué?

En los incisos 2, 3, 4, 5, 6 y 7 se presente que el estudiante ponga en juego prácticas alrededor del objeto estadístico ojiva, que le permita extraer información como hasta que valor de la variable estadística se acumula cierto porcentaje de datos. La interpretación de las ojivas dará pauta para que se pueda tomar una decisión respecto al tipo de agua que recomendaría tomar. En el inciso 7 se espera que el estudiante use su pensamiento estadístico (Wild & Pfannkuch, 1999) para tomar una decisión, esto es en términos del ciclo PPDAC (Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones) el cual refleja la forma de abordar un problema por un estadístico. La toma de decisiones con sustento es uno de los fines de la Estadística.

Como ****orientación para el profesor**** se propone que antes de que empiecen a contestar los incisos mencionados, se repase en el pizarrón información sobre el pH y los límites permisibles.

Los resultados que arroja la medición del pH en ambos tipos de agua solo sirven para determinar la calidad del agua según dicho aspecto. Un estudio completo acerca de la calidad del agua se basa en varias mediciones como las que se mencionaron al inicio de Secuencia 2, por ejemplo, la *dureza* la cual se refiere a la concentración de compuestos minerales que hay en una determinada cantidad de agua, en particular sales de magnesio y calcio.

Para ser coherentes con lo que sucede en la vida cotidiana y agregar valor a la idoneidad ecológica, se menciona a los estudiantes la validez del análisis de los conjunto de datos.

Actividad de Cierre

Actividad 5

Esta actividad es de cierre. El propósito que se persigue con esta actividad es que el estudiante termine la construcción (para esta secuencia) de los objetos estadísticos que se promovía que emergieran en las actividades de desarrollo, con lo cual se podría llegar a enriquecer el significado personal y continuar con la institucionalización de los objetos estadísticos por parte del profesor.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: intervalos de clase, histograma, frecuencia absoluta, variable estadística, polígono de frecuencias, ojiva y frecuencia relativa porcentual acumulada.

Los objetos estadísticos que se pretende emerjan son los siguientes: distribución, sesgo y percentil.

En este caso la estrategia didáctica que se plantea es: trabajo individual que motive la reflexión de los planteamientos propuestos, y de esta manera pasar a presentar sus resultados grupalmente. Queda a cargo del profesor la institucionalización de los objetos estadísticos emergentes, mediada por el consenso grupal.

Las tareas que se le asignan al estudiante son:

- Reflexione acerca de los componentes de un histograma
- Reflexione acerca de los tipos de distribuciones (sesgo) y sus características
- Reflexione acerca de la utilidad del polígono de frecuencias
- Interprete una ojiva
- Reflexione acerca de la utilidad de los percentiles y su relación con la frecuencia relativa porcentual acumulada
- Calcule los percentiles de un conjunto de datos

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

A continuación se presenta la institucionalización de algunos objetos estadísticos, así como cuestionamientos que se proponen para ampliar, o en su caso construir algún significado que sea como el que se propone institucionalmente.

En la Secuencia Didáctica 2, en particular en la Actividad 1, se promueve el uso de alguna estrategia para analizar variables continuas, que es trabajar los datos por intervalos de clase, para lo cual la regla de Sturges suele ser una guía de gran utilidad.

1. ¿Por qué cree que es útil agrupar los datos cuando la variable es continua?
2. ¿Qué cree que hubiera pasado si en vez de tomar la cantidad de intervalos de clase que tomó, hubiera tomado más? ¿Y menos? Justifique su respuesta.

En la Actividad 2 se construyó un gráfico muy utilizado en estadística para el análisis de una variable continua, el *histograma*; aunque también suelen utilizarse para variables discretas cuando éstas toman muchos valores. Éste es un gráfico con barras que representan las frecuencias con que aparecen las observaciones agrupadas en ciertos intervalos.

3. ¿Qué desventaja encuentra al usar un histograma? Justifique su respuesta.
4. ¿Cuál cree que sea la importancia de usar una regla como la de Sturges para determinar la cantidad de intervalos de clase?

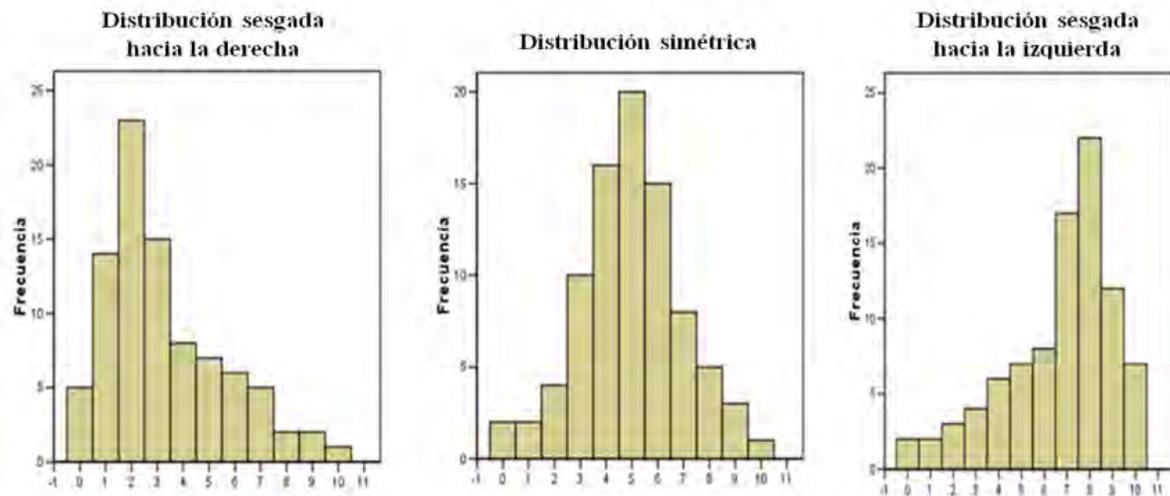
Los histogramas permiten extraer información relevante como: tendencias, variabilidad, forma de la distribución, entre otros.

5. ¿Qué otra información pudo obtener a partir del histograma?

En los incisos 1, 2, 3, 4 y 5 se espera que el estudiante ponga en juego su sistema de prácticas alrededor de los objetos estadísticos intervalo de clases e histograma y pueda verbalizar que es útil agrupar los datos cuando se tienen muchas observaciones diferentes, así como que un histograma con pocos intervalos de clase agrupa demasiadas observaciones y uno con muchos deja muy pocas. Esto lleva a pérdida de información.

Respecto a la forma de la distribución, la distribución *simétrica* hace referencia al grado en que valores de la variable, equidistantes a un valor que se considere centro de la distribución, poseen frecuencias similares. También existen las distribuciones que no son simétricas (sesgada a la izquierda y sesgada a la derecha).

6. Localice el punto medio del rango en cada uno de los siguientes histogramas y trace una vertical (de cualquier altura).



7. Considerando los histogramas conteste lo siguiente:

- Una distribución es simétrica si su mitad izquierda es _____ a su mitad derecha.
- Una distribución es sesgada a la izquierda si sus valores están más dispersos en el lado _____.
- Una distribución es sesgada a la derecha si sus valores están más dispersos en el lado _____.

8. ¿Qué tipo de distribución tienen los datos del pH del agua de la llave? ¿Y los datos del agua purificada? Justifique sus respuestas.

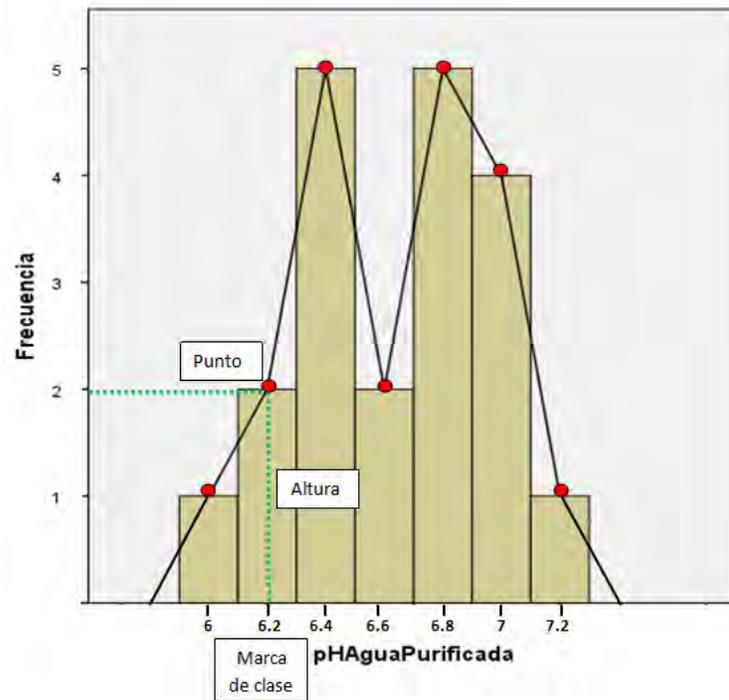
En los incisos 6, 7 y 8 se espera que emerja en los estudiantes el objeto estadístico distribución y tipos de sesgo para lo cual será necesario conectar el lenguaje natural de la instrucción con el lenguaje gráfico de los diferentes tipos de distribuciones.

Como ****orientación para el profesor**** se propone cuestionar la definición que tienen acerca de lo que es una *distribución*, hacer una analogía con el significado que tienen sobre *distribución de frecuencias*.

Además, se propone al profesor que cuestione a los estudiantes acerca de cual de los tres tipos de distribuciones presentadas le gustaría pertenecer y el porqué de su elección. Si el contexto que se le plantea es relacionado ganancias de empleados de tres diferentes empresas, se procede a trazar las gráficas del inciso 6 en el pizarrón y rotularlas con empresa A, empresa B y empresa C, y en el eje de las abscisas poner ganancias que van de los 3,000 a los 8,500 pesos en las tres empresas.

En la Actividad 3 se construyó un gráfico, el cual se llama *polígono de frecuencias*, a partir de un histograma. En el polígono de frecuencias la altura del punto en el que confluyen dos segmentos de recta, corresponde a la frecuencia de un valor que toma la variable estadística (para variables discretas).

En el caso de tener una variable agrupada por intervalos de clase, la altura del punto en el que confluyen los dos segmentos de recta queda determinada por la marca de clase y la frecuencia del intervalo de clase (Gráfica B3), sólo en caso de tener intervalos con igual amplitud; en otro caso, se considera la frecuencia del intervalo dividida por la amplitud de la base.



9. ¿Qué información relevante del conjunto de datos puede extraer a partir del polígono de frecuencias?

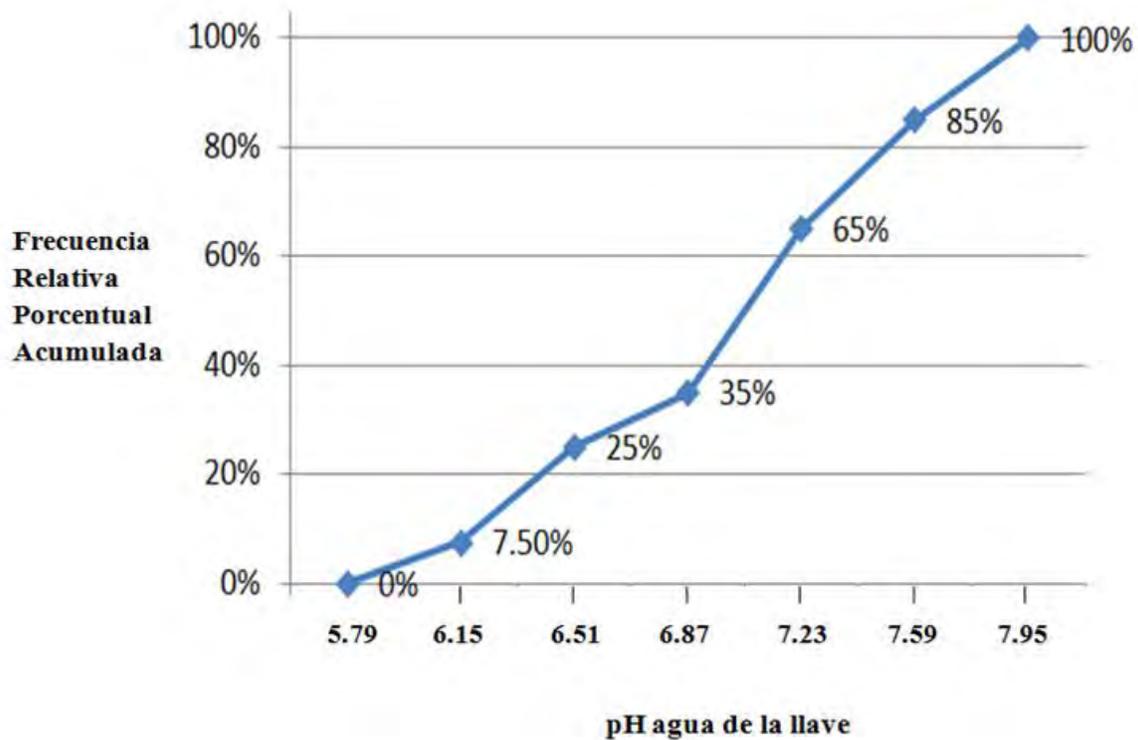
El inciso 9 tiene la finalidad de que el estudiante ponga en juego las prácticas que realizó a partir del objeto estadístico polígono de frecuencias y pueda verbalizar que a partir de éste se puede extraer información como el comportamiento de la variable estadística.

En la Actividad 4 se contruyó un gráfico llamado *ojiva* o *polígono de frecuencias acumuladas*, el cual se puede formar a partir de cualquier tipo de frecuencia acumulada: absolutas, relativas, o los respectivos porcentuales. Este tipo de gráfico resulta ser de utilidad para estimar el número o el porcentaje de observaciones menores o iguales que un determinado valor de la variable estadística.

10. En una ojiva:

- El punto de inicio equivale al ____% de los datos.
- El punto final equivale al ____% de los datos.

Justifique sus respuestas.



11. A partir de la ojiva anterior, conteste lo siguiente:

- ¿Qué porcentaje de casos tiene un pH menor o igual que 6.51?
- ¿Qué porcentaje de casos tiene un pH mayor que 6.51?
- ¿Hasta que valor (aproximadamente) de la variable estadística se acumula el:
 - 25 % de los casos
 - 50 % de los casos
 - 75 % de los casos
 - 100 % de los casos

En los incisos 10 y 11 a), b) y c) se pretende que el estudiante ponga en juego su significado personal de ojiva, y pueda interpretar ésta.

El dividir el conjunto de datos (ordenados) en cuatro partes con igual porcentaje de datos lleva a lo que en estadística se conoce como *cuartiles*; llamandole primer cuartil al valor de la variable que acumula el 25 % de los datos, segundo cuartil al valor de la variable que acumula el 50 % de los datos, y así sucesivamente hasta el cuarto cuartil. Asimismo, existen los *quintiles*, los cuales dividen a un conjunto de datos (ordenados) en 5 partes iguales, etc. Hasta llegar a dividir al conjunto de datos (ordenados) en 100 partes iguales a lo que se conoce como *percentiles*; el percentil 25 (o primer cuartil) es un valor de la variable que nos señala hasta donde se acumula el 25% de datos. Esto se denota $P_{25} = 6.51$ es decir, el 25% de las muestras de agua de la llave a las que se le midió el pH tienen valores del pH menores o iguales que 6.51.

- d) ¿Qué valor de la variable tiene el percentil 85? ¿Cómo se interpreta lo anterior?
e) ¿A partir de que tipo de frecuencia se determinan los percentiles?

Si se quiere conocer el valor de la variable asociado al primer cuartil, segundo cuartil y tercer cuartil, una forma de hacerlo es partiendo en dos partes iguales al conjunto de datos. Si la cantidad de datos es impar, la mediana o segundo cuartil es el dato que se localiza en medio, y así tendremos dos grupos de datos, el de la arriba de la mediana y el de la abajo de ésta. Para encontrar el primer cuartil, se considera el grupo de arriba y se localiza la mediana de dicho grupo. Caso similar se hace para el grupo de abajo, de donde se localiza el tercer cuartil. Siempre que se tenga una cantidad de datos pares la mediana queda definida por el valor que resulta de promediar los dos valores centrales.

- f) Use los datos de la Actividad 1 inciso 3 (solo los del pH del agua purificada) para encontrar los siguientes cuartiles:
- **Primer cuartil** (hasta que valor del pH del agua purificada se acumula el 25% de los casos de FD)
 - **Segundo cuartil** (Hasta que valor del pH del agua purificada se acumula el 50% de los casos de FD)
 - **Tercer cuartil** (Hasta que valor del pH del agua purificada se acumula el 75% de los casos de FD)

A los cuartiles se les denota de la siguiente forma: Q_1 , Q_2 y Q_3 .

El determinar los cuartiles de un conjunto de datos permite construir un gráfico llamado *diagrama de caja y bigotes*. En la Secuencia Didáctica 3, se trabajará con los *diagramas de caja y bigotes* los cuales son de gran utilidad para analizar uno o varios conjuntos de datos a la vez.

En los 11 d), e) y f) se pretende que emerja en el estudiante el objeto estadístico percentil motivado por la definición de frecuencia relativa porcentual acumulada.

Secuencia Didáctica 3. ¿Las mujeres o los hombres de tu salón tienen un corazón más saludable?

La secuencia consta de cuatro actividades, la primera es de apertura, las dos siguientes de desarrollo y la última de cierre y su objetivo general es que el estudiante construya e interprete diagramas de caja y bigotes para tomar una decisión a partir de una situación problema. Además de comparar dos o más muestras/poblaciones utilizando la representación mencionada.

Estrategias didácticas: en primera instancia se trabajará individualmente en casa con las hojas de trabajo, solamente la Actividad 1, de manera que el estudiante pueda reflexionar la situación problema que se le plantea. En un segundo instante, el trabajo realizado en casa le permitirá al estudiante trabajar en equipo de máximo tres personas, donde el estudiante se relacione con personas que estén a su mismo nivel de aprendizaje. Además, seguirá trabajando con el mismo equipo para la resolución de las posteriores actividades, es decir, la Actividad 2 y las Actividad 3.

En un tercer instante se pretende que el trabajo realizado por cada equipo les permita presentar al grupo sus conclusiones y argumentar éstas.

Finalizando con la institucionalización de los objetos estadísticos que se promueven en las actividades didácticas, la cual quedará a cargo del profesor, sin embargo, en principio se hará una reflexión individual en casa por parte de los estudiantes para que puedan participar en una discusión grupal junto al profesor. Al inicio de la Actividad 1 y al finalizar ésta, así como al inicio de la Actividad 3 se presentan institucionalizaciones referentes a los componentes de los diagramas de caja y bigotes con el fin de llevar a buen término la actividad.

Material: hojas de trabajo, lápiz, calculadora y cronómetro u oxímetro (o cualquier otro aparato que mida la frecuencia cardíaca).

Tiempo: Se estima que el tiempo que se necesite para la resolución de la secuencia completa sea seis horas, algunas de ellas en el salón de clase y otras en actividad extra clase (dependiendo de las características del grupo será la distribución del tiempo). Se puede aprovechar la interdisciplinariedad estableciendo conexión con el profesor (a) de educación física para que realicen las mediciones de la frecuencia cardíaca en clase, el tipo de ejercicios que se pueden realizar dependerá del espacio, por ejemplo: correr, saltar, hacer sentadillas, etc.

En todas las actividades didácticas de esta secuencia se utiliza el mismo contexto, el cual está planteado en la situación de la actividad de apertura.

A continuación se describen a detalle cada una de las actividades didácticas, tomando como referencia fragmentos de las hojas de trabajo, las cuales se encuentran señaladas en los recuadros.

Actividad de Apertura

Actividad 1

La Actividad 1 se considera una actividad de apertura, y el **propósito** que se persigue al trabajar con ella es que el estudiante se familiarice con los elementos que constituyen un diagrama de caja y bigotes y que interprete éstos a partir de una situación problema.

Se propone un primer acercamiento al objeto estadístico diagrama de caja y bigotes, considerando los datos, mínimo y máximo, del conjunto de datos (en lugar de las barreras). Posteriormente se presenta como se plantea institucionalmente.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, variabilidad, porcentaje, sesgos, frecuencia relativa porcentual acumulada, cuartiles, mínimo, máximo y rango intercuartílico.

Los objetos estadísticos que se espera emerjan son los siguientes: diagrama de caja y bigotes y valor atípico.

La actividad inicia solicitándole al estudiante que realice una breve lectura de la situación que se le plantea para que se familiarice con el contexto. Posteriormente se le proveen algunos diagramas de caja y bigotes, una tabla y medidas descriptivas asociadas al primero con el propósito de que el estudiante reflexione acerca del papel que juegan cada una de las medidas descriptivas, entre otros elementos, en la interpretación del diagrama de caja y bigotes.

Las tareas que se le asignan al estudiante son:

- Analice e interprete varios diagramas de caja y bigotes
- Analice e interprete medidas descriptivas asociadas al diagrama de caja y bigotes
- Observe comportamiento en varios conjuntos de datos
- Compare varias distribuciones de datos a partir de diagramas de caja y bigotes

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Se parte de una situación problema en el contexto de la salud, específicamente en el tema relacionado con la frecuencia cardíaca.

Sabías que la frecuencia cardiaca alta en reposo se relaciona con el riesgo de muerte, es decir, la esperanza de vida se ve alterada de manera negativa por la frecuencia alta en reposo. Lo anterior basado en estudios realizados a poblaciones saludables, así como pacientes con afecciones cardiacas, e incluso animales.

Pero, *¿qué es la frecuencia cardiaca?* Es uno de nuestros signos vitales y se define como el número de veces que se contrae el corazón durante un minuto, esto es número de latidos por minuto (lpm). Por ejemplo los ratones que tienen entre 500 y 600 lpm tienen esperanza de vida de uno o dos años; la ballena y el elefante presentan 20 a 30 lpm su esperanza de vida es de 60 años, lo cual es considerado longevo para cualquier animal; y por último, el humano que tiene 70 lpm en promedio, su esperanza de vida sería mayor de 70 años.

Y, *¿qué papel juega la frecuencia cardiaca en el correcto funcionamiento del organismo?* En primera instancia diremos que el corazón bombea sangre a todos los órganos, y esta sangre es bombeada a cierta presión arterial y frecuencia cardiaca. Es aquí donde nos preguntamos, *¿cuál es el valor o valores normales de la frecuencia cardiaca?* Según la Asociación Americana del Corazón (American Heart Association) esta oscila entre los 60 y 100 lpm, pero puede variar, por ejemplo debido al ejercicio físico, pues el corazón se acelera, es decir, se produce taquicardia (no solamente por el ejercicio, pues la frecuencia cardiaca en reposo puede ser así naturalmente) lo que se refleja en valores de la frecuencia cardiaca entre 100 lpm y hasta 400 lpm; o en contraparte, puede suceder que el ritmo cardiaco sea lento o irregular, a lo que se llama bradicardia, donde la frecuencia cardiaca normalmente es de menos de 60 lpm. En ambos casos el corazón no puede bombear suficiente sangre con altos niveles de oxígeno al cuerpo durante la actividad normal o el ejercicio.

Por ello debemos tener presente que la frecuencia cardiaca máxima (fcm) que debe alcanzarse al realizar actividad física alta se calcula según la edad, tomando el resultado de 200 menos la edad como lpm máximo.

Al comenzar a hacer algún tipo de ejercicio es importante mantener la frecuencia cardiaca al 50 % de la fcm, e ir aumentando ésta hasta el 75 % en un lapso de 6 meses, esto con el fin de obtener beneficios para el corazón.

En resumen, una persona que está pendiente de su frecuencia cardiaca puede conocer acerca de su salud, en especial la de su corazón; si éste bombea bien la sangre, o estar atento ante la posible presencia de alguna anomalía.

Pero, *¿cómo mantener una frecuencia cardiaca normal?* Una posible solución es la práctica de algún ejercicio regularmente, lo que lleva a que en 1-2 semanas se reduzca la frecuencia cardiaca en 1 lpm.

Otra razón más por la cual es importante estar pendiente de nuestra frecuencia cardiaca, es que nos permite valorar la evolución del entrenamiento y mejorarlo según las condiciones y objetivos establecidos, con el fin de tener un entrenamiento eficiente.

¿Cómo puedo tomar y calcular la frecuencia cardiaca?

Para tomarse el pulso lo puedes realizar de diversas formas, aquí te presentaremos dos de ellas las cuales veremos enseguida:

- **Tomarse el pulso en el cuello en la carótida**
Las carótidas son arterias que van por los dos lados del cuello, por lo que con dos dedos, el índice y el medio, presionas ligeramente en uno de los lados del cuello hasta notar las pulsaciones. Lo normal para un diestro es usar los dedos de la mano derecha y tomarse las pulsaciones en el lado izquierdo del cuello. Como puedes ver en la Imagen C1.
- **Tomarse el pulso en la muñeca o en la arterial radial**
Con los dedos índice y medio o también con el pulgar, presionas ligeramente en la muñeca casi en el inicio de la mano cerca del dedo pulgar hasta notar las pulsaciones. La zona es inmediatamente arriba de la base del pulgar. Al ser la arteria más pequeña que la que pasa por el cuello es más difícil contar las pulsaciones. Como puede ver en la Imagen C2.



Imagen C1. Pulso en el cuello.



Imagen C2. Pulso en la muñeca.

Calcule el número de latidos en 15 segundos y lo multiplica por 4, por ejemplo si usted cuenta 25 latidos en 15 segundos quiere decir que la frecuencia cardiaca es de 100 lpm, es decir $25 \times 4 = 100$.

Como se mencionó al final de la Secuencia 2, en esta secuencia se empezaran a trabajar los *diagramas de caja y bigote* para analizar conjuntos de datos. Para construir el diagrama es necesario que a partir del conjunto de datos determinar las siguientes medidas: cuartiles, dato menor y dato mayor. Los bigotes son dos segmentos de recta que salen por ambos lados de la caja y quedan determinados por los datos menor y mayor del conjunto.

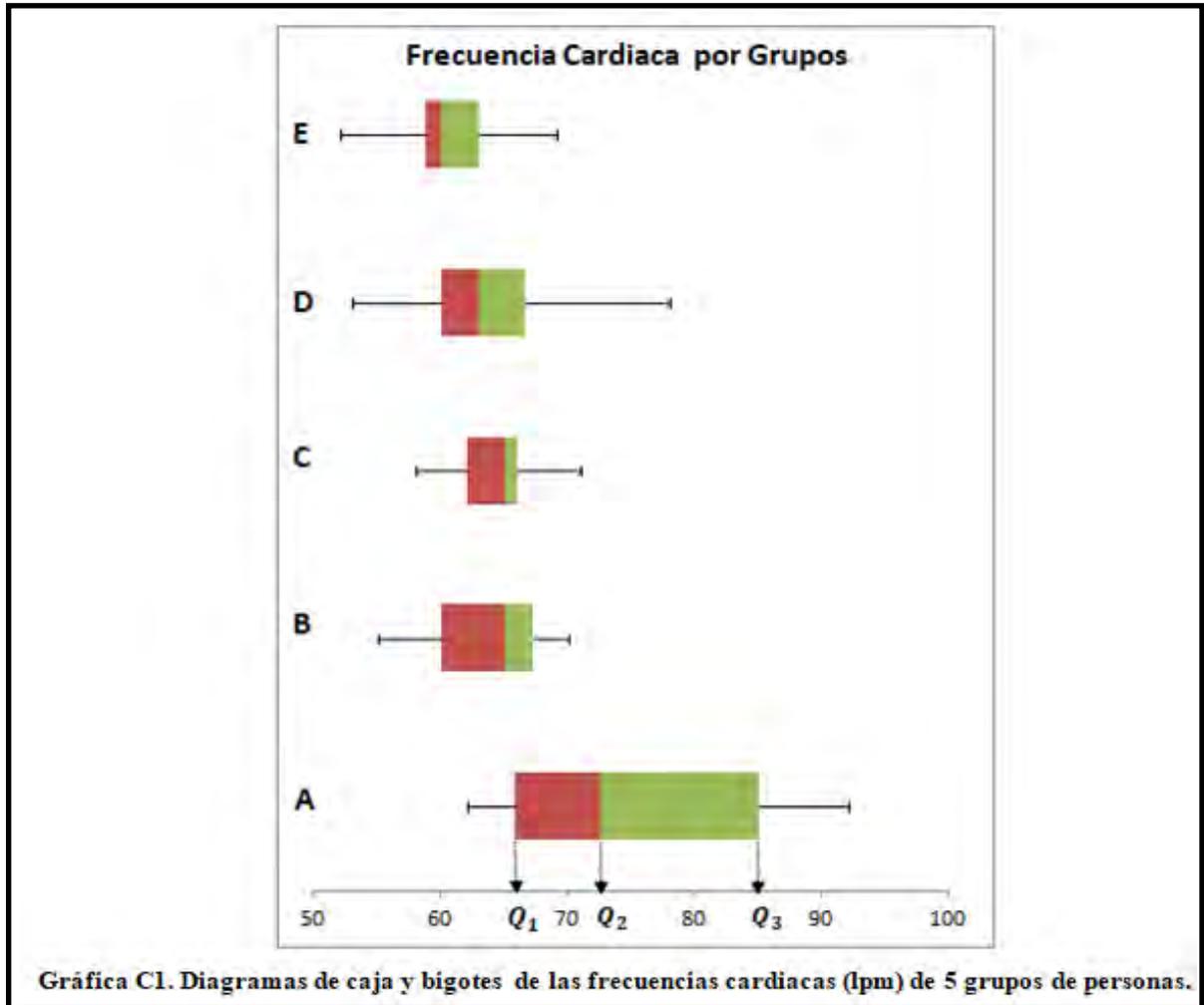
A continuación se presentan datos (en cinco grupos de personas) de las mediciones de la frecuencia cardiaca, representados mediante una tabla. Además, algunas medidas descriptivas y los correspondientes diagramas de cajas.

Frecuencia Cardiaca Grupo A	Frecuencia Cardiaca Grupo B	Frecuencia Cardiaca Grupo C	Frecuencia Cardiaca Grupo D	Frecuencia Cardiaca Grupo E
62	55	58	53	52
62	57	59	55	54
64	57	59	55	55
65	58	60	59	55
65	60	62	60	58
66	60	62	60	59
69	62	62	62	60
69	63	63	62	60
70	63	64	62	60
70	65	65	63	60
75	65	65	63	60
76	66	65	64	62
81	67	66	65	62
84	67	66	65	62
85	67	66	66	63
85	68	66	68	63
90	68	70	68	63
91	69	70	68	65
91	70	70	70	67
92	70	71	78	69

Tabla C1. Mediciones de las frecuencias cardiacas (lpm) de 5 grupos de personas.

	Frecuencia Cardiaca Grupo A	Frecuencia Cardiaca Grupo B	Frecuencia Cardiaca Grupo C	Frecuencia Cardiaca Grupo D	Frecuencia Cardiaca Grupo E
Min	62	55	58	53	52
1er cuartil	65.75	60	62	60	58.75
Mediana	72.5	65	65	63	60
3er cuartil	85	67.25	66	66.5	63
Max	92	70	71	78	69

Tabla C2. Medidas Descriptivas de las frecuencias cardiacas (lpm) de 5 grupos de personas.



Los cuestionamientos que se le proporcionan al estudiante para que reflexione son los siguientes:

A partir del análisis de las diversas representaciones de los conjuntos de datos, conteste las siguientes preguntas:

1. En cada uno de los diagramas de caja y bigotes presentes en la Gráfica C1, ¿dónde se localiza el dato mayor? ¿Y el dato menor? **Marque dicho valor en el eje correspondiente.**
2. Para cada uno de los diagramas de caja y bigotes **marque la mediana (cuartil 2) en el eje correspondiente en la Gráfica C1.** ¿Qué nos dice la mediana en el diagrama de caja y bigotes?
3. ¿Cómo es la cantidad de datos en cada parte de los diagramas?

En los incisos 1, 2 y 3 se espera que el estudiante identifique algunos elementos presentes en un diagrama de caja y bigotes (mediana o segundo cuartil, mínimo y máximo) y con ello

enriquecer su significado personal de los objetos estadísticos. Que observe el diagrama y que asocie que el dato menor y el dato mayor se localizan al comienzo del bigote de la izquierda y al final del bigote de la derecha, correspondientemente (como un primer acercamiento al diagrama de caja y bigotes, posteriormente se calculan las barreras para tener una versión institucional del mismo). Además, con base en la Secuencia 1, específicamente la Actividad 3 inciso 10 (ver tal página) (en el cual se identificó hasta donde se acumulaba el 25%, 50% y 75% de datos de un conjunto, es decir, los cuartiles), se espera que pueda relacionar que en cada parte del diagrama hay la misma cantidad de datos (25% de datos) por lo que el cuartil 2 es el correspondiente a la mediana.

4. En cada grupo al que se le midió la frecuencia cardíaca, ¿la mediana está más cerca del dato mayor o del dato menor? Justifique su respuesta.

- Frecuencia Cardíaca Grupo A:
- Frecuencia Cardíaca Grupo B:
- Frecuencia Cardíaca Grupo C:
- Frecuencia Cardíaca Grupo D:
- Frecuencia Cardíaca Grupo E:

5. Si la mediana está más cerca del dato menor, respecto a la parte derecha de los diagramas:

- ¿Cómo se encuentran los datos en esa parte, comparado con la otra? (más concentrados o más dispersos)
- ¿Y si la mediana se encuentra más alejada del dato menor?
- ¿Cómo se refleja en los diagramas de caja y bigotes?
- ¿Qué pasará lo mismo en caso de que se hable de dato mayor? ¿Lo mismo?

En los incisos 4 y 5 se espera que el estudiante observe los diagramas de caja y bigotes y vea si la distancia del bigote izquierdo a la mediana es menor que la distancia de del bigote derecho a la mediana, o el otro caso, para que posteriormente pueda observar la distancia entre el bigote izquierdo y la mediana, y compararla con la distancia entre el bigote derecho y la mediana. En tal caso los datos se encontraran más cercanos o concentrados. En el caso contrario los datos se encontraran más dispersos debido a que la distancia será mayor respecto a la otra parte del diagrama. El conocer que existen porcentajes iguales en cada parte del diagrama de caja y bigotes, y no así las mismas longitudes entre el dato menor y dato mayor y la mediana, permitirá que el estudiante amplie sus prácticas respecto al objeto estadístico diagrama de caja y bigotes, asimismo apoyará a emitir mejores interpretaciones.

6. Si existieran datos extraños en cada grupo al que se le midió la frecuencia cardíaca, ¿dónde cree que se localizarían? Justifique su respuesta.

En el inciso 6 se espera que el estudiante analice los diagramas de caja y bigotes y observe que los datos que más se alejan de la mediana son los que podrían ser datos extraños, en principio se podría decir que el dato mayor y el dato menor, aunque se necesitaría hacer un análisis más profundo puesto que si la mediana está más cerca de uno de los bigotes que del otro, quizás se podría descartar el dato menor o el mayor. En la Actividad 3 se propondrán más prácticas alrededor del objeto estadístico valor atípico.

7. Si te pidieran que seleccionaras el 50% de los datos más parecidos a la mediana, ¿en qué rango (entre que cuartiles) se encontrarían? Justifique su respuesta.

En el inciso 7 se espera que el estudiante analice los cuartiles y concluya que como la mediana es una medida de tendencia central el rango apropiado para seleccionar el 50 % de los datos es el que se encuentra entre el primer y tercer cuartil, es decir, el rango intercuartílico, con lo que enriquecería su significado de dicha medida de dispersión.

8. ¿Hasta qué valor de la frecuencia cardiaca (lpm) se acumula el:

	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
25% de los datos					
50% de los datos					
75% de los datos					

- Marque estos valores en cada diagrama de caja y bigotes.

9. Complete (solamente para el Grupo A):

- El 25% de las personas a las que se les midió la frecuencia cardiaca tiene menos de ____ lpm.
- El 50% de las personas a las que se les midió la frecuencia cardiaca tiene menos de ____ lpm.
- El 75% de las personas a las que se les midió la frecuencia cardiaca tiene menos de ____ lpm.

En los incisos 8 y 9 se espera que el estudiante observe los diagramas de caja y bigotes, específicamente los cuartiles, y localice en los ejes los valores hasta donde se acumula cierto porcentaje de casos. Además se promueve una interpretación de los cuartiles y se usan dos tipos de lenguajes matemáticos para ello, el natural y el tabular.

10. A partir de la Gráfica C1, compare los diagramas de caja y bigote, y describa el comportamiento de los datos. Por ejemplo, ¿En que diagramas de caja y bigotes se observa más variabilidad? Argumente su respuesta

En el inciso 10 se espera que el estudiante a partir de los elementos que constituyen el diagrama de caja y bigotes pueda integrar éstos para la comparación de dos distribuciones de datos. Por ejemplo puede concluir a partir de la comparación que se presenta más variabilidad en el Grupo A que en el grupo C lo cual se puede observar al notar que el rango que toma la frecuencia cardiaca en el Grupo A es mayor que en el Grupo C, además, que la mediana de la frecuencia cardiaca es significativamente mayor en el Grupo A donde es 72.5 lpm, que en el Grupo C donde fue 65 lpm, y por último que aproximadamente coinciden en un 50 % de los datos. Como ****orientación para el profesor**** se propone que dibuje la Gráfica B2 en el pizarrón y que en la discusión grupal pase a los estudiantes al pizarrón a escribir sus respuestas explicando a sus compañeros a partir de la gráfica el porqué de éstas, con el fin integrar las prácticas que se promueven en los incisos anteriores.

Según lo que menciona Campbell (1974), citado por Batanero et al., (1994), “un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones” (p.6), en particular el inciso 10 tiene la finalidad que el estudiante tome en cuenta la dispersión de los conjuntos de datos y pueda emitir comparaciones respecto al comportamiento de los mismos, en las que se destaque el carácter azaroso de la estadística.

En el diagrama de caja y bigotes se puede visualizar una medida de dispersión llamada *rango intercuartílico*, que resulta ser la diferencia entre el cuartil 3 y el cuartil 1 (la caja), la cual concentra (teóricamente) el 50 % de los datos de la muestra/población.

Actividad de Desarrollo

Actividad 2

La Actividad 2 se considera una actividad de desarrollo, y el **propósito** que se persigue es que el estudiante construya, interprete y compare dos distribuciones de datos.

Se propone un acercamiento a los diagramas de caja y bigotes considerando los datos, menor y mayor, del conjunto de datos (en lugar de las barreras) para su construcción. En la Actividad 3 se utilizando las barreras, como se plantea institucionalmente.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: población, variable estadística, variabilidad, porcentaje, sesgo, diagrama de caja y bigotes, mediana, cuartiles, rango, mínimo, máximo, rango intercuartílico y diferencia significativa.

Las tareas que se le asignan al estudiante son:

- Construya diagramas de caja y bigotes
- Analice e interprete varios diagramas de caja y bigotes
- Compare dos distribuciones de datos a partir de varios diagramas de caja y bigotes
- Describa comportamiento en varios conjuntos de datos

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Los cuestionamientos que se le proporcionan al estudiante para que reflexione son los siguientes:

1. Con ayuda de su compañero, calcule su frecuencia cardiaca en reposo y después de realizar actividad física. Enseguida, registre los datos obtenidos en el pizarrón.

En el entendido de que la actividad física que se realice será la misma para todo el grupo, y el tiempo que se lleve a cabo será de 2 minutos (la actividad física deberá ser demandante, como correr o realizar sentadillas, etc.).

En el inciso 1 se pretende que cada uno de los estudiantes del salón de clases en compañía de algún compañero se apoyen para calcular su frecuencia cardíaca como se planteó anteriormente. Los datos que se obtengan serán analizados con herramientas estadísticas.

Como ****orientación para el profesor**** se propone que les pregunte a los estudiantes si disponen de algún aparato para medir la frecuencia cardíaca, como el oxímetro.

2. Posteriormente, en la tabla siguiente registre los datos del número de lpm: (siga las instrucciones del profesor para el llenado de la tabla)

Género Femenino	Latidos por minuto en reposo	Latidos por minuto después de realizar actividad física	Género Masculino	Latidos por minuto en reposo	Latidos por minuto después de realizar actividad física

En el inciso 2 se pretende que el estudiante recolecte las mediciones de la frecuencia cardíaca, en reposo y después de realizar actividad física, de cada uno de sus compañeros en la tabla y además los ordene (de menor a mayor).

Como ****orientación para el profesor**** dejar dibujada una tabla en el pizarrón y que coordine a los estudiantes para que pasen a apuntar su frecuencia cardíaca, estos datos van a ser usados para el desarrollo de la actividad didáctica, o para agilizar esta parte se pueden recoger los datos en Excel por parte del profesor y discutir la importancia de ordenarlos.

3. Proceda a realizar los diagramas de caja y bigotes correspondientes por género. Por un lado compare la frecuencia cardíaca de hombres y mujeres en reposo (Como la Gráfica C1), y por otro lado compare la frecuencia cardíaca de hombres y mujeres después de realizar actividad física (hacer otra gráfica como la Gráfica C1). Para encontrar los cuartiles siga las indicaciones de la Secuencia 2 Actividad 5.

En el inciso 3 se pretende que el estudiante construya cuatro diagramas de caja y bigotes, en dos planos diferentes (parecidos a los de la Gráfica C1), a partir del procedimiento para el cálculo de los cuartiles la cual se institucionalizó en la Secuencia 2 Actividad 5 y algunos elementos que le sean útiles de la Secuencia 3 Actividad 1, por ejemplo la ubicación y trazo correcto de cada componente del diagrama de caja y bigotes.

Como ****orientación para el profesor**** se propone recordarles a los estudiantes donde está el procedimiento para el cálculo de los cuartiles, en caso de que no encuentre el párrafo. Además de orientar como se deben acomodar los diagramas.

4. Comparando por género, ¿hay incremento en los lpm en reposo? ¿De cuánto es el incremento en caso de haber? Marque en el gráfico el incremento.

En el inciso 4 se pretende que el estudiante describa y cuantifique el incremento en términos de la mediana a partir de un diagrama de caja y bigotes. Una forma de resolver este problema es considerando la mediana de ambos diagramas de caja y bigotes por género, y restarlas.

5. ¿Varía más los datos de frecuencia cardiaca en lpm en hombres o en mujeres en reposo? ¿Por qué cree que pasa eso? Realice los cálculos correspondientes. Marque en el gráfico dicha variación.

En el inciso 5 se espera que el estudiante haga uso del objeto estadístico rango para cuantificar la variabilidad existente en la frecuencia cardiaca de hombres y mujeres y con ello hacer un análisis comparativo de la variabilidad de la frecuencia cardiaca.

6. En reposo, ¿hay más hombres con frecuencia cardiaca baja o alta? ¿Y mujeres? Justifique su respuesta. Recuerde que los valores normales de la frecuencia cardiaca varían entre 60 lpm y 100 lpm.

En el inciso 6 se pretende que el estudiante caracterice la variabilidad inherente al conjunto de datos utilizando los cuartiles. Por ejemplo se puede hacer uso de los valores normales declarados en el contexto de la actividad didáctica en relación con la frecuencia cardiaca en reposo, y con base en ello y en los cuartiles responder a la interrogante planteada.

7. Por género, describa el comportamiento del conjunto de datos a partir del análisis de los cuartiles.

En el inciso 7 se espera que el estudiante describa la dispersión y el acumulamiento de los conjuntos de datos de la frecuencia cardiaca a partir de los cuartiles. Un ejemplo del tipo de respuestas que esperadas es el siguiente: el 75 % de los estudiantes a los que se le midió la frecuencia cardiaca tiene entre 61 y 80 lpm, el otro 25% entre 80 y 92 lpm. Se puede ver que hay pocos estudiantes con frecuencia cardiaca alta. El tipo de respuestas esperadas se basan en el tipo de prácticas que se promueven a través de la secuencia.

8. ¿Existen diferencias notables o significativas, entre hombres y mujeres, respecto al número de lpm en reposo? ¿Por qué? ¿A qué cree que se deba esto?

En el inciso 8 se espera que el estudiante integre las respuestas de los anteriores incisos, y en términos del comportamiento de la frecuencia cardiaca en hombres y mujeres pueda emitir una inferencia con fundamentos de Estadística Descriptiva pues son los recursos que tiene hasta el momento.

9. Comparando por género, ¿Hay incremento en los lpm después de realizar actividad física? ¿De cuánto es el incremento en caso de haberlo? Marque en el gráfico el incremento.

En el inciso 9 se pretende que el estudiante describa y cuantifique el incremento en términos de la mediana a partir de un diagrama de caja y bigotes. Una forma de resolver este problema es considerando la mediana de ambos diagramas de caja y bigotes por género, y restarlas.

10. ¿Varía más los datos de frecuencia cardiaca en lpm en hombres o en mujeres después de realizar actividad física? ¿Por qué cree que pasa eso? Realice los cálculos correspondientes. Marque en el gráfico dicha variación.

En el inciso 10 se espera que el estudiante haga uso del objeto estadístico rango para cuantificar la variabilidad existente en la frecuencia cardiaca de hombres y mujeres y con ello hacer un análisis comparativo de la variabilidad de la frecuencia cardiaca.

11. Después de realizar actividad física, ¿hay más hombres con frecuencia cardiaca baja o alta? ¿Y mujeres? Justifique su respuesta.

En el inciso 11 se pretende que el estudiante caracterice la variabilidad inherente al conjunto de datos utilizando los cuartiles.

12. Por género, describa el comportamiento del conjunto de datos a partir del análisis de los cuartiles.

En el inciso 12 se espera que el estudiante describa la dispersión y el acumulamiento de los conjuntos de datos de la frecuencia cardiaca a partir de los cuartiles. Un ejemplo del tipo de respuestas que esperadas es el siguiente: el 75 % de los estudiantes a los que se le midió la frecuencia cardiaca después de realizar actividad física tiene entre 120 y 150 lpm, el otro 25% entre 152 y 160 lpm. Se puede ver que hay pocos estudiantes con frecuencia cardiaca alta. El tipo de respuestas esperadas se basan en el tipo de prácticas que se promueven a través de la secuencia.

13. ¿Existen diferencias notables o significativas, entre hombres y mujeres, respecto al número de lpm después de realizar actividad física? ¿Por qué? ¿A qué cree que se deba esto?

En el inciso 13 se espera que el estudiante integre las respuestas de los incisos 9 al 12, y en términos del comportamiento de la frecuencia cardiaca en hombres y mujeres después de realizar actividad física pueda emitir una inferencia con fundamentos de Estadística Descriptiva pues son los recursos que tiene hasta el momento.

14. ¿Se mantiene el comportamiento grupal de las mujeres respecto a la frecuencia cardiaca, antes y después de la actividad física? Justifique su respuesta.

En el inciso 14 se pretende que el estudiante pueda describir y comparar por género a los conjunto de datos con base en los cuartiles, el rango intercuartílico, etc. y las prácticas realizadas alrededor de dichos objetos estadísticos antes y después de realizar actividad física.

15. Después de la actividad física, ¿Qué género se agita más al hacer ejercicio? Argumente.

En el inciso 15 se espera que el estudiante use su pensamiento estadístico (Wild & Pfannkuch, 1999) para tomar una decisión, esto es en términos del ciclo PPDAC (Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones) el cual refleja la forma de abordar un problema por un estadístico.

Lee y Meletiou (2003) mencionan que existe tendencia a pensar de forma determinista cuando se interpreta una distribución en contexto de la realidad, sin tomar en cuenta que se trata con fenómenos aleatorios donde para diferentes muestras o poblaciones pueden variar los resultados. A lo largo de esta actividad se promueve que los estudiantes identifiquen características que presentan situaciones aleatorias, en particular en lo que respecta al tipo de comportamiento que pueden tener los datos de diferentes muestras de la misma población, por ejemplo, diagramas de caja y bigotes correspondientes a muestras diferentes pudieran tener diferente forma.

En general en la Actividad 2, Watson (2006), citado por Arteaga (2011), menciona la importancia de relacionar distintos tipos de gráficos, o en este caso diferente tipos de lenguajes matemáticos, como los que se mencionan en el Bloque II de la asignatura Probabilidad y Estadística. En particular se promueve la construcción de diagramas de caja y bigotes a partir de los datos organizados en tablas, lo cual favorece la interpretación de la información contenida en las tablas, puesto que los diagramas de caja y bigotes permiten ver otras características del conjunto de datos como: la dispersión y el comportamiento.

Actividad 3

La Actividad 3 se considera una actividad de desarrollo, y el **propósito** que se persigue es que el estudiante construya un significado personal del objeto estadístico valor atípico.

Los objetos estadísticos intervinientes que deben poner en juego para la resolución de la actividad son: variabilidad, variable estadística, cuartil, rango, mínimo, máximo, rango intercuartílico, valor atípico y diagrama de caja y bigotes.

Los objetos estadísticos que se espera emerjan son los siguientes: barreras (diagrama de caja y bigotes).

Las tareas que se le asignan al estudiante son:

- Calcule barreras, inferior y superior, para determinar la existencia de valores atípicos
- Construya diagramas de caja y bigotes utilizando las barreras
- Identifique valores atípicos en un conjunto de datos

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Antes de iniciar con los cuestionamientos correspondientes se procede a dar una breve institucionalización sobre lo que son los valores atípicos, así como el cálculo de barreras, inferior y superior, que permiten determinar cuando un valor es atípico.

Como ****orientación para el profesor**** se propone poner en la otra parte que es un acercamiento al diagrama de caja y bigotes (sin considerar barreras para identificar datos atípicos y/o aberrantes)

Una de las preocupaciones de la Estadística es reducir la variabilidad de un proceso. Para ello se debe tomar en cuenta aquellos datos que difieren notoriamente al resto de los datos de una población/muestra. A los datos que difieren notoriamente del resto se les llaman *valores atípicos*. Un procedimiento estadístico que permite distinguir entre un valor atípico y uno no atípico es el uso de barreras. La barrera inferior es un valor que se calcula restando 1.5 veces el rango intercuartílico (RI) al primer cuartil. Análogamente, se obtiene la barrera superior pero sumando la cantidad al tercer cuartil.

Los cuestionamientos que se le proporcionan al estudiante para que reflexione son los siguientes:

1. La esperanza de vida promedio en Sonora es de 74.9 años, de acuerdo INEGI (2015). ¿La edad de tus abuelos son considerados datos atípicos según datos del INEGI? Justifique su respuesta.

En el inciso 1 se pretende que el estudiante identifique si la edad de sus abuelos es considerada un dato atípico, sabiendo que la esperanza promedio de vida en Sonora es 74.9 años.

2. Calcule las barreras para cada conjunto de datos de la Actividad 2 inciso 3 y proceda a realizar de nuevo los diagramas de caja y bigotes, donde se utilizarán las barreras (que se acaban de calcular) las cuales corresponderán a cada uno de los bigotes, es decir, en vez de considerar el dato menor del conjunto de datos, el bigote izquierdo se localizará a una distancia $Q_1 + 1.5 * RI$ respecto al primer cuartil, y el bigote derecho se localizará a una distancia $Q_3 + 1.5 * RI$ respecto al tercer cuartil. Por género, ¿existen datos atípicos en el número de lpm en reposo y después de realizar actividad física? Argumente.

En el inciso 2 se pretende que el estudiante enriquezca su significado personal del objeto estadístico valor atípico para lo cual se le pide que ubique valores atípicos en los diagramas de caja y bigotes que construirán nuevamente (ahora usando las barreras correspondientes, como se plantea institucionalmente) por género, en reposo y después de realizar actividad física. En principio se determinó si existían valores atípicos intuitivamente (en la Actividad 1), después se hace el correspondiente cálculo de barreras para justificar estadísticamente si existen o no tales valores atípicos.

Como ****orientación para el profesor**** se propone mencionar a los estudiantes que la construcción de los diagramas de caja y bigotes que realizan es la que se propone

institucionalmente, la otra construcción solamente era un acercamiento debido a que hasta ese momento no se habían institucionalizado las barreras.

3. Calcule la frecuencia cardíaca máxima la cual es el resultado de restarle a 200 la edad, tomando como referencia que la edad promedio es de 17.5 años. **Marque la frecuencia cardíaca máxima en los diagramas de caja y bigote correspondiente a cuando se realizó actividad física.** ¿Qué tan dispersos se encuentran los datos alrededor de la frecuencia cardíaca máxima (fcm)? Describa el comportamiento.

En el inciso 3 se espera que el estudiante calcule la frecuencia cardíaca máxima (fcm) cuya fórmula es $fcm=200-edad$, y observe como se comportan los datos de la frecuencia cardíaca al realizar actividad física (alrededor de la fcm), muy dispersos, muy juntos, solo hay datos hacia la derecha de la fcm o hacia la izquierda, etc.

4. En términos de un estudio realizado por Jensen y colaboradores (2012), en el cual señalan que existe relación entre una alta frecuencia cardíaca en reposo y el riesgo de muerte. Entre estos grupos en particular (hombres y mujeres), ¿cuál de ellos se estima una mayor esperanza de vida? Justifique su respuesta.

En el inciso 4 se espera que el estudiante tome una decisión con sustento estadístico.

Actividad de Cierre

Actividad 4

Esta actividad es de cierre. El **propósito** que se persigue con esta actividad es que el estudiante enriquezca su significado personal de algunos objetos estadísticos relacionados con el diagrama de caja y bigotes que se pusieron en juego al momento de resolver las actividades precedentes, además de continuar con la institucionalización de los objetos estadísticos por parte del profesor.

Los objetos estadísticos intervinientes que se ponen en juego para la resolución de la actividad son: variable estadística, variabilidad, porcentaje, diagrama de caja y bigotes, cuartil, valor atípico, rango, mínimo, máximo, rango intercuartílico, sesgo y diferencia significativa.

Los objetos estadísticos que se espera emerjan son los siguientes: valor aberrante.

En este caso la estrategia didáctica que se plantea es: trabajo individual que motive la reflexión de los cuestionamientos propuestos, y de esta manera pasar a presentar sus resultados grupalmente. Queda a cargo del profesor la institucionalización de los objetos estadísticos emergentes, mediada por el consenso grupal.

Las tareas que se asignan al estudiante son:

- Trace la forma de la distribución del conjunto de datos asociado a uno o varios diagramas de caja y bigotes

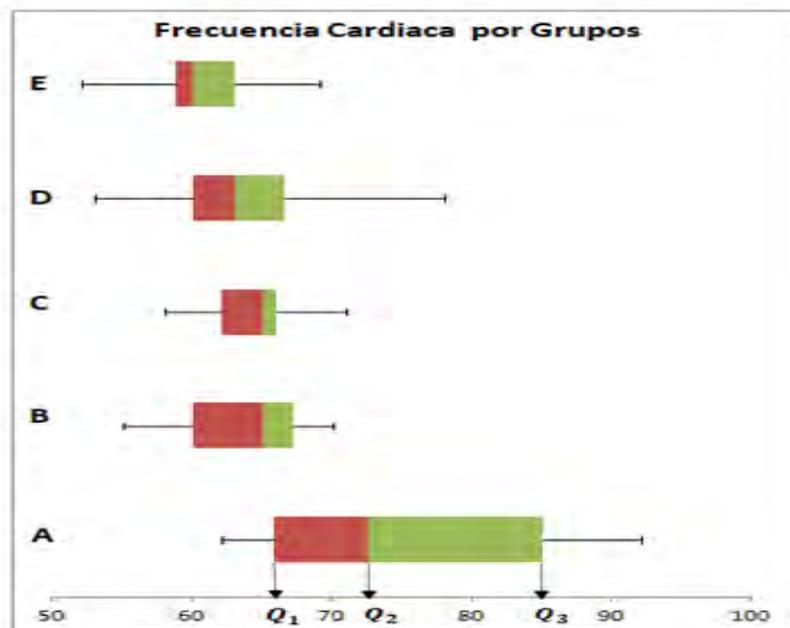
- Identifique cuando una distribución resulta ser simétrica o sesgada.
- Enuncie la utilidad del diagrama de caja y bigotes para el análisis de uno o varios conjuntos de datos
- Identifique y valore la importancia de los datos atípicos y/o aberrantes para el análisis de un conjunto de datos.

Al resolver la actividad se promueve que el estudiante desarrolle competencias disciplinares extendidas como las siguientes: V; y competencias genéricas como las siguientes: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

A continuación se presenta la institucionalización de algunos objetos estadísticos, así como cuestionamientos que se proponen para ampliar, o en su caso construir algún significado que sea como el que se propone institucionalmente.

En la Secuencia Didáctica3, en particular en la Actividad 1 se comenzó a trabajar con las componentes de un *diagrama de caja y bigote* tales como: *cuartiles* y *rango intercuartilico*, con el objetivo de conocer éstas y ver la posición que ocupan dentro del diagrama de caja y bigotes; además, ampliar y/o conocer qué tipo de interpretaciones se pueden hacer a partir de la integración de estas medidas y el conjunto de datos. Además se pretendía que se analizaran varios conjuntos de datos, haciendo comparaciones entre éstos, ya que el diagrama de caja y bigotes resulta ser un buen recurso para ello. Es importante recalcar que los cuartiles permiten caracterizar al conjunto de datos como cuatro partes en las que están presentes la misma cantidad de datos, no obstante el área que ocupan puede variar como se pudo constatar.

1. Tomando como base los diagramas de caja y bigotes de la Actividad 1, trace la forma de la distribución asociada a cada uno de éstos.



2. ¿Cómo decide acerca de cómo realizar el trazo de la distribución asociada a cada uno de los diagramas de caja y bigotes? Argumente en términos de los componentes del diagrama de caja y bigotes.

En los incisos 1 y 2 se espera que el estudiante observe los diagramas de caja y bigotes que se le proporcionaron en la Actividad 1, y con ello pueda asociar que la forma de la distribución depende de algunos elementos como del rango intercuartílico porque es de donde se podrá trazar la “joroba” de la distribución, es decir, donde se encuentran más concentrados los datos. Además, al observar los bigotes se puede detectar que si el bigote es corto, la cola de la distribución será corta, y si el bigote es largo, la cola será larga.

Como ****orientación para el profesor**** se propone realizar un ejemplo en el pizarrón entre todo el grupo, y relacionar lo realizado en la Secuencia 2 Actividad 5 incisos 6, 7 y 8. Se recurrirá a suavizar el polígono de frecuencias, aunque en este caso no se proporciona éste pero la idea es similar.

En la Actividad 2 se construyeron los diagramas de caja y bigotes asociados a la frecuencia cardiaca (por género) en reposo, así como después de realizar actividad física. En primera instancia se buscaba que la transformación de la información de una tabla a una gráfica pudiera revelar algunos aspectos diferentes del conjunto de datos; en segunda instancia, poder comparar dos conjuntos de datos de una manera más sencilla.

3. ¿Qué aspectos del conjunto de datos puede observar en un diagrama de caja y bigotes que no pueda (o sea difícil) ver en una tabla?
4. ¿Para qué le sirve poder comparar dos o más conjuntos de datos?

En los incisos 3 y 4 se espera que el estudiante a partir de las prácticas realizadas en las actividades anteriores haya enriquecido su significado personal del objeto estadístico diagrama de caja y bigotes, y pueda verbalizar que a partir de uno o varios diagramas de caja y bigotes puede observar el comportamiento del conjunto de datos, esto es dispersión y acumulación de éstos en lo que es el rango intercuartílico. Además el comparar dos conjuntos de datos le permitirá concluir si el comportamiento de éstos es parecido o no, y con ello llegar a la toma de decisiones con fundamento estadístico.

Para comparar dos conjuntos de datos, se analiza el comportamiento de éstos utilizando los cuartiles. Los cuartiles son medidas de posición que separan al conjunto de datos ordenados en 4 partes con igual porcentaje de datos, y analizar el comportamiento en cada sección (como se vió en la Secuencia Didáctica 2).

La Actividad 3 permitió introducir la noción de *valor atípico*. Los valores atípicos son observaciones cuyos valores son muy diferentes a las otras observaciones del mismo grupo de datos. Este tipo de datos pueden deberse a diferentes causas, por ejemplo:

- Errores de medición. Como pudiera ser el caso usar un aparato de medida
- Acontecimientos extraordinarios. Como pueden ser cuestiones climáticas.

Por la naturaleza del problema pudiera pasar que los valores de la frecuencia cardiaca del conjunto de datos fuera todos muy pequeños, pero ello no implica que sea un suceso extraño, a menos que casi el total de observaciones se encontraran alejadas de este valor.

Los valores atípicos suelen distorsionar los resultados de los análisis, tal es el caso de los valores atípicos del conjunto de datos de la frecuencia cardiaca en reposo de estudiantes con género masculino. Es importante identificar este tipo de valores y considerarlos solo en caso de ser necesario, pero con un tratamiento diferente al del resto. Además de los valores atípicos existen los llamados *valores aberrantes* y son aun más extraños que los primeros. En este caso, las barrera inferior se calcula restando 3 veces el rango intercuartílico (RI) al primer cuartil. Análogamente, se obtiene la barrera superior pero sumando la cantidad al tercer cuartil.

5. ¿Para que cree que sirve el ubicar los datos atípicos o aberrantes?

En el inciso 5 se espera que el estudiante a partir de las prácticas realizadas en las actividades anteriores haya enriquecido su significado personal del objeto estadístico valor atípico, y pueda verbalizar que el ubicar este tipo de datos permite analizar la pertinencia o no de suprimirlos al realizar un análisis global del comportamiento del conjunto de datos. En determinados contextos como los relacionados con la calidad de un servicio, es importante tomar en cuenta este tipo de datos puesto que por ejemplo si se trata de determinar el tiempo que tardan en atender en cierto banco, es imprescindible tomar en cuenta los datos atípicos y/o aberrantes para saber porque se generan éstos y reducir la variabilidad del proceso para dar un mejor servicio al cliente. Habrá veces que se optará por suprimir este tipo de datos, por ejemplo cuando se analiza la estatura de los estudiantes de nivel medio superior, puesto que el incluir un dato atípico y/o aberrante en el análisis podría hacer que la distribución de los datos fuera totalmente distinta a la que corresponde en realidad y conclusiones como que la media de la estatura es cierto valor podría no ser cierto.

También se espera que vaya adquiriendo un significado de los cuartiles, y con ello pueda diseñar el diagrama de caja y bigotes asociado al gráfico de barras que se le proporciona, atendiendo a lo que son los datos, menor y mayor, para formar lo que posteriormente (en la secuencia 2) se le llaman bigotes. Además, se espera que pueda percibir (intuitivamente) que en cada parte del diagrama de caja y bigotes se tiene el 25 % de los datos, aun cuando algunas partes de éste son de diferente longitud, debido a la dispersión de los datos.

La Estadística es una herramienta potente para el análisis de uno o varios conjuntos de datos y uno de sus fines es emitir inferencias a partir de éstos, como el contestar el cuestionamiento:

¿Existen diferencias notables o significativas en el número de lpm en reposo/después de realizar actividad física?

Hasta este momento las herramientas propias de Estadística Descriptiva permiten describir la idea de diferencia significativa en términos del cambio en el comportamiento de los conjuntos de datos a comparar, representados en este caso por diagramas de caja y bigotes. En términos probabilísticos, si la diferencia parece poco probable para explicarse solo por el azar, se dice que es una *diferencia estadísticamente significativa*. En cursos posteriores el tipo de respuesta estará asociado con **la probabilidad de que la ocurrencia del resultado pueda haber ocurrido por el azar.**

Para entender el término *azar* realice el siguiente experimento: lance una moneda 100 veces. A partir de los resultados obtenidos ¿Concluye que la moneda es justa? En caso de que su conclusión sea que no, ¿Qué resultado le haría pensar que si lo es?

Aplicando la definición de diferencia significativa:

¿Considera que 20 sellos y 80 águilas es una diferencia significativa? ¿Y la cantidad de sellos y águilas que se obtuvieron en su salón?

Esta institucionalización tiene la intención que el estudiante construya un significado personal formal de algunos conceptos probabilísticos que le serán útiles para observar la relación que existe entre la Estadística y la Probabilidad.

Como ****orientación para el profesor**** se propone discutir el significado del término inferencia estadística.

Para poder llevar a cabo el experimento que se propone, se debe tener en cuenta que una pequeña desviación de una perfecta división 50-50 entre sellos y águilas no necesariamente significa que la moneda no es justa, ya que se espera que ocurran pequeñas desviaciones por el *azar*.

Suponga que lanza una moneda 100 veces y los resultados son 20 sellos y 80 águilas. Esta es una desviación significativa de una división 50-50, haciendo parecer mucho menos probable que fue solo un conjunto al azar de lanzamientos de una moneda justa. En otras palabras, aunque es *posible* que observe un conjunto raro de 100 lanzamientos, es más probable que la moneda no sea justa. Cuando la diferencia entre lo que se observa y lo que se espera parece poco probable para explicarse solo por el azar, decimos que la diferencia es *estadísticamente significativa*.

3.3 Significado Institucional Pretendido

En la presente sección se describe el sistema de prácticas que se quiere promover en la propuesta didáctica, a partir del SIR; para lo cual se toma como unidad de análisis cada actividad. A continuación se presenta el SIP por actividad de la Secuencia 1:

SIP por actividad de la Secuencia 1

Configuración epistémica Actividad 1	
SITUACIONES	
<i>Emergentes</i>	
Se presenta una situación en la que se provee información de la evolución del dengue (en México) durante la semana 47 del año 2015, a través de representaciones gráficas y tabulares	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes</i>	
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema y conceptos	
CONCEPTO-DEFINICIÓN	
<i>Intervinientes</i>	
Variable Estadística y sus tipos	
Frecuencia absoluta ; Frecuencia relativa	
Mediana	
Rango	
Muestreo y tipos de muestreo	
Población	
Muestra	

Configuración epistémica Actividad 2	
SITUACIONES	
<i>Intervinientes</i>	
Se presenta una situación en la que se provee información de la evolución del dengue (en México) durante la semana 47 del año 2015, a través de representaciones gráficas y tabulares	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes y emergentes</i>	
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones	
Gráfico	
<i>Intervinientes</i>	
Gráfico de pastel	
Numérico	

<i>Intervinientes y emergentes</i>
Cálculos (Diferencia significativa)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Variabilidad
Muestra
Porcentaje
Gráfico de pastel
Muestreo
<i>Emergentes</i>
Diferencia significativa
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Transformar el porcentaje al valor correspondiente en el conjunto de los números reales
Realizar una encuesta, experimento o mediciones; recolectar datos; organizarlos; analizarlos; interpretarlos y generar conclusiones (tomar decisiones)
Construir un gráfico de pastel
Interpretar un gráfico de pastel
<i>Emergentes</i>
Caracterizar la diferencia en el comportamiento de los datos a partir de una gráfica de pastel para identificar si existe diferencia significativa entre los porcentajes de hombres y mujeres con FD
ARGUMENTOS
<i>Intervinientes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de gráficos
Se pide justificar si una muestra es representativa y la necesidad de que tenga dicha característica; que significado tiene el estudiante de muestra representativa, y si la muestra obtenida cumple esa característica. Por ejemplo se puede decir que la muestra es o no es representativa por la forma en la que se realizó el muestreo, en primera instancia. Además si el tamaño de muestra es (adecuado) lo suficientemente grande, considerando tanto a hombres como a mujeres
<i>Emergentes</i>
Se pide justificar en que género invertiría la Secretaria de Salud, tomando como base la existencia de una diferencia significativa o no, en los porcentajes de casos de hombres y mujeres confirmados con FD. Que es lo que el estudiante piensa acerca de lo que es la diferencia significativa. Un posible argumento sería: si existe una diferencia significativa porque hay un 20% más de mujeres que fueron confirmadas con FD, respecto a los hombres, pero por que la cantidad de personas que fueron confirmadas con FD es grande. Si no existiera una diferencia significativa, los porcentajes fueran muy parecidos, podríamos decir que para este caso 47% en un género y en el otro 53%

Configuración epistémica Actividad 3

SITUACIONES
<i>Intervinientes</i>

Se presenta una situación en la que se provee información de la evolución del dengue (en México) durante la semana 47 del año 2015, a través de representaciones gráficas y tabulares
Lenguajes
Natural
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones
Gráfico
<i>Intervinientes</i>
Gráfico de líneas
Tabular
<i>Intervinientes</i>
Tabla
Numérico
<i>Intervinientes</i>
Cálculos (Estimar cantidad de casos de FD)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Variabilidad
Frecuencia absoluta
Gráfico de líneas
<i>Emergentes</i>
Tendencia
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Interpretar una tabla y un gráfico de líneas
Calcular diferencias entre los valores de una tabla para identificar incrementos o decrementos en el número de casos confirmados de Fiebre de Dengue (FD) presentes en una tabla
Calcular diferencias entre las frecuencias de una tabla para identificar tendencias y comportamientos en el número de casos confirmados de FD presentes en una tabla, y estimar cantidad de casos de FD
<i>Emergentes</i>
Analizar las variaciones, forma en un gráfico, identificar tendencias y comportamientos en el número de casos confirmados de FD a través de un gráfico de líneas
ARGUMENTOS
<i>Intervinientes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de una tabla y un gráfico de líneas
<i>Emergentes</i>
Se plantea argumentar, dada la variabilidad en los casos confirmados de FD del año 2008 al año 2015, las causas que generen tal variabilidad. Por ejemplo los mecanismos de acción emitidos por la Dirección General de Epidemiología, el crecimiento poblacional,

las lluvias, etc.
Se pide justificar acerca de la tendencia en el comportamiento del conjunto de datos de los casos confirmados de FD por año, además de emitir conjeturas con sus respectivos argumentos. Por ejemplo, en la tabla y/o gráfica se puede observar que durante dos años consecutivos, 2009-2011, bajaron los casos confirmados de FD, después en los siguientes dos años consecutivos, 2011-2013, se observa que hubo un incremento en los casos confirmados de FD

Configuración epistémica Actividad 4
SITUACIONES
<i>Intervinientes</i>
Se presenta una situación en la que se provee información de la evolución del dengue (en México) durante la semana 47 del año 2015, a través de representaciones gráficas y tabulares
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos, argumentaciones y proposiciones
Gráfico
<i>Intervinientes</i>
Gráfico de barras
Numérico
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Cálculos (Mediana y rango)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Variabilidad
Frecuencia absoluta
Gráfico de barras
Mediana
Rango
Máximo
Mínimo
<i>Emergentes</i>
Marca de clase
Intervalos de clase
PROPOSICIONES
<i>Emergentes</i>
La variabilidad queda determinada por las medidas descriptivas
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Interpretar datos provenientes de una gráfica de barras
Analizar el eje horizontal de un gráfico de barras para reconocer el tipo de variable

estadística
<i>Emergentes</i>
Determinar el tipo de variable estadística y su agrupación para saber que valores pueden pertenecer a diferentes intervalos de clase
Calcular diferentes medidas de tendencia central, para establecer cual sería un buen representante del intervalo de clase
Utilizar el concepto asociado a la mediana para cuantificar, y localizar ésta en una gráfica de barras
Utilizar el concepto asociado al rango para cuantificar, y localizar éste en una gráfica de barras
Identificar concentración y dispersión de los datos para el análisis de la variabilidad de la variable estadística edad de las personas confirmadas con FD
ARGUMENTOS
<i>Intervinientes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de un gráfico de barras
<i>Emergentes</i>
Se pide justificar como son los valores en un intervalo de clase, puesto que en la literatura Lee y Meletiou (2003) nos dicen que al analizar un histograma, éste suele verse como si en cada intervalo de clase solo estuviera un valor asociado, y no un conjunto de valores, lo cual extraemos para el caso del gráfico de barras al tratarse con una variable continua la cual toma muchos valores y se presenta discretizada
Se pregunta acerca del porque elegiría tal valor como representante de un intervalo de clase. Por ejemplo podría tomarse la media del intervalo de clase puesto que esta medida de tendencia central equilibra los valores, por lo que el error al aproximar sería menor que si se tomara alguno de los límites del intervalo de clase
Argumentar la localización de la mediana y el rango en un gráfico. Por ejemplo el rango, restando el dato mayor al dato menor que pertenecen a los datos que puede tomar la variable estadística. Y la mediana se puede justificar con los resultados del inciso 4 a)
Argumentar la variabilidad de la variable estadística edad de los casos confirmados de FD. Por ejemplo debido a que la variable toma muchos valores, así como la concentración y dispersión de los datos alrededor de uno o varios valores centrales

Configuración epistémica Actividad 5	
SITUACIONES	
<i>Intervinientes</i>	
Se presenta una situación en la que se provee información de la evolución del dengue (en México) durante la semana 47 del año 2015, a través de representaciones gráficas y tabulares	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes</i>	
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos, argumentaciones y proposiciones	
Gráfico	

<i>Intervinientes</i>
Gráfico de barras
Tabular
<i>Emergentes</i>
Distribución de frecuencias
Numérico
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Cálculos (Frecuencia absoluta acumulada ; Frecuencia relativa acumulada ; Frecuencia relativa porcentual ; Frecuencia relativa porcentual acumulada ; Probabilidad)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Proporción
Porcentaje
Frecuencia absoluta ; Frecuencia relativa
Probabilidad
Gráfico de barras
<i>Emergentes</i>
Frecuencia absoluta acumulada ; Frecuencia relativa acumulada ; Frecuencia relativa porcentual ; Frecuencia relativa acumulada porcentual
Distribución de frecuencias
PROPOSICIONES
<i>Emergentes</i>
Los valores que puede tomar la frecuencia relativa pertenecen al intervalo $[0, 1]$
La suma de las frecuencias relativas es igual a 1
La suma de las frecuencias absolutas es igual a la cantidad de datos de la muestra o población
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Interpretar datos provenientes de una gráfica de barras
Localizar los intervalos con mayor y menor altura en un gráfico de barras para identificar donde hay mayor o menor frecuencia absoluta
Transformar el valor correspondiente en el conjunto de los números reales a porcentaje
Calcular probabilidad en un intervalo de clase
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Calcular diferentes tipos de frecuencias de casos de FD para construir una distribución de frecuencias
<i>Emergentes</i>
Hacer comparaciones entre intervalos de clase respecto a su frecuencia relativa
ARGUMENTOS
<i>Emergentes</i>
Se pide justificar acerca de la edad o edades en las que invertiría la Secretaria de Salud si se tuviera poco presupuesto. Por ejemplo decir que en las edades de 15 a 19 años por ser el grupo donde se han confirmado más casos (moda) de FD
Se pide argumentar porque en cierto intervalo de clase se han confirmado menor número

de casos (frecuencia absoluta) de FD, que lo motiva. Por ejemplo, en el grupo de los menores de 1 año se han confirmado menos casos de FD debido a que los bebés los protegen con mucha ropa y casi no los sacan de sus casas

Se pide que se justifique el intervalo de valores que puede tomar la frecuencia relativa. Por ejemplo decir que la frecuencia relativa toma valores en el intervalo $[0,1]$ porque lo peor que puede pasar es que algún grupo no tenga frecuencia, y al sumar las frecuencias relativas de casos de FD se completa el número de casos por lo que se obtiene el valor 1

Configuración epistémica Actividad 6	
SITUACIONES	
<i>Intervinientes</i>	
Se presenta una situación en la que se provee información de la evolución del dengue (en México) durante la semana 47 del año 2015, a través de representaciones gráficas y tabulares	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes y emergentes</i>	
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos, argumentaciones y proposiciones	
Tabular	
<i>Emergentes</i>	
Distribución de frecuencias	
Numérico	
<i>Intervinientes</i>	
Cálculos (diferentes tipo de frecuencias, marca de clase, amplitud y cantidad de intervalos de clase)	
CONCEPTO-DEFINICIÓN	
<i>Intervinientes</i>	
Población	
Variable estadística	
Porcentaje	
Gráfico de líneas	
Frecuencia absoluta ; Frecuencia relativa ; Frecuencia absoluta acumulada ; Frecuencia relativa acumulada ; Frecuencia relativa porcentual ; Frecuencia relativa porcentual acumulada	
Distribución de frecuencias	
Intervalo de clase ; Límites de clase ; Marca de clase ; Amplitud	
<i>Emergentes</i>	
Mutuamente excluyentes	
PROPOSICIONES	
<i>Emergentes</i>	
La intersección de categorías mutuamente excluyentes es vacía	
PROCEDIMIENTOS	
<i>Intervinientes</i>	

Completar una distribución de frecuencias
Interpretar los diferentes tipos de frecuencias presentes en una distribución de frecuencias
Transformar el valor correspondiente en el conjunto de los números reales a porcentaje
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Interpretar datos provenientes de una distribución de frecuencias y de un gráfico de barras
<i>Emergentes</i>
Identificar el extremo superior e inferior del intervalo de clase, y restar éstos para obtener la amplitud del intervalo de clase a partir de un gráfico de barras
Calcular la cantidad de intervalos de clase en un gráfico de barras
ARGUMENTOS
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de una distribución de frecuencias y de un gráfico de barras
<i>Emergentes</i>
Se pide argumentar la pertinencia del uso de intervalos de clase. Por ejemplo, porque la variable estadística toma muchos valores.
Se pide argumentar el uso de distribuciones de frecuencias. Por ejemplo, porque este tipo de representación permite concluir cosas del conjunto de datos como el porcentaje de casos que presentaron FD en el intervalo [15,19]

SIP por actividad de la Secuencia 2

Configuración epistémica Actividad 1
SITUACIONES
<i>Emergentes</i>
Se presenta una situación en la que se menciona información sobre la calidad del agua, en concreto sobre el pH, y los valores permisibles en México. Con base en la información anterior se realizará un estudio estadístico, donde se requiera analizar el comportamiento (mediante gráficos asociado a la distribución de frecuencias como el histograma, la ojiva y el polígono de frecuencias) del pH de diferentes muestras y tomar decisiones acerca de la calidad del agua
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones
Tabular
<i>Intervinientes</i>
Tabla
Numérico
<i>Intervinientes</i>
Cálculos (cantidad de datos)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Muestra

Variable estadística continua
Variabilidad
Intervalo de clase
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Construir una tabla
Interpretar datos provenientes de una tabla
<i>Emergentes</i>
Realizar una encuesta, experimento o mediciones ; recolectar datos ; organizarlos analizarlos ; interpretarlos y generar conclusiones
ARGUMENTOS
<i>Intervinientes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de una tabla
Proponer el uso de intervalos de clase como estrategia para el análisis de una variable estadística continua
<i>Emergentes</i>
Se pide justificar si existe una mayor variabilidad en el pH del agua de la llave o en el pH del agua purificada. Por ejemplo existe una mayor variabilidad en el agua purificada porque el rango de los valores que toma la variable es mayor

Configuración epistémica Actividad 2
SITUACIONES
<i>Intervinientes</i>
Se presenta una situación en la que se menciona información sobre la calidad del agua, en concreto sobre el pH, y los valores permisibles en México. Con base en la información anterior se realizará un estudio estadístico, donde se requiera analizar el comportamiento (mediante gráficos asociado a la distribución de frecuencias como el histograma, la ojiva y el polígono de frecuencias) del pH de diferentes muestras y tomar decisiones acerca de la calidad del agua
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos, argumentaciones y proposiciones
Gráfico
<i>Emergente</i>
Histograma
Tabular
<i>Intervinientes</i>
Distribución de frecuencias
Numérico
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Cálculos (intervalos de clase y diferentes tipos de frecuencias)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>

Variable estadística
Variabilidad
Diferencia significativa
Rango
Porcentaje
Distribución de frecuencias
Intervalo de clase
Intervalos mutuamente excluyentes
Amplitud
Marca de clase
Límites de clase
<i>Emergentes</i>
Histograma
PROPOSICIONES
<i>Intervinientes</i>
La intersección de categorías mutuamente excluyentes es vacía
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Transformar el valor correspondiente en el conjunto de los números reales a porcentaje
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Construir distribución de frecuencias <ul style="list-style-type: none"> • Determinar el número de intervalos de clase • Calcular límites de clases • Calcular marca de clase • Calcular amplitud del intervalo de clase • Calcular diferentes tipos de frecuencias
Interpretar datos provenientes de distribuciones de frecuencias e histogramas
<i>Emergentes</i>
Construir un histograma
Identificar el rango de las variables estadísticas pH del agua de la llave y pH del agua purificada y compararlos con los límites permisibles para el pH de agua en México para determinar si cumplen tales límites
Analizar las variaciones, forma en un histograma, identificar comportamiento del pH del agua de la llave y del pH del agua purificada a través de histogramas
Identificar concentración y dispersión de los datos a partir de un histograma para el análisis de la variabilidad de la variable estadística como el pH del agua
Observar el eje de las abscisas, en ambos histogramas, para identificar los rangos en ambas muestras de datos, y posteriormente localizar el rango en el cual se tienen valores similares
Comparar dos histogramas para identificar si existe diferencia significativa en el comportamiento de éstas
ARGUMENTOS
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de distribuciones de frecuencias e histogramas
<i>Emergentes</i>

Se pide argumentar si el pH del agua de la llave y el pH del agua purificada cumplen con los límites permisibles para el pH del agua en México. Por ejemplo, se puede concluir que sí porque todos los datos están dentro del rango, o no porque uno o varios datos están por fuera del rango
Se pide justificar si existe una mayor variabilidad en el pH del agua de la llave o en el pH del agua purificada. Por ejemplo, existe una mayor variabilidad en el agua purificada porque el rango de los valores que toma la variable es mayor
Se pide que se justifique la existencia o no de una diferencia significativa en los datos del pH del agua de la llave y del pH del agua purificada. Por ejemplo, si existe diferencia significativa porque el comportamiento de cada variable es muy diferente

Configuración epistémica Actividad 3	
SITUACIONES	
<i>Intervinientes</i>	
Se presenta una situación en la que se menciona información sobre la calidad del agua, en concreto sobre el pH, y los valores permisibles en México. Con base en la información anterior se realizara un estudio estadístico, donde se requiera analizar el comportamiento (mediante gráficos asociado a la distribución de frecuencias como el histograma, la ojiva y el polígono de frecuencias) del pH de diferentes muestras y tomar decisiones acerca de la calidad del agua	
LENGUAJES	
Natural	
<i>Intervinientes</i>	
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones	
Gráfico	
<i>Emergentes</i>	
Polígono de frecuencias	
CONCEPTO-DEFINICIÓN	
<i>Intervinientes</i>	
Variable estadística	
Variabilidad	
Frecuencia absoluta	
Diferencia significativa	
Marca de clase	
<i>Emergentes</i>	
Polígono de frecuencias	
PROCEDIMIENTOS	
<i>Emergentes</i>	
Construir polígonos de frecuencias	
Interpretar datos provenientes de polígonos de frecuencias	
Analizar las variaciones, forma en un gráfico, identificar comportamiento en el pH del agua de la llave y el pH del agua purificada a través de polígonos de frecuencias	
Comparar dos conjuntos de datos (pH del agua de la llave y pH agua purificada) a partir de polígonos de frecuencias para identificar si se mantiene el comportamiento de las variables	

estadísticas
ARGUMENTOS
<i>Emergentes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de polígonos de frecuencias
Se pide argumentar como nota si se mantiene el comportamiento del pH agua de la llave respecto al pH del agua purificada a partir del análisis de polígonos de frecuencias. Por ejemplo, explicar que se nota que no se mantiene el mismo comportamiento del pH del agua de la llave respecto al pH del agua purificada porque las líneas no siguen trayectorias parecidas

Configuración epistémica Actividad 4
SITUACIONES
<i>Intervinientes</i>
Se presenta una situación en la que se menciona información sobre la calidad del agua, en concreto sobre el pH, y los valores permisibles en México. Con base en la información anterior se realizara un estudio estadístico, donde se requiera analizar el comportamiento (mediante gráficos asociado a la distribución de frecuencias como el histograma, la ojiva y el polígono de frecuencias) del pH de diferentes muestras y tomar decisiones acerca de la calidad del agua
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones
Gráfico
<i>Emergentes</i>
Ojiva
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Variabilidad
Rango
Porcentaje
Frecuencia relativa porcentual acumulada
Intervalos de clase
Límites de clase
<i>Emergentes</i>
Ojiva
PROCEDIMIENTOS
<i>Emergentes</i>
Construir ojivas
Interpretar datos provenientes de ojivas
Observar los límites permisibles del pH del agua en México para identificar en que intervalo, [6.5-7) ó (7-8.5], es más probable que se cumplan los límites permisibles para el

agua
Comparar dos conjuntos de datos (pH del agua de la llave y pH agua purificada) a partir de ojivas para identificar en cual tipo de agua es más posible que se cumplan los límites permisibles del pH del agua que se plantean para México
Extraer información a partir de las ojivas, como: hasta que valor de la variable estadística se acumula cierto porcentaje de datos, para identificar que variable estadística (pH del agua de la llave o pH del agua purificada) es más posible que cumpla los límites permisibles del pH del agua en México
ARGUMENTOS
<i>Emergentes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de ojivas
Se pide argumentar en cual de estos intervalos, [6.5-7) ó (7-8.5], es más probable que se cumplan los límites permisibles para el agua (porque se dice que el agua es neutra, es decir, tiene un pH igual a 7). Por ejemplo, es más probable que se cumplan los límites permisibles en el intervalo (7-8.5], porque el rango del valor 7 al límite superior 8.5 es más grande, que del valor 7 al límite inferior 6.5.
Se pide argumentar si los valores del pH de cada tipo de agua tienden más a un pH ácido o básico (a partir del análisis de la ojiva). Por ejemplo, los valores del pH del agua de la llave en su mayoría son básicos porque son mayores del valor 7
Se pide justificar en cuál tipo de agua es más posible se cumpla con los límites permisibles (a partir del análisis de la ojiva). Por ejemplo, es más posible que se cumplan los límites permisibles para el agua de la llave porque la mayoría de los datos se concentran en valores más cercanos al 7
Se pide justificar que tipo de agua recomendaría tomar (a partir del análisis de las ojivas). Por ejemplo, recomendaría tomar el agua de la llave porque cumple los límites permisibles que se plantean para México, en cambio, el agua purificada no siempre cumple los límites

Configuración epistémica Actividad 5
SITUACIONES
<i>Intervinientes</i>
Se presenta una situación en la que se menciona información sobre la calidad del agua, en concreto sobre el pH, y los valores permisibles en México. Con base en la información anterior se realizara un estudio estadístico, donde se requiera analizar el comportamiento (mediante gráficos asociado a la distribución de frecuencias como el histograma, la ojiva y el polígono de frecuencias) del pH de diferentes muestras y tomar decisiones acerca de la calidad del agua.
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones
Gráfico
<i>Intervinientes</i>
Histograma
Ojiva

Numérico
<i>Emergentes</i>
Cálculos (cuartiles)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Intervalos de clase
Histograma
Frecuencia absoluta
Variable estadística
Polígono de frecuencias
Ojiva
Frecuencia relativa porcentual acumulada
<i>Emergentes</i>
Distribución
Sesgo
Percentil
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Interpretar datos provenientes de histogramas y ojivas
<i>Emergentes</i>
Analizar los conceptos asociados a los tipos de sesgo y observar la forma de varios histogramas para identificar que tipo de sesgo tiene cada histograma
Analizar la forma de los histogramas asociados al pH del agua de la llave y el pH de agua purificada para identificar el tipo de sesgo de cada uno
Analizar la ojiva, el inicio y el final para determinar que porcentaje se acumula en esos casos
Analizar la ojiva, relacionar los valores de la variable estadística con los correspondientes de la frecuencia relativa porcentual acumulada para determinar que porcentaje de casos es menor que cierto valor asociado a la variable estadística
Analizar la ojiva, relacionar los valores de la variable estadística con los correspondientes de la frecuencia relativa porcentual acumulada para determinar hasta que valor de la variable estadística se acumula cierto porcentaje de datos
Identificar que el concepto percentil tiene relación con la frecuencia relativa porcentual acumulada
Calcular cuartiles <ul style="list-style-type: none"> • Partir en dos al conjunto de datos • Si la cantidad de datos es impar, la mediana o segundo cuartil es el dato que se localiza en medio • Se tienen dos grupos de datos, el de la arriba de la mediana y el de la abajo de ésta • Para encontrar el primer cuartil, se considera el grupo de arriba y se localiza la mediana de dicho grupo • Caso similar se hace para el grupo de abajo, de donde se localiza el tercer cuartil • Siempre que se tenga una cantidad de datos pares la mediana queda definida por el valor que resulta de promediar los dos valores centrales
ARGUMENTOS

<i>Emergentes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de histogramas y una ojiva
Se pide argumentar la utilidad de agrupar los datos cuando la variable es continua. Por ejemplo, concluir que es útil agrupar cuando se tienen muchas observaciones diferentes
Se pide argumentar la pertinencia de la cantidad de intervalos que se toma, el porqué no se toman más o menos. Por ejemplo, concluir que si se tomaran más intervalos no se pudiera realizar una buena interpretación puesto que se tendrían pocas observaciones en cada barra, o en caso contrario si se tomaran menos intervalos, existirían muchas observaciones en cada intervalo y en ambos casos se lleva a la pérdida de información
Se pide justificar alguna desventaja de usar el histograma. Por ejemplo decir que una desventaja es que no se pueden conocer las observaciones individuales
Se pide justificar el tipo de distribución que poseen los datos del pH de cada tipo de agua. Por ejemplo el pH del agua de llave tiene una distribución simétrica porque es similar la parte izquierda a la derecha cuando se toma como referencia el punto medio del rango y se traza una vertical
Se pide justificar cual es el porcentaje con el que se inicia y finaliza una ojiva. Por ejemplo, el porcentaje de inicio el 0 % porque aun no se contempla ningún dato, y el porcentaje con que se finaliza la ojiva es 100% porque ya se contemplaron todos los datos

SIP por actividad de la Secuencia 3

Configuración epistémica Actividad 1
SITUACIONES
<i>Emergentes</i>
Se presenta una situación en la que se proporciona información acerca de la frecuencia cardiaca, aspectos importantes como el rango de valores normales de ésta, que posteriormente servirá para analizar el comportamiento (mediante diagramas de caja y bigotes) de los latidos minuto (lpm) de diferentes muestras/ poblaciones
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones
Gráfico
<i>Emergentes</i>
Diagrama de caja y bigotes
Tabular
<i>Intervinientes</i>
Tabla
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variable estadística
Variabilidad
Porcentaje

Sesgo
Frecuencia relativa porcentual acumulada
Mínimo
Máximo
Cuartiles
Rango intercuartílico
<i>Emergentes</i>
Diagrama de caja y bigotes
Valor atípico
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Interpretar datos provenientes de tablas y diagramas de caja y bigotes
<i>Emergentes</i>
Utilizar el concepto asociado al dato mayor y al dato menor para localizar éstos en los diagramas de caja y bigotes (como primer acercamiento al diagrama de caja y bigotes)
Utilizar el concepto asociado a la mediana (o cuartil 2) para localizar ésta en los diagramas de caja y bigote
Interpretar las tablas o el concepto de cuartil para identificar que se tiene igual cantidad de datos en cada parte de los diagramas
Analizar en cada diagrama de caja y bigotes la localización de la mediana para identificar si esta se encuentra más cerca del dato mayor o menor (como primer acercamiento al diagrama de caja y bigotes)
Analizar en cada diagrama de caja y bigotes la localización de la mediana para determinar cuándo se presenta una mayor o menor variabilidad del lado derecho respecto al izquierdo (según la mediana) de un diagrama de caja y bigotes
Identificar que los extremos se asocian a los valores menos probables en una distribución de datos, por lo que en caso de existir valores atípicos éstos se encontrarían (en principio, es decir, sin considerar aun las barreras) al final de cada bigote
Analizar los diagramas de caja y bigotes para identificar que el 50 % de datos más parecido a la mediana son los que se encuentran en las cajas, es decir, entre los cuartiles 1 y 3
Interpretar los diagramas de caja y bigotes y relacionar el concepto de cuartil para localizar hasta qué valor de la frecuencia cardiaca (lpm) se acumula cierto porcentaje de datos
Interpretar los diagramas de caja y bigotes y relacionar el concepto de cuartil para localizar que valor de la variable estadística tiene menos de cierto porcentaje de personas a las que se les midió la frecuencia cardiaca
Analizar las cajas y los bigotes de cada diagrama de caja y bigotes para identificar por ejemplo donde se presenta una mayor variabilidad
ARGUMENTOS
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Emitir argumentos a partir de interpretaciones de datos provenientes de tablas y diagramas de caja y bigotes
<i>Emergentes</i>
Se pide argumentar la interpretación que se le da a la mediana a partir de un diagrama de caja y bigotes. Por ejemplo, la mediana dice que hay 50 % de las observaciones para la izquierda de ésta, y 50 % a la derecha de la misma

Se pide justificar si la mediana está más cerca del dato mayor o del dato menor en cada diagrama de caja y bigotes. Por ejemplo, en el Grupo A la mediana está más cerca del dato menor, porque si se observa el diagrama de caja y bigotes el rango de valores de la variable estadística es menor del dato menor a la mediana, que de la mediana al dato mayor (como primer acercamiento al diagrama de caja y bigotes)
Se pide argumentar que pasa con el diagrama de caja y bigotes en el caso de que la mediana este más cerca del dato menor respecto a la parte derecha del diagrama de caja y bigotes. Por ejemplo se puede concluir que en tal caso está más pequeña esa parte del diagrama por lo que los datos se encuentran más cercanos
Se pide justificar si existieran datos extraños en cada grupo al que se le midió la frecuencia cardíaca, dónde cree que se localizarían. Por ejemplo decir que en caso de existir valores atípicos éstos se encontrarían (en principio, es decir, sin considerar aun las barreras) al final de cada bigote porque considerando que la mediana es un valor central, los datos que menos se parecen a ésta son los de los extremos (como primer acercamiento al diagrama de caja y bigotes)
Se pide justificar entre que cuartiles se encontraría el 50 % de datos más parecidos a la mediana. Por ejemplo, el 50 % de datos más parecidos a la mediana se encuentra entre el primer y tercer cuartil porque en la mayoría de los casos son los datos que se encuentran más cercanos a la mediana
Se pide argumentar en cuales diagramas de caja y bigotes se presenta mayor variabilidad. Por ejemplo, se presenta mayor variabilidad en los Grupos A y D porque los rangos son mayores que los de los demás grupos

Configuración epistémica Actividad 2
SITUACIONES
<i>Intervinientes</i>
Se presenta una situación en la que se proporciona información acerca de la frecuencia cardíaca, aspectos importantes como el rango de valores normales de ésta, que posteriormente servirá para analizar el comportamiento (mediante diagramas de caja y bigotes) de los latidos minuto (lpm) de diferentes muestras/ poblaciones
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos y argumentaciones
Gráfico
<i>Intervinientes</i>
Diagrama de caja y bigotes
Tabular
<i>Intervinientes</i>
Tabla
Numérico
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Cálculos (cuartiles y rango)
CONCEPTO-DEFINICIÓN

<i>Intervinientes</i>
Población
Variable estadística
Variabilidad
Porcentaje
Sesgo
Diagrama de caja y bigotes
Cuartiles
Rango
Mínimo
Máximo
Rango intercuartílico
Diferencia significativa
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Realizar una encuesta, experimento o mediciones ; recolectar datos ; organizarlos analizarlos ; interpretarlos y generar conclusiones
Interpretar datos provenientes de tablas y diagramas de caja y bigotes
<i>Emergentes</i>
Construir diagramas de caja y bigotes <ul style="list-style-type: none"> • Calcular cuartiles • Rotular el eje con los valores de la variable estadística frecuencia cardiaca • Trazar la caja (localizar primer cuartil, segundo cuartil y tercer cuartil) • Trazar los bigotes (localizar dato menor y dato mayor)
Identificar la mediana en ambos diagramas de caja y bigotes por género y restarlas, para identificar incrementos
Calcular el rango para cuantificar variación en un diagrama de caja y bigotes
Identificar los valores normales de la frecuencia cardiaca y analizar los cuartiles de los diagramas de caja y bigotes por género
Interpretar los cuartiles de los diagramas de caja y bigote por género para determinar el comportamiento de los conjuntos de datos
Comparar dos distribuciones de datos a partir de diagramas de caja y bigotes para identificar si existe diferencia significativa en el comportamiento de éstas
ARGUMENTOS
<i>Emergentes</i>
Se pide argumentar el porqué de la variación percibida de los datos de la frecuencia cardiaca por género en reposo y después de realizar actividad física. Por ejemplo, varía mas la frecuencia cardiaca de mujeres en reposo debido a la mayoría no realiza ejercicio
Se pide justificar la existencia de una diferencia significativa, entre hombres y mujeres, respecto al número de lpm en reposo y después de realizar actividad física. Por ejemplo, si existe diferencia significativa en el número de lpm por género después de realizar actividad física debido a que las mujeres casi no realizan ejercicio por lo que se agitan más

Configuración epistémica Actividad 3
SITUACIONES

<i>Intervinientes</i>
Se presenta una situación en la que se proporciona información acerca de la frecuencia cardíaca, aspectos importantes como el rango de valores normales de ésta, que posteriormente servirá para analizar el comportamiento (mediante diagramas de caja y bigotes) de los latidos minuto (lpm) de diferentes muestras/ poblaciones
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos, proposiciones y argumentaciones
Numérico
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Cálculos (barreras)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
<i>Intervinientes</i>
Variabilidad
Variable estadística
Cuartil
Mínimo
Máximo
Rango
Rango intercuartílico
Valor atípico
Diagrama de caja y bigotes
<i>Emergentes</i>
Barreras (diagrama de caja y bigotes)
PROPOSICIONES
<i>Emergentes</i>
El valor atípico queda separado del resto en los gráficos
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Restar el valor del promedio de la esperanza de vida a la edad de cada abuelo
<i>Emergentes</i>
Construir diagramas de caja y bigotes (como se plantea institucionalmente)
Calcular las barreras para identificar datos atípicos en los lpm por género, en reposo y después de realizar actividad física en diagramas de caja y bigotes
Calcula la Frecuencia cardíaca máxima (fcm) e identificar dicho valor en los diagramas de caja y bigote correspondientes a cuando se realizó actividad física, y verificar si todos los valores de la frecuencia cardíaca por género se localizan al lado izquierdo del valor de la fcm
Observar los diagramas de caja y bigotes por género en reposo y verificar los valores de la frecuencia cardíaca, y contrastar los cuartiles para concluir en que género se estima una mayor esperanza de vida
ARGUMENTOS
<i>Emergentes</i>

Se pide justificar si la edad de cada abuelo es considerado dato atípico según datos del INEGI. Por ejemplo se puede concluir que la edad de un abuelo de 78 años es considerada un dato atípico por el INEGI debido a que supera la esperanza de vida promedio en Sonora de 74.9 años
Se pide argumentar la existencia de posibles datos atípicos en los datos del número de lpm en reposo y después de realizar actividad física, por género. Por ejemplo, al calcular las barreras, el dato 110 lpm en reposo del género femenino, y el dato 198 lpm después de realizar actividad física del género femenino, se consideran datos atípicos debido a que se encuentran por fuera de las barreras en los diagramas de caja y bigotes correspondientes
Se pide justificar en términos de un estudio realizado por Jensen y colaboradores (2012) en el cual señalan que existe relación entre una alta frecuencia cardíaca en reposo y el riesgo de muerte, si el género femenino o el masculino (según los lpm en reposo) cuál de ellos se estima una mayor esperanza de vida. Por ejemplo, se puede concluir que se estima una mayor esperanza de vida en el género masculino debido a que no se encontraron datos atípicos y el 100 % de los datos tiene menos 80 lpm, que es menor que la mediana de los valores normales de los lpm

Configuración epistémica Actividad 4
SITUACIONES
<i>Intervinientes</i>
Se presenta una situación en la que se proporciona información acerca de la frecuencia cardíaca, aspectos importantes como el rango de valores normales de ésta, que posteriormente servirá para analizar el comportamiento (mediante diagramas de caja y bigotes) de los latidos minuto (lpm) de diferentes muestras/ poblaciones
LENGUAJES
Natural
<i>Intervinientes y emergentes</i>
Instrucciones, preguntas, planteamiento de la situación problema, procedimientos, conceptos, proposiciones y argumentaciones
Gráfico
<i>Intervinientes</i>
Diagrama de caja y bigotes
Numérico
<i>Intervinientes</i>
Cálculos (contar cantidad de sellos y águilas)
CONCEPTO-DEFINICIÓN
Variable estadística
Variabilidad
Porcentaje
Diagrama de caja y bigotes
Cuartil
Valor atípico
Rango
Mínimo
Máximo

Rango intercuartílico
Sesgo
Diferencia significativa
<i>Emergentes</i>
Valor aberrante
PROCEDIMIENTOS
<i>Intervinientes</i>
Interpretar datos provenientes de diagramas de caja y bigotes
<i>Emergentes</i>
Analizar las componentes de un diagrama de caja y bigotes (cuartiles) y la forma del gráfico de los lpm para determinar la forma de la distribución asociada a cada diagrama de caja y bigotes
Lanzar una moneda 100 veces y registrar la cantidad de águilas y sellos obtenidos
ARGUMENTOS
<i>Emergentes</i>
Se pide argumentar como realiza el trazo de la distribución asociada a cada uno de los diagramas de caja y bigotes. Por ejemplo, al observar la caja (rango intercuartílico) detecto si está muy pequeña o grande de cada lado del cuartil 2, y a partir de ello trazo la “joroba” de la distribución. Además, al observar los bigotes se puede detectar que si el bigote es corto, la cola de la distribución será corta, y si el bigote es largo, la cola será larga
Se pide argumentar los aspectos del conjunto de datos que se pueden observar en un diagrama de caja y bigotes y que no se puedan (o sea difícil) ver en una tabla. Por ejemplo, a partir de los diagramas de caja y bigotes se puede observar el comportamiento del conjunto de datos, esto es dispersión y acumulación de éstos en lo que es el rango intercuartílico, la forma de la distribución de los datos (tipos de sesgo), hasta que valor de la variable se acumula el 25 %, 50 % y 75 % de los datos, etc.
Se pide justificar la pertinencia de comparar dos o más conjuntos de datos. Por ejemplo, se puede concluir que el comparar dos o más conjuntos de datos sirve para poder extraer conclusiones como si el comportamiento de los conjuntos de datos es parecido o no, y con ello tomar decisiones
Se pide argumentar la pertinencia de ubicar datos atípicos o aberrantes. Por ejemplo, se puede decir que importante ubicar este tipo de datos porque aportan información importante del conjunto de datos para decidir acerca de si el conjunto de datos cumple con posibles especificaciones, por ejemplo, los valores normales de la frecuencia cardiaca
Se pide argumentar a partir del experimento del lanzamiento de una moneda 100 veces, si le parece que la moneda es justa y en caso de que su conclusión sea que no, decir que resultado si le haría pensar que la moneda es justa. Por ejemplo, si se obtienen 55 águilas y 45 sellos se puede concluir que la moneda es justa debido a que la diferencia es muy poca
Se pide argumentar si se considera que 20 sellos y 80 águilas es una diferencia significativa, y la cantidad de sellos y águilas que se obtuvieron en el experimento del lanzamiento de una moneda 100 veces es una diferencia significativa. Por ejemplo, se puede concluir que obtener 20 sellos y 80 águilas es una diferencia significativa debido a que por definición de diferencia significativa la diferencia parece poco probable para explicarse solo por el azar

3.4 Valoración de la idoneidad didáctica a priori del diseño

Después de describir algunos de los significados institucionales, como el de referencia y el pretendido, se procede a realizar una valoración a priori (antes de la implementación) de la propuesta didáctica mediante el análisis detallado de cada uno de los componentes e indicadores de la idoneidad didáctica propuesta por Godino (2011), que permita valorar el grado de pertinencia de la propuesta.

A continuación se describe la valoración a priori de cada una de las seis idoneidades didácticas:

1. Idoneidad epistémica

Según el componente *situaciones problema*, se presentan tres casos en contexto extra matemático relacionadas con el ámbito de la salud pública, las cuales están acorde al nivel educativo al que está dirigida la propuesta. En las actividades se promueve el aprendizaje de diversos objetos estadísticos que están presentes en el SIR. Además, a partir de las situaciones propuestas se puede incidir de manera positiva en superar las dificultades de los estudiantes como las que señalan Lee y Meletiou (2003), Batanero (2001), Campbell (1994) y Loosen et al. (1995), entre otras. Asimismo, contemplando lo que señalan Wild y Pfannkuch (1999) se fomenta el desarrollo del pensamiento estadístico al reconocer la necesidad de los datos, cambiar de representación de un conjunto de datos para ver más características de éste, considerar la variabilidad e integrando la estadística con el contexto, lo cual se hace evidente al pedirle al estudiante que realice tareas como las siguientes: mida el pH (en diferentes frascos) del agua purificada y potable, analice e intérprete los datos (sobre la epidemia dengue) proporcionados en una tabla y después en un gráfico, reflexione sobre posible tendencia en el comportamiento de los datos y argumente sus respuestas (donde las preguntas se plantean cuidando que el estudiante no se desprenda del contexto). Por último, según los niveles de lectura de gráficos que plantea Curcio (1989) se promueve que los estudiantes puedan leer los datos al realizar tareas como identificar donde hay mayor o menor frecuencia absoluta, leer dentro de los datos cuando el estudiante es capaz de interpretar un diagrama de caja y bigotes, y leer más allá de los datos cuando éste puede predecir la tendencia que seguirá un conjunto de datos.

En lo que respecta a los objetos primarios *proposiciones, procedimientos y argumentos*, se busca en todo momento que el estudiante mantenga una postura ante sus respuestas, y pueda defenderlas al comunicarlas a sus compañeros de equipo, explicando el porqué de sus conclusiones. En todo momento se evidencia la conexión entre la situación problema y los argumentos que expresa el estudiante, para no llegar a la solución del problema dejando de lado el contexto de los datos.

También se fomenta que el estudiante utilice sus propias estrategias para dar respuesta a los ejercicios y problemas que se le proponen, esto conlleva que éste pueda poner en práctica diversos procedimientos que le permitan formular proposiciones de los conceptos estadísticos intervinientes y emergentes, por ejemplo que concluya que “Los valores que puede tomar la frecuencia relativa pertenecen al intervalo $[0, 1]$ ”. Y por último se le presentan al estudiante actividades de cierre donde se institucionalizan los conocimientos

emergentes, motivado por el profesor de clases y las reflexiones personales, que dan el status que la institución pretende a cada uno de los objetos estadísticos.

En las secuencias didácticas se le presentan diversos tipos de *lenguaje matemático* al estudiante, para que éste perciba algunas de las características del objeto estadístico que son apreciables en un tipo de representación, pero no necesariamente en otro; es decir, se procura poder pasar de un tipo de representación a otra, para que se enriquezca el significado de cada uno de los objetos estadísticos de la propuesta.

Además, se presentan diferentes tipos de actividades en las que se promueve la construcción e interpretación de tablas y gráficos.

Debido a los aspectos que se han resaltado, se espera que el SIP y/o SII represente bien al SIR, en cuyo caso la idoneidad epistémica resulta ser alta.

2. Idoneidad cognitiva

Analizando el componente *conocimientos previos*, en las actividades de inicio se puede percibir que la finalidad de éstas es conocer el status de los objetos estadísticos que se declaran intervinientes respecto a los cursos anteriores, como Probabilidad y Estadística Bloque I, lo que facilita al estudiante la construcción de objetos estadísticos emergentes. En caso de que los objetos estadísticos intervinientes no estén dentro del cúmulo de aprendizajes del estudiante, se hacen los ajustes necesarios para promoverlos.

Según *adaptaciones curriculares a las diferencias individuales*, el trabajo individual, en equipo y las discusiones grupales tienen como objetivo que los estudiantes en un primer momento puedan reflexionar la situación que se les plantea, en un segundo momento que puedan comunicar sus resultados y plantear las estrategias que llevaron a cabo para la resolución de los problemas, lo que implica que cada estudiante pueda aportar y recibir elementos que amplíen su significado personal, o en otro caso, modificar éste. Por su parte, las actividades de cierre serán una nueva oportunidad de que el estudiante tenga otra experiencia con los objetos estadísticos, que le permita seguir enriqueciendo sus prácticas; para algunos de ellos esto solo vendría a ser el momento de la institucionalización.

De acuerdo al componente *aprendizaje*, en las actividades de cierre se evalúa el progreso del significado personal, hasta el grado en el que se pueda empatar con el significado que promueve la institución.

El análisis de los componentes *conocimientos previos*, *adaptaciones curriculares a las diferencias individuales*, *aprendizaje*, y sus respectivos indicadores da pauta para determinar, a priori, que los contenidos pretendidos son adecuados para los estudiantes, ya que se encuentran en la zona potencial del estudiante, por lo que se considera una idoneidad cognitiva alta.

3. Idoneidad emocional

Analizando el componente *intereses y necesidades* se presentan situaciones en contexto extra matemático que permite ver la relación estrecha entre la estadística y la vida cotidiana. Al tratarse de situaciones que pertenece al contexto de la salud pública se espera

que los estudiantes se sientan familiarizados con éstas, puesto que el número de casos confirmados de fiebre por dengue, la medición de la frecuencia cardiaca y la medición de pH, son tres aspectos en los que el ser humano puede incidir positivamente. En el primer caso, con ayuda de las herramientas que provee la estadística se puede analizar el comportamiento de la epidemia para combatirla, o en su defecto que afecte cada vez menos; en el segundo caso el analizar conjuntos de datos de la frecuencia cardiaca (antes y después de realizar actividad física) de la población y/o muestra, por género, puede llevar a conclusiones acerca del impacto que tiene la frecuencia cardiaca en la esperanza de vida promedio; en el último caso, estar atento en la calidad del agua que consumimos se puede realizar a partir del análisis de muestras del valor del pH (agua purificada y agua potable) por lo que las herramientas que nos proporciona la estadística resultan ser confiables para decidir que tipo de agua tomar. En conclusión, se considera que las problemáticas planteadas en las situaciones problemas de la propuesta sean de interés para los jóvenes, ya que están relacionadas con aspectos que inciden en la salud y que son muy comentadas por los diferentes medios de comunicación.

De acuerdo con las *actitudes*, el trabajo individual favorece la reflexión del estudiante, y con ello pueda participar en un equipo de manera efectiva, donde comunique a sus compañeros sus respuestas y defienda éstas con los argumentos pertinentes, de esta manera se da la participación de todos los estudiantes en sus respectivos equipos de trabajo. También se propone que el trabajo que realicen como equipo sea presentado al grupo, así los miembros del equipo sienten la responsabilidad de presentar sus estrategias, dificultades, resultados, que den oportunidad de enriquecer el significado personal de los objetos estadísticos de los demás compañeros, y forjar el respeto a la diversidad de personas y de respuestas.

Siguiendo con las *emociones*, el trabajo individual propicia la reflexión, y con ello que cada estudiante pueda participar en un equipo activamente comunicando el proceso de resolución correspondiente, enriqueciendo así sus sistemas de prácticas lo cual da como resultado la emergencia de nuevos objetos estadísticos. Para que de esta manera el estudiante se sienta parte del equipo, favoreciendo su aprecio a la estadística no solo como materia, sino como rama de las matemáticas que permite resolver problemas de la vida cotidiana.

Cada uno de los componentes de la idoneidad emocional, y sus respectivos indicadores permiten decir, a priori, que los estudiantes se sentirán parte del problema y de su grupo, por las características antes señaladas es que se valora esta idoneidad alta.

4. Idoneidad interaccional

Respecto a la componente *interacción docente-discente* el docente toma el papel de guía, por lo que su rol es revisar lo que estén haciendo los estudiantes, ya sea individualmente o en equipo, donde, en caso de ser necesario habrá una retroalimentación por parte del docente para que los estudiantes puedan continuar resolviendo el problema, y en caso de que sea grupal fungirá como moderador, propiciando que se comunique la diversidad de estrategias, argumentos, respuestas, etc. al resolver el problema, donde se de valor no solo a las estrategias y/o argumentos correctos, sino también a los incorrectos, puesto que esas estrategias incorrectas podrían ser dificultades que los estudiantes tienen y que

se pueden superar con un debate grupal donde el profesor haga preguntas adecuadas. En la parte de institucionalización, el profesor a partir de un consenso con el grupo, ayudará a los estudiantes a formalizar los objetos estadísticos de interés de acuerdo a lo que la institución pretende.

En la componente *interacción entre alumnos* el trabajar en equipos de a lo más tres personas, favorece la comunicación entre compañeros. Además, la variedad de elementos lingüísticos presentes en las actividades facilita la argumentación, y en lo que respecta a validación de conjeturas, el lenguaje gráfico es un tipo de representación que jugará un papel importante al predecir tendencias en los conjuntos de datos.

La *autonomía* se contempla como primer momento para que cada estudiante reflexione la primera secuencia, y posteriormente comunique sus respuestas y argumentos a sus compañeros, tomando una postura de inicio, que puede modificarse para enriquecer el significado personal. La actividad de inicio de la tercera secuencia también contempla una parte de trabajo individual en donde se requiere que el estudiante analice las características de los diagramas de caja y bigotes para afinar sus interpretaciones.

Por su parte la *evaluación formativa* se logra al contemplar las orientaciones que hace el profesor a los estudiantes, así como cuando en las discusiones grupales se muestran los errores y dificultades que tienen los estudiantes al resolver las actividades. Además, el progreso de los estudiantes se puede detectar al concluir cada secuencia, observando como cambia y se enriquece su significado personal de los objetos estadísticos, tomando en cuenta el tránsito que realizó al trabajar individualmente, en equipo y grupalmente.

Haciendo una valoración de los aspectos anteriores, se concluye, en principio, que la idoneidad interaccional resulta ser alta.

5. Idoneidad mediacional

Según el componente *recursos materiales (manipulativos, calculadoras, etc.)*, para el desarrollo de las secuencias didácticas 2 y 3 se utiliza material manipulable; este material consiste en un aparato para medir la frecuencia cardiaca y un aparato para medir el pH, que ayuda al estudiante a recolectar datos. La recolección de datos permite que el estudiante pueda realizar otras tareas que hace un estadístico profesional, tales como: organizar los datos, analizarlos y emitir conclusiones, lo que motiva la emergencia de algunas definiciones, procedimientos, propiedades, lenguajes y argumentos durante el proceso. También se hace uso de la calculadora, sin embargo, el uso de ordenadores se descarta debido a que en algunas escuelas incorporadas a la UNISON no se cuenta con un área de computadoras lo que entorpecería el desarrollo de la propuesta.

Respecto a la componente *número de alumnos, horario y condiciones del aula*, la Secuencia Didáctica 1 en principio se reflexiona en casa y permite ahorrar tiempo en la resolución de ésta. Por su parte la Secuencia Didáctica 2 y 3 requiere de un número

considerable de alumnos para que sea provechosa, puesto que se comparan dos muestras/ poblaciones de datos.

Se espera que el horario de clase no afecte debido a que se plantean situaciones en contexto extra matemático familiares al estudiante, y la Secuencia Didáctica 2 y 3 requiere que los estudiantes participen midiéndose la frecuencia cardiaca en reposo y después de realizar actividad física lo que implica trabajo fuera del salón de clases, y medir el pH del agua purificada y potable presentes en varios frascos. Además durante el desarrollo de las tres secuencias, el estudiante participa en equipos de trabajo, con lo cual se espera que se mantenga activo a lo largo de las sesiones de clase.

De acuerdo al *Tiempo (de enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)*, las actividades están diseñadas para que el mayor tiempo posible se le dedique a la construcción de un significado rico de algunos objetos estadísticos que serán los emergentes del estudiante. En el transcurso de las secuencias se dan orientaciones al profesor para que aquellos objetos estadísticos en los que los estudiantes presenten dificultades en su comprensión sean discutidos en clase, promoviendo un debate donde se refinan las prácticas matemáticas en torno a dichos objetos estadísticos.

Hasta este momento se reconoce que los recursos materiales y tiempo son adecuados, por lo que la idoneidad mediacional, a priori, sería alta.

6. Idoneidad ecológica

Basándose en la componente *adaptación al currículo*, lo primero a lo que se recurrió, antes de realizar el diseño, fue a los programas de estudio de las escuelas incorporadas a la UNISON, en particular al de la materia Probabilidad y Estadística. En este curso, se presentan los objetos de aprendizaje a abordar en el Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*, así como los objetivos del bloque, las competencias genéricas y disciplinares extendidas a desarrollar, actividades de enseñanza, actividades de aprendizaje e instrumentos de evaluación.

Los aspectos antes señalados fueron tomados en cuenta para realizar la propuesta didáctica, en conjunto con lo que señalan algunas investigaciones y trabajos que se han hecho dentro del ámbito de la Matemática Educativa. Asimismo, se recurrió a contextos extra matemáticos relacionados con el área de la salud pública que son de interés para las diferentes áreas en las cuales se imparte la materia Probabilidad y Estadística, las cuales son: humanidades y ciencias sociales, económico administrativo y físico matemático; tomando en cuenta que son áreas diversas en las que se debe fomentar una actitud crítica hacia el cuidado de la salud. Además, los análisis que se realizan a un conjunto de datos en dicho contexto, se pueden hacer en casi cualquier conjunto de datos, cuidando las variables estadísticas que se quieran analizar.

En concordancia con lo que se plantea en planes y programas de estudios respecto a las estrategias de enseñanza, una de ellas son los casos, que son situaciones realizadas por

alguna institución o dependencia en las cuales solo se pide analizar información ya proporcionada; otra estrategia son los proyectos, en los cuales se pretende que el estudiante tenga un acercamiento a la forma en la que se desarrolla un proyecto el cual está relacionado con un tema de interés en el cual se tiene que recolectar, analizar y tomar decisiones a partir de la información que proporcionan los datos. En la Secuencia 1 se plantea un caso, y en las Secuencia 2 un proyecto, así como en la Secuencia 3.

En lo que respecta a *apertura hacia la innovación didáctica y adaptación socio- profesional y cultural*, se contemplaron investigaciones y trabajos realizados en Matemática Educativa, particularmente en educación estadística, de donde se retoman algunas dificultades y errores que presentan los estudiantes en la comprensión de algunos objetos estadísticos. Además, se impulsa el desarrollo de un pensamiento estadístico y una cultura estadística que es deseable para personas que continuarán sus estudios.

Analizando la componente *educación en valores*, en el diseño se contempla que se fortalezcan algunos valores como: la solidaridad, al compartir tus ideas con los demás compañeros; responsabilidad, al participar en equipo y sacar el trabajo adelante; perseverancia, puesto que muchas veces la primer estrategia utilizada no lleva a los resultados esperados, por tanto, es necesario seguir intentando con nuevas estrategias mismas que se irán enriqueciendo al ponerlas a consideración de otro. Además, se fomenta el cuidado de la salud al medirse la frecuencia cardiaca y el pH del agua. Entre otros, los valores mencionados son de gran interés desarrollar en los estudiantes de este nivel educativo.

En lo referente a la componente *conexiones intra e interdisciplinares*, los contextos extra matemáticos que se plantean tocan temas que se plantean para otras materias como química en lo referente al pH, o biología por el mosquito transmisor del dengue y la salud del corazón midiendo la frecuencia cardiaca. Asimismo se promueve la interdisciplinariedad (con los contextos que se plantean de la salud pública) debido a que en la Secuencia 2 se puede trabajar en colaboración con el maestro de química para aprender un poco más sobre el pH y hacer las mediciones correspondientes, así como en la Secuencia 3 con el maestro de educación física para aprender un poco más sobre la frecuencia cardiaca y recolectar datos de cada estudiante.

Además, se trata de crear conexiones entre los mismos objetos estadísticos, es decir, que se presenten como entes que tienen relación, por ejemplo los diferentes tipos de frecuencias permiten analizar el comportamiento de un conjunto de datos a partir de representaciones tabulares y gráficas.

Tomando como base los componentes e indicadores de la idoneidad ecológica, se puede decir, a priori, que la propuesta se ajusta al proyecto curricular de la institución a la que está dirigida la propuesta, por lo que la idoneidad ecológica sería alta.

Contemplando las valoraciones de cada una de las seis idoneidades que componen la Idoneidad Didáctica, ésta resulta ser alta, a priori, lo cual se denota a continuación (Figura 3.4.1):

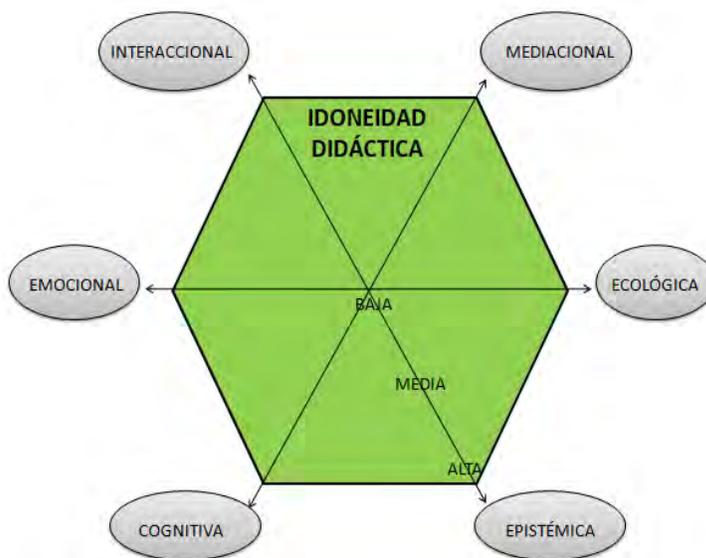


Figura 3.4.1 Valoración de la Idoneidad Didáctica a priori.

4 Análisis y valoración de la implementación de la propuesta

En el presente capítulo se realiza un análisis general de cada una de las actividades que se implementaron, así como la valoración en conjunto de las mismas utilizando la idoneidad didáctica.

4.1 Significado Institucional Implementado

En esta sección se describen los resultados de la implementación de la propuesta didáctica a partir de la evidencia que muestran las hojas de trabajo de los estudiantes. Algunas generalidades de la puesta en escena se presentan enseguida:

La Secuencia 1 y la Secuencia 2 (a excepción de la actividad de cierre) se implementaron en una institución de nivel medio superior incorporada a la UNISON durante el mes de Octubre de 2017, en ella participaron 25 estudiantes de 5to. Semestre. El profesor fue quien llevo a cabo la implementación de las actividades, para lo cual se le proporcionó una serie de orientaciones, así como las pretensiones de cada actividad.

La estrategia para la implementación de la Secuencia 1 consistió en que los estudiantes trabajaran la primera actividad de manera individual en casa, y en equipos de cinco personas las siguientes cuatro actividades, para finalizar con la Actividad 6 individual. Al finalizar cada actividad, se plantea realizar una discusión grupal, sin embargo, estas no se llevaron a cabo. El tiempo que se le dedico al trabajo en clase fue 7.5 horas.

Por su parte, la estrategia para la implementación de la Secuencia 2 consistió en que los estudiantes trabajaran la primera actividad en diferentes estrategias de trabajo (en casa, grupal y en equipo), y en equipos de cinco personas las siguientes tres actividades, para finalizar con la última actividad individual la cual no se realizó por cuestiones de tiempo. El tiempo que se le dedico al trabajo en clase fue 6.5 horas.

Es importante mencionar que debido al poco tiempo que se señala para el Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*, no se alcanzó a poner en escena la actividad de cierre de la Secuencia 2, ni la Secuencia 3.

Enseguida se presentan los resultados de la implementación de la Secuencia Didáctica 1 y la Secuencia Didáctica 2 (a excepción de la actividad de cierre):

Descripción de la implementación de la Secuencia Didáctica 1

Actividad 1

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 1 (la cual se encuentra en el Anexo A), para lo cual se toma como referencia la parte de la actividad que se encuentra en el siguiente recuadro:

Después de haber cursado el Bloque I *Comprendes y describes la variabilidad estadística y sus aplicaciones*, ¿qué idea tiene acerca de los siguientes conceptos matemáticos? :

- Variable estadística:
- Tipos de variables:
- Frecuencia Absoluta:
- Frecuencia Relativa:
- Mediana:
- Rango:
- Muestreo
- Tipos de muestreo:

La mayoría de los estudiantes puso en juego de manera correcta o parcialmente correcta algunos de los siguientes objetos intervinientes: variable estadística, tipos de variables, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, mediana, rango, muestreo y tipos de muestreo. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de los objetos intervinientes que se acababan de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

➤ Variable estadística

Estudiante 24

Características de los individuos de una población que puede adoptar diferentes valores.

Estudiante 23

ES UNA CARACTERÍSTICA QUE PUEDE FLUCTUAR Y SUYA VARIACIÓN ES SUCEPTIBLE DE ADOPTAR DIFERENTES VALORES

➤ Tipos de variables

Estudiante 14

• Numéricas
* Continuas → decimales. * Discretas → # enteros.
• No numéricas
* Nominales → nombres. * Ordinales → orden.

Estudiante 19

Numéricas: aquellas a las que se les puede asignar un valor numérico. Se clasifican en Discretas y continuas.
No numéricas: No se les puede asignar valores numéricos. Se clasifican en nominales y ordinales

➤ Frecuencia Absoluta

Estudiante 21

Número de datos dentro de un intervalo. Número de veces que se repite un término.

➤ Frecuencia Relativa

Estudiante 11

ES LA FRECUENCIA ABSOLUTA ENTRE EL NÚMERO DE DATOS

Estudiante 12

Es la relación de los datos entre la suma de el total de datos $FR = \frac{FA}{Total}$

➤ Mediana

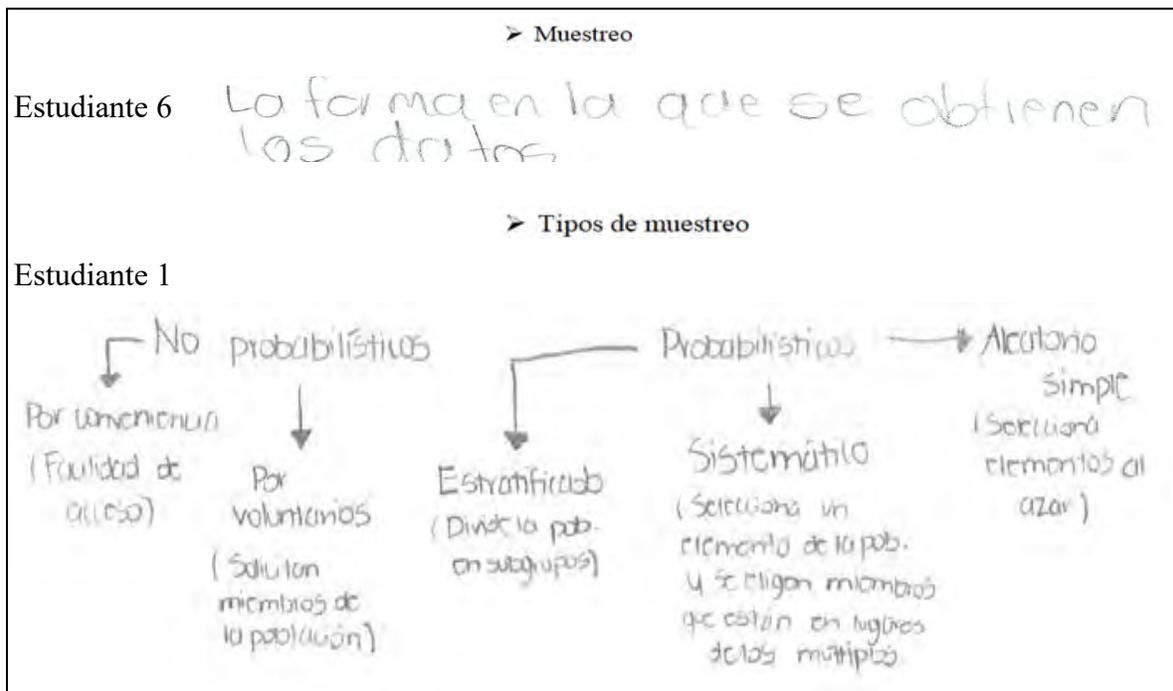
Estudiante 23

ES EL DATO QUE SE ENCUENTRA EXACTAMENTE EN LA POSICIÓN DE EN MEDIO, CUANDO LOS DATOS ESTÁN ORDENADOS CUANDO EL # DE DATOS ES PAR SE DIVIDEN EN 2

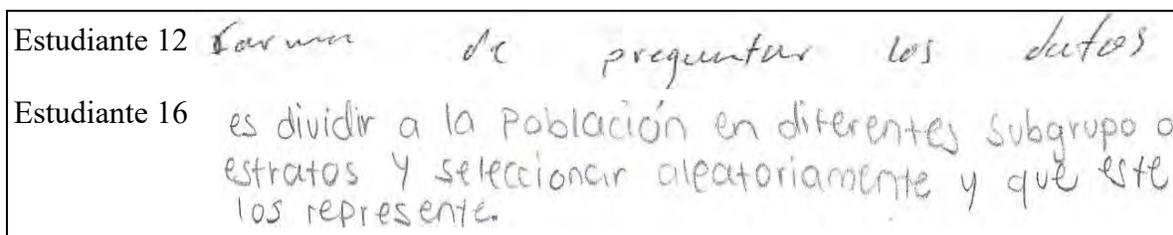
➤ Rango

Estudiante 14

Resultado de dato mayor menos dato menor.

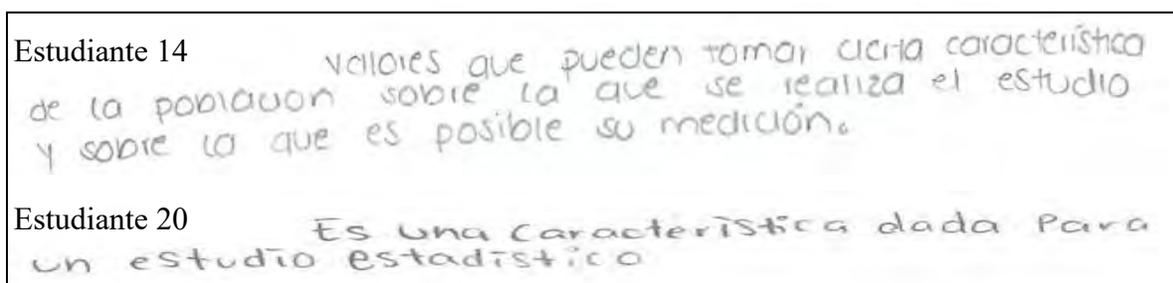


Un estudiante trata de definir el objeto estadístico muestreo, solo le falta hacer referencia a que éste se realiza para obtener una muestra representativa de la población de estudio. Además, otro estudiante ejemplifica con un tipo de muestreo, que si bien no es una respuesta correcta, esto puede llevar a la definición. Ejemplo de las prácticas realizadas de los estudiantes se muestra en el recuadro siguiente:



Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver la Actividad 1 fueron los siguientes:

Definen lo que es una variable estadística en términos de su escala de medición (Estudiante 14), y no consideran que la variable estadística puede tomar diferentes valores (Estudiante 20). Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas de algunos estudiantes, las cuales se presentan en la siguiente imagen:



Los tipos de variables en ocasiones se confunden ya sea porque no asocian correctamente los tipos de variables, o porque agregan categorías que no están bien definidas. Algunos ejemplos de las prácticas realizadas por algunos estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Estudiante 3	<ul style="list-style-type: none"> • Cuantitativa <ul style="list-style-type: none"> a) nominales b) ordinales • Cualitativa <ul style="list-style-type: none"> a) continuas b) discretas
Estudiante 16	<ul style="list-style-type: none"> - variables continuas - cuantitativas - variables discretas - cualitativas
Estudiante 24	Estadística, cualitativa, cuantitativa, constante.
Estudiante 20	Cuantitativa, Cualitativa, Ordinal y nominal.

Se presentaron algunos casos en los que se identifican disparidades en el significado del objeto estadístico frecuencia absoluta. Por ejemplo se confunde la frecuencia absoluta de una categoría, con la suma de los valores o el valor correspondiente (Estudiantes 13, 5 y 6). También se confunde el objeto matemático frecuencia absoluta con la media (Estudiante 12). Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas de algunos estudiantes, las cuales se presentan en la siguiente imagen:

Estudiante 13	Es la suma de todas las cantidades en un determinado intervalo
Estudiante 12	cantidad de datos $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ suma de todos los datos entre los
Estudiante 5	suma de todos los datos
Estudiante 6	es el valor que toma cada uno de los datos

Hubo algunos estudiantes que no fueron precisos con la definición de frecuencia relativa, en ocasiones porque se pensaba en ésta como la frecuencia absoluta (Estudiante 18), pero también porque no encontraban la relación que tiene la frecuencia absoluta con la frecuencia relativa (Estudiantes 21, 16 y 15). Algunos ejemplos de las prácticas realizadas por algunos estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Estudiante 18	Frecuencia absoluto del número de datos
Estudiante 21	Relación entre el número de datos y el total obtenido.
Estudiante 16	se suman las frecuencias, se divide entre el total y se multiplica por cien.
Estudiante 15	en fracción veces que se repite una frecuencia

En lo que respecta a la definición de mediana algunos estudiantes mencionan ciertas características de ésta, sin embargo, no logran completar la definición. Algunos ejemplos de las prácticas realizadas por algunos estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Estudiante 16	es el dato que se encuentra exactamente en el medio solo cuando los datos están ordenados.
Estudiante 11	Dato que se encuentra exactamente en el lugar de en medio.

Al definir el objeto estadístico rango se presentaron casos en los que no se hace de manera correcta. Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas de algunos estudiantes, las cuales se presentan en la siguiente imagen:

Estudiante 3	Es la cantidad de datos que hay desde el dato menor al dato mayor (Dato mayor - Dato menor)
Estudiante 7	Dato Menor - Dato Mayor.
Estudiante 5	el resultado que se obtiene de restar la variable mayor y la menor

La mayoría de los estudiantes confunde el objeto estadístico muestreo con muestra, esto puede ser debido a que este objeto no es interviniente (Estudiantes 15 y 23). También se confunde este objeto con fracción de muestreo (Estudiante 18). Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas de algunos estudiantes, las cuales se presentan en la siguiente imagen:

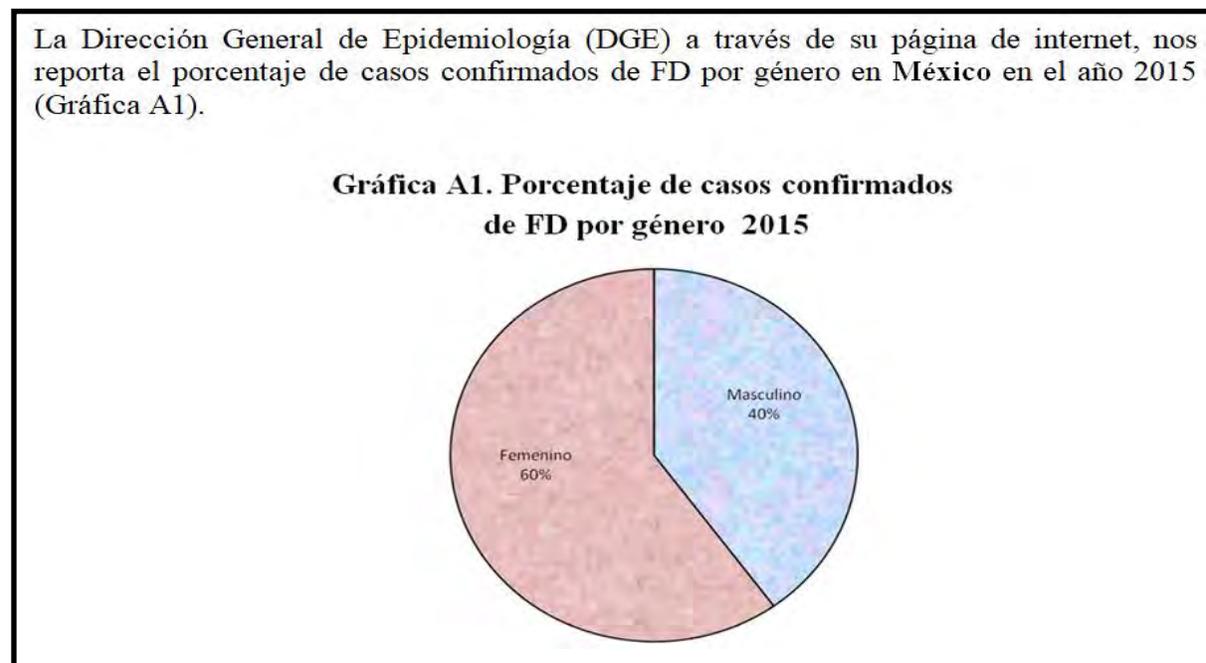
Estudiante 15	Parte de la población que la representa
Estudiante 23	NÚMERO DE INDIVIDUOS SELECCIONADOS DENTRO DE LA POBLACION
Estudiante 18	Es aquella parte de la población a la que se le aplica una encuesta

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple el objetivo de la Actividad 1 “que el estudiante ponga en juego su significado personal acerca de algunos objetos intervinientes propios de estadística descriptiva” que le servirán para la construcción e integración de éstos y otros objetos que serán emergentes, como distribución de frecuencias.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias genéricas: i, iii, iv, vi, vii y viii.

Actividad 2

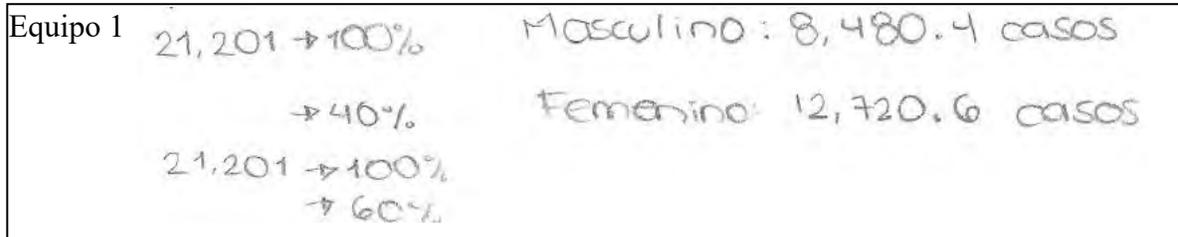
A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 2 (La cual se encuentra en el Anexo A), para lo cual se toma como referencia la parte de la actividad que se encuentra en el siguiente recuadro:



Inciso 1

¿A cuántos casos corresponde el porcentaje de FD en el género femenino y masculino?, tomando en cuenta que la cantidad total de casos confirmados en 2015 fue 21,201.

Todos los equipos contestaron de manera correcta el inciso 1, ya que pudieron realizar la conversión de porcentaje a su correspondiente valor decimal. En algunos casos aplicaron algún criterio de redondeo, en otros casos dejaron las cifras en con decimales. Ejemplo de las prácticas que realizaron los equipos se presentan en la siguiente imagen:



De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple el objetivo "...que el estudiante efectuó conversiones de un valor decimal a porcentaje", para ello se llevó a cabo la tarea de analizar e interpretar los datos proporcionados en un gráfico de pastel.

Inciso 2

Conteste las siguientes preguntas:

- Si la Secretaria de Salud invirtiera sólo en algún género, ¿en cuál cree que invertiría? ¿Por qué?
- ¿Considera que existe diferencia notable o significativa entre el porcentaje de hombres y mujeres que presentaron FD? Justifique su respuesta.
- En caso de considerar que la diferencia es notable o significativa, ¿cómo cree que sería una diferencia que no fuera notable o significativa? Justifique su respuesta.
- Si la cantidad de personas a las que se les confirmó FD fuese igual a la cantidad de estudiantes de su grupo, ¿mantendría su postura? Realice las conversiones correspondientes.

En lo que respecta al inciso a) todos los equipos identifican que hay una mayoría a la que hay que prestarle atención, y ésta se presenta en el género femenino. Algunos equipos solo argumentan en dicho sentido, y otros son más específicos al señalar tal diferencia en número de casos de FD respecto al género masculino. Algunas prácticas que realizaron los equipos se pueden observar en el siguiente recuadro:

Equipo 1	En el femenino, porque son 4,240.2 casos más que el género masculino, el femenino es el más afectados.
Equipo 2	Femenino, porque es las que corren más riesgo.
Equipo 3	En el femenino porque son más personas a las que agudaman
Equipo 4	femenino por que tiene mayor porcentaje y estan más vulnerables al virus sobre todo las embarazadas

En el inciso b) se pudo observar que todos los equipos, a excepción de dos personas de diferentes equipos, consideran que si se presentó tal diferencia significativa. Se puede decir que los estudiantes ponen en juego el objeto estadístico diferencia significativa de forma intuitiva, donde su significado personal de ciertos objetos como diferencia presentó un papel importante. Algunas respuestas que dan muestra de las prácticas que realizaron los estudiantes se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 5	si, ya que es mayor en mujeres los casos presentados, y en hombres es un poco más de la mitad que mujeres, pero sigue siendo menor 20%.
Equipo 4	Si, el porcentaje de los hombres equivale a $\frac{2}{3}$ partes del porcentaje de las mujeres
Equipo 3	si, un 20% $\frac{1}{5}$ de su población.
Equipo 2	Si, hay aproximadamente más de 4 mil personas de diferencia
Equipo 1	Si, el genero femenino es más de la mitad del total de todos los casos.

Un conflicto semiótico que se presentó al resolver este inciso fue el siguiente:

Se presentó un caso en de un estudiante en el Equipo 2, en el que una diferencia del 20 % entre los casos de FD en el género femenino respecto al masculino, no se consideraba significativa.

*No simplemente se han visto mas
Casos en mujeres.*

En el inciso c) todos los equipos coinciden que una diferencia que no fuera significativa sería muy pequeña. Algunas de las respuestas que dan muestra de las prácticas realizadas se presentan en el recuadro siguiente:

Equipo 1	si fuera 4% de uno y 51% del otro
Equipo 1	Cuando entra en un rango menor al del 10% pero obviamente mayor al 0.
Equipo 2	Cuando el porcentaje de ambos lados lleguen más al 50%, así no habría mayoría
Equipo 3	menos de 5%. También depende de la cantidad de personas a las que están en la población
Equipo 5	si fueran 100 porque = 5 son muy pocos

Respecto al inciso d) solo hubo una persona del Equipo 4 que entendió el cuestionamiento, los demás equipos responden como si se hubiese realizado una encuesta, y no como si el 100% correspondiera al total de estudiantes del salón y el 60 % de casos de FD fuesen del género femenino y el 40% del género masculino, tal como se plantea en el inciso a), solo se quiere conocer si se mantendría su postura respecto a que existe diferencia significativa en el número de casos confirmados de FD de hombres respecto a mujeres cuando la muestra es muy pequeña. Ejemplo de las prácticas de los equipos se presentan en la imagen siguiente:

Equipo 4	Sigue siendo notable la diferencia	25 total 15 mujeres 10 hombres	21201 total 12,721 mujeres 8480 hombres
Equipo 1	NO, ya que en un grupo reducido hay muy poca diversidad. Sólo son 2 personas contra 21,201 casos		
Equipo 3	25 → 100 8 → 32% nom	25 → 100 17 → 68% muj	

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple el objetivo "...construya un significado (intuitivo) sobre diferencia significativa", para ello se llevó a cabo la tarea, Reflexione acerca de la existencia de diferencia significativa en el comportamiento de un conjunto de datos a partir de un gráfico de pastel.

Inciso 3

Realice una encuesta en su grupo acerca de los estudiantes que han tenido FD. A partir de los datos obtenidos realice lo siguiente:

- Construya un gráfico de pastel para la variable estadística género
- Interprete los resultados obtenidos

A partir de la información obtenida en su grupo, conteste las siguientes preguntas y argumente en cada caso:

- a) ¿Considera que la muestra de estudiantes fue representativa si se trata de conocer acerca de la población que tiene dengue en México por género? ¿Por qué?
- b) En caso de considerar que no fue una muestra representativa, ¿cómo tomaría la muestra para que tenga dicha característica?
- c) ¿Cuál cree que sea la necesidad de que la muestra sea representativa? Explique a detalle.

En lo que respecta al inciso 3 la mayoría de los equipos realiza de manera incorrecta el problema, ya que se considera a los estudiantes que no han tenido dengue para realizar el gráfico de pastel (Equipo 3), y en otros pocos casos separaban los porcentajes por género de los estudiantes que no habían presentando dengue, además ponían otra separación con los que sí habían contraído el virus (Equipo 2). Solo tres estudiantes de diferentes equipos resuelven el problema como se esperaba. Algunas prácticas que realizaron los equipos se pueden observar en el siguiente recuadro:

Equipo 3

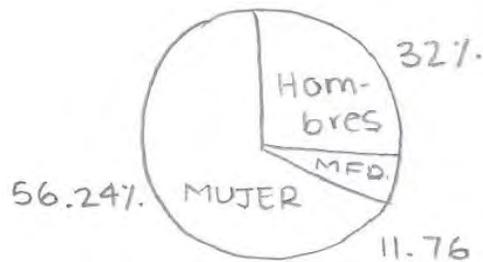


■ No (92%)
□ Si (8%)

El 8% del salero tubo dengue

25-100%
2-8%

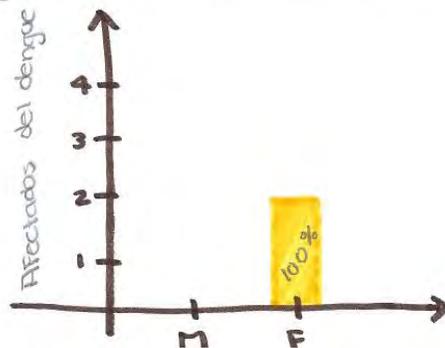
Equipo 2



Sin embargo, se presentaron tres casos en los que las prácticas que se realizaron fueron acertadas de acuerdo a lo que se esperaba. Un estudiante del Equipo 1 curiosamente utilizó otro tipo de lenguaje gráfico, el gráfico de barras (Equipo 1). Algunos fragmentos de las prácticas de los estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 1

LE 25 alumnas solo 2 tuvieron dengue y de esas alumnas con dengue son todas chicas.



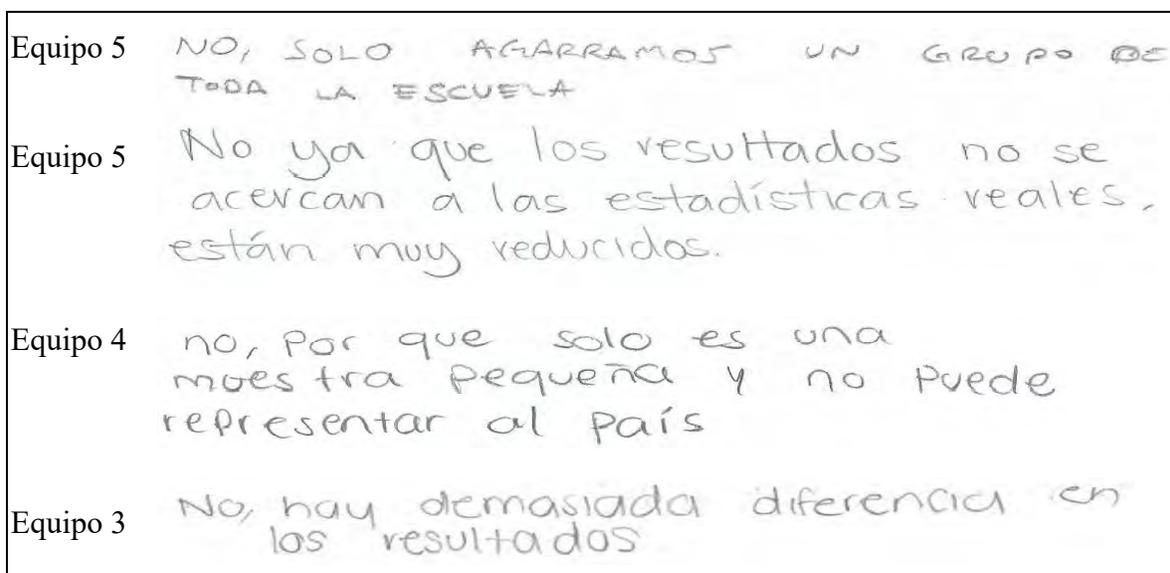
Equipo 3

2 personas → mujeres
2/17 muj



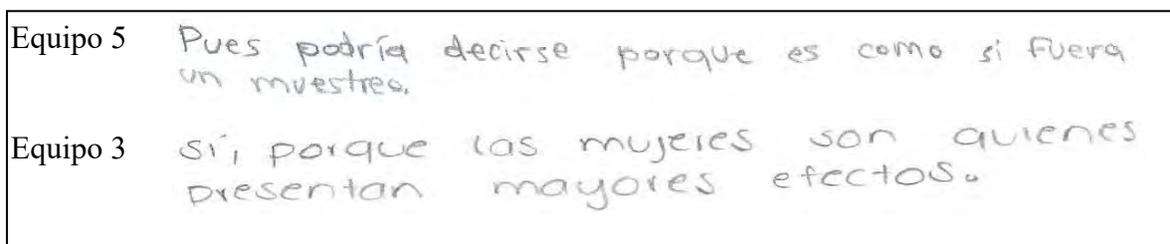
→ El 100% son mujeres.

En lo que respecta al inciso 3 a) prácticamente la mitad de los estudiantes de los equipos ponen en juego el objeto estadístico muestra representativa al reconocer cuando una muestra no tienen dicha característica. Ejemplo de las prácticas correctas que se presentaron en clase son las siguientes:



Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver este inciso fueron los siguientes:

Se piensa que una muestra siempre va a ser representativa de la población de estudio, sin embargo, no considera que el muestreo se realiza precisamente para obtener una muestra que tenga dicha característica (Equipo 5). Además, se toma en cuenta que en la población las mujeres son las que presentaron en su mayoría dengue, no obstante, no se considera la diferencia en los porcentajes de la muestra de estudiantes del salón de clases respecto a la población (Equipo 3). Ejemplo de las prácticas mencionadas se presentan en el recuadro siguiente:



En el inciso 3 b) se encontraron variedad de prácticas, en su mayoría había equipos que proponían tomar una muestra a en hospitales. Se esperaba que el objeto estadístico tipos de muestreo se reflejara en las respuestas de los estudiantes, lo que sucedió de forma indirecta. Ejemplo de las prácticas puestas en juego se presentan en la imagen siguiente:

Equipo 1	En un hospital, ya que hay muchas personas internadas.
Equipo 4	En un hospital, igual proporción de hombres y mujeres
Equipo 3	Haciendo la encuesta a todos los estudiantes de México
Equipo 4	ciudad o Estado Hacerlo a nivel
Equipo 5	Una muestra de mayor tamaño para poder obtener datos más cercanos.

Un estudiante del Equipo 4 propuso un tipo de muestreo, tal como se esperaba, sin embargo, escribió de manera errónea el término estadístico, como se puede ver en el siguiente recuadro:

Equipo 4	Selectivo simple
----------	------------------

En lo que respecta al inciso 3 c) la mayoría contesta de manera apropiada explicando de diversas formas la necesidad de una muestra representativa para el análisis de una población. Ejemplo de las prácticas efectivamente concluidas son las que se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 1	Para llegar una conclusión futura más efectiva al encontrar un patrón
Equipo 1	Para que la gráfica sea más completa, y tomar la mejor decisión.
Equipo 3	Acercarse mas a las verdaderas cifras
Equipo 4	Poder tener datos más acertados y resolver de mejor manera la problemática.
Equipo 4	Poder obtener resultados buenos para el estudio de esta enfermedad y búsqueda de prevenciones.

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple el objetivo “...lleve a cabo parcialmente el protocolo que sigue un estadístico”, para ello se llevó a cabo la tarea de realizar el protocolo de un estadístico parcialmente (Realice una encuesta, recolecte datos, analice los datos, emita conclusiones).

En general, se concluye que se cumple el propósito de la Actividad 2 el cual es “que el estudiante efectúe conversiones de un valor decimal a porcentaje, construya un significado (intuitivo) sobre diferencia significativa y lleve a cabo parcialmente el protocolo que sigue un estadístico”.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias disciplinares extendidas: V; y las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

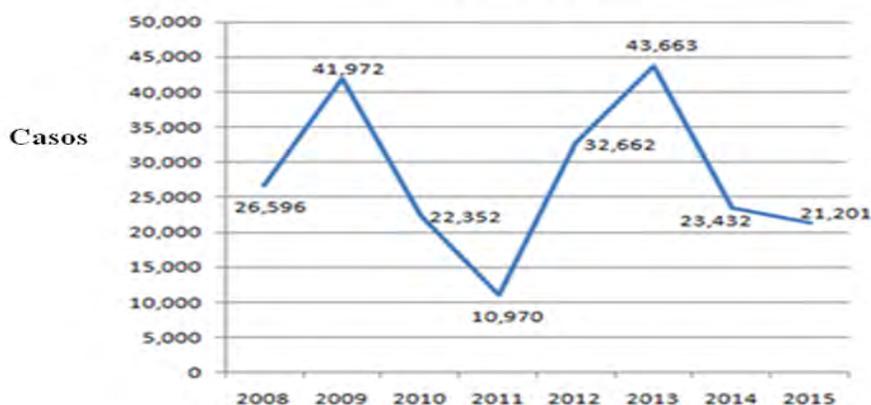
Actividad 3

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 3 (la cual se encuentra en el Anexo A), para lo cual se toma como referencia la parte de la actividad que se encuentra en el siguiente recuadro (a partir de la Tabla A1 se responden los incisos 1,2 y 3; y a partir de la Gráfica A1 se responden los incisos 4 y 5):

DATOS	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
FD confirmados	26,596	41,972	22,352	10,970	32,662	43,663	23,432	21,201	

Tabla A1. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015.

Gráfica A2. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015



Inciso 1

¿Considera que aumentó o disminuyó el número de casos confirmados de FD de 2008 a 2015? ¿A qué cree que se deba esto?

Algunos de los equipos ponen en juego los siguientes objetos intervinientes: variabilidad dado que perciben que los valores asociados a la variable estadística, casos confirmados de FD por año, no son los mismos, sino que éstos aumentan y disminuyen año con año; así como el objeto estadístico variable estadística como interviniente que permitió que se pudiera realizar la lectura de una tabla al identificar ésta en el eje de las abscisas ; y la idea de frecuencia absoluta en términos de la cantidad de personas que fueron confirmadas con FD. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de los objetos intervinientes que se acaban de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1	Tuvo declives y aumentos, pero al final quedó menor, considero que fue a causa de falta de prevención o alguna otra epidemia
Equipo 4	En algunos años llegó a aumentar como el 2009, 2012, 2013 y en otros disminuye: 2011, 2014, 2015 A que disminuye, es por que se dan mas vacunas para encontrar una vacuna A que aumenta: que el mesaje de la electoración y se hace fuerte
Equipo 3	varian los casos confirmados cada año. pero si bajo un poco, pero no es significativo.

Un conflicto semiótico que se presentó al resolver el inciso fue el siguiente:

No consideran la variabilidad al emitir su respuesta; dado que no se manifiesta que observen lo que sucede en periodos de tiempo de 2008 a 2015, sino solo se limitan a hacer comparaciones de observaciones puntuales, lo que refuerza lo que nos dicen Batanero et al. (2011) acerca de que en la escuela se fomentan las explicaciones de tipo determinista. Ejemplo de ello se refleja en las siguientes prácticas realizadas por algunos equipos:

Equipo 2	disminuyor debido a la precaucion tomada con las campanas
Equipo 3	tiene tendencia a aumentar
Equipo 4	aumento, en el 2011 fue el año donde hubo menos y en el 2013 aumento notablemente
Equipo 5	Puede que haya subido un poco debido al incremento de población.

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple parcialmente el objetivo "...que el estudiante identifique variabilidad de un conjunto de datos a partir de información proporcionada en una tabla", para ello se llevó a cabo la tarea de analizar e interpretar los datos proporcionados en una tabla.

Inciso 2

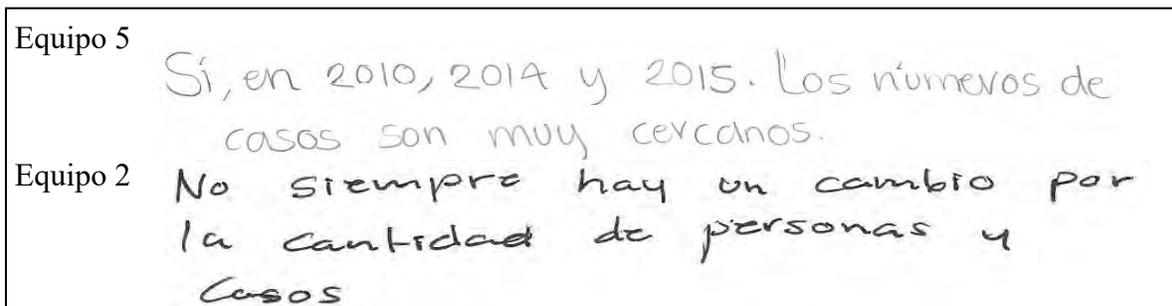
Observa alguna tendencia en la cantidad de casos confirmados de FD, descríbala.

Algunos estudiantes que conforman los diversos equipos ponen en juego los siguientes objetos intervinientes: variable estadística, variabilidad y frecuencia absoluta. A partir de ello identificaron regularidades en el conjunto de datos, y en ocasiones marcaban en la tabla los patrones que encontraban (Equipo 3). Ejemplo de las prácticas realizadas se encuentran en el siguiente recuadro:

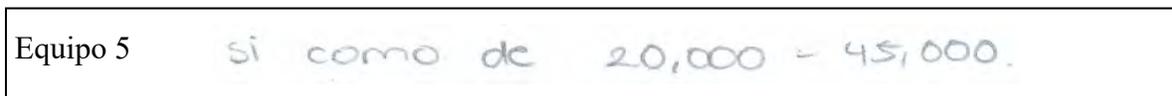
Equipo 1	Cada 2 años aumenta y cada 2 años disminuye.																				
Equipo 3	<table border="1"> <thead> <tr> <th>DATOS</th> <th>2008</th> <th>2009</th> <th>2010</th> <th>2011</th> <th>2012</th> <th>2013</th> <th>2014</th> <th>2015</th> <th>2016</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>FD confirmados</td> <td>26,596</td> <td>41,972</td> <td>22,352</td> <td>10,970</td> <td>32,662</td> <td>43,663</td> <td>23,432</td> <td>21,201</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">+ Tabla A1. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015. +</p>	DATOS	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FD confirmados	26,596	41,972	22,352	10,970	32,662	43,663	23,432	21,201	
DATOS	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016												
FD confirmados	26,596	41,972	22,352	10,970	32,662	43,663	23,432	21,201													
Equipo 2	Si disminuye 2 años y sube 2 años comienza aumentando y despues disminuye algunos cosas disminuye totalmente.																				

Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver el inciso 2 fueron los siguientes:

La tendencia se confunde con la idea de frecuencias absolutas parecidas. Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas por dos equipos, las cuales se presentan a continuación:



Otro conflicto semiótico que se presentó es que se describe la tendencia en términos de un rango. Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas, las cuales se presentan a continuación:



En este inciso se esperaba que se dificultara el observar tendencias a partir de información presente en una tabla, sin embargo, algunos estudiantes presentes en diferentes equipos cumplieron el objetivo propuesto "...que el estudiante identifique y describa tendencias de un conjunto de datos a partir de información proporcionada en una tabla", para el cual se realiza la tarea de analizar e interpretar los datos proporcionados en una tabla.

Inciso 3

¿Cuántos casos de FD cree que se presenten en 2016? Tomando en cuenta la Tabla A1. Justifique su respuesta. Acceda a la página de la Dirección General de Epidemiología y compare su predicción con lo que pasó realmente. ¿Fue parecido? (Complete la tabla con los datos reales de 2016)

La mayoría de los equipos pudo conjeturar, y presentan justificación alguna del por qué de sus conjeturas las cuales fueron variadas desde considerar la media de los casos de dengue por año, justificar en términos del contexto, considerar el comportamiento de la población a partir de la tabla de datos, entre otras.

Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de algunas prácticas que ponen en juego:

Equipo 1 Aumentará por la tendencia que hay: 27,856 aprox. porque sume todo y saque el promedio

Equipo 2 Menor gracias al avance de la medicina y prevención para este problema

Equipo 2 a un aproximado de 24 mil personas

Equipo 3 aumentara a 42,402 personas segun la tendencia

Equipo 4

DATOS	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
FD confirmados	26,596 ↓	41,972 ↑	22,352 ↓	10,970 ↓	32,662 ↑	43,663 ↑	23,432 ↓	21,201 ↓	

Tabla A1. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015.

Imagino que habrá bajado al igual que los últimos 2 años.

Equipo 4 entre 32000 y 33000 casos

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea que consiste en realizar predicciones acerca del comportamiento de un conjunto de datos.

Inciso 4

¿Observa alguna tendencia en los casos confirmados de FD de 2008 a 2015? Justifique su respuesta.

La mayoría de los equipos pudo describir tendencias a partir de un gráfico de líneas, en algunos casos permanecían con la respuesta del Inciso 2, y en otros cambiaban su respuesta. También se presentó un caso en el que el cambio del lenguaje tabular al lenguaje gráfico favoreció que la idea anterior de tendencia en términos de rango cambiara a la idea que se

promueve. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de algunas prácticas que ponen en juego:

Equipo 1	A partir del 2009 cada dos años disminuye y luego aumenta.
Equipo 3	asi como lo anterior sube y baja 2 años en cada caso
Equipo 3	los casos confirmados aumentan dos años, pero los siguientes dos disminuyen y los 2 años siguientes vuelven a aumentar
Equipo 3	Si, sube y baja drásticamente.

Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver el inciso 4 fueron los siguientes:

Se tiene la idea de que si el valor de la variable estadística crece (o en caso contrario decrece) es cuando se detecta una tendencia. Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas por un miembro de un equipo, las cuales se presentan en las siguientes imágenes:

Equipo 2	No porque cambian los casos y bajaron
----------	---------------------------------------

La tendencia se confunde con la idea de frecuencias absolutas parecidas. Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas, las cuales se presentan a continuación:

Equipo 4	La tendencia fue vista en los años 2008, 2010, 2014 y 2015, ya que son cantidades de casos muy parecidas
----------	--

Otro conflicto semiótico que se presentó es que se describe la tendencia en términos de un rango. Ejemplo de ello se refleja en las prácticas realizadas, las cuales se presentan a continuación:

Equipo 3 Entre 20,000 y 25,000 son los casos que más tendencia tienen

También ocurre que solo se toman en cuenta observaciones puntuales. Lo cual se puede constatar en la imagen que sigue:

Equipo 4 en el 2009 y 2013 aumentó

En este inciso se esperaba que se superara la dificultad de observar tendencias a partir de información presente en una tabla lo cual sucedió en algunos casos, y en otros se mantuvieron las interpretaciones, pero también se presentaron algunos conflictos semióticos por lo que se puede concluir que se cumple parcialmente el objetivo "...que el estudiante identifique y describa tendencias de un conjunto de datos a partir de información proporcionada en un gráfico de líneas", donde se llevó a cabo la tarea de analizar e interpretar los datos proporcionados en un gráfico. En posteriores actividades se espera que mejore la interpretación de los estudiantes, así como el significado personal de la tendencia.

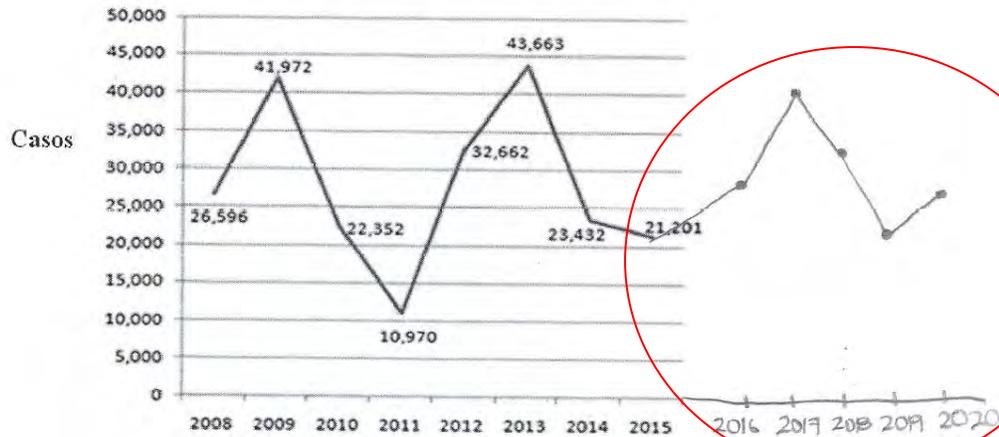
Inciso 5

Describe el comportamiento tentativo de los casos confirmados de FD para el año 2020. Argumente éste. Continúe el trazo de la Gráfica A2 para el año 2020.

La mayoría de los equipos pudo conjeturar, y presentar justificación alguna del por qué de sus conjeturas, haciendo referencia al comportamiento de la población y al contexto. Algunas prácticas que se registraron en las hojas de trabajo fueron las siguientes:

Equipo 1

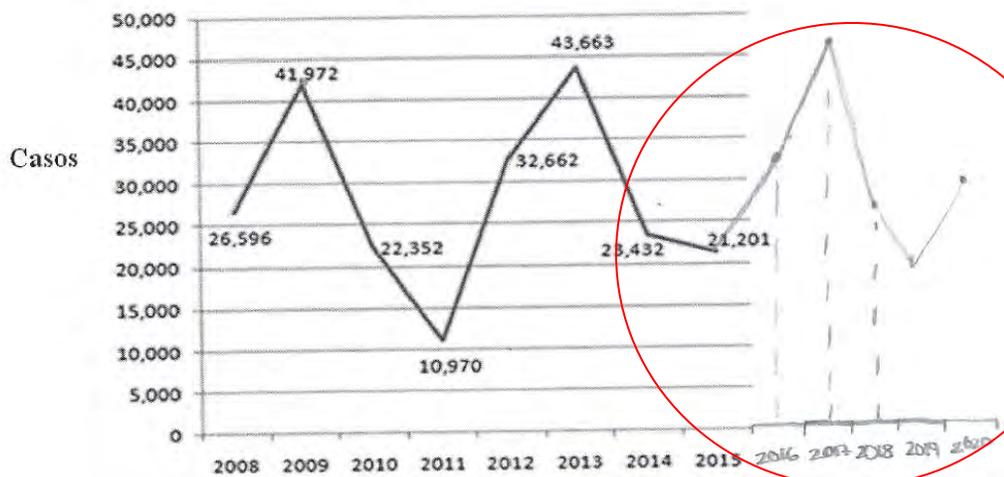
Gráfica A2. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015



Aumenta & Disminuye.
Será de unos 30,000 aprox.

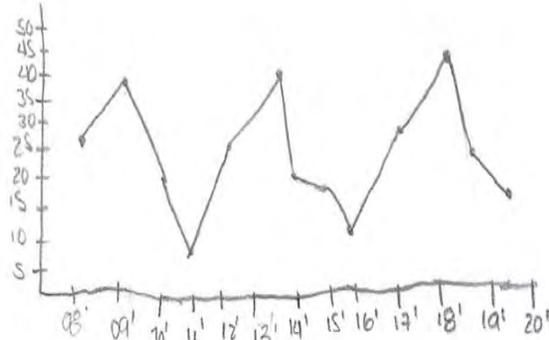
Equipo 1

Gráfica A2. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015



Seguro el mismo patrón, a menos de que se hayan tomado medidas preventivas provocando una disminución considerable antes de que vuelva subir.

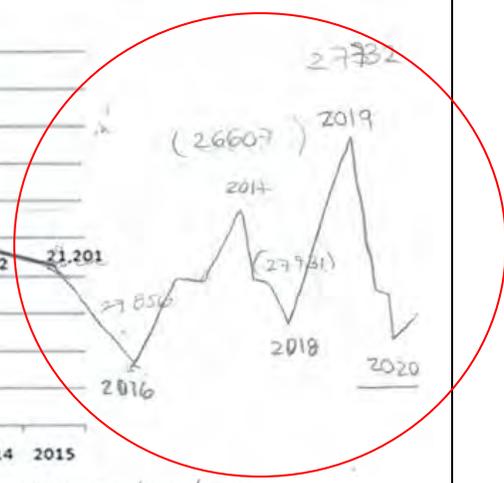
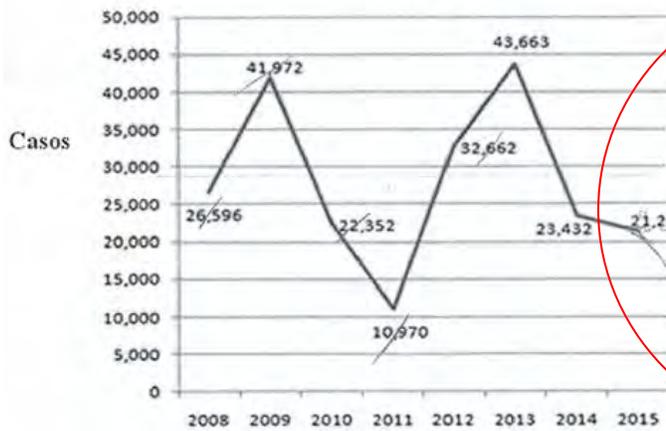
Equipo 3



Seguirá aumentando y disminuyendo, solo que las cifras irán aumentando más porque no hay tanta disminución.

Equipo 4

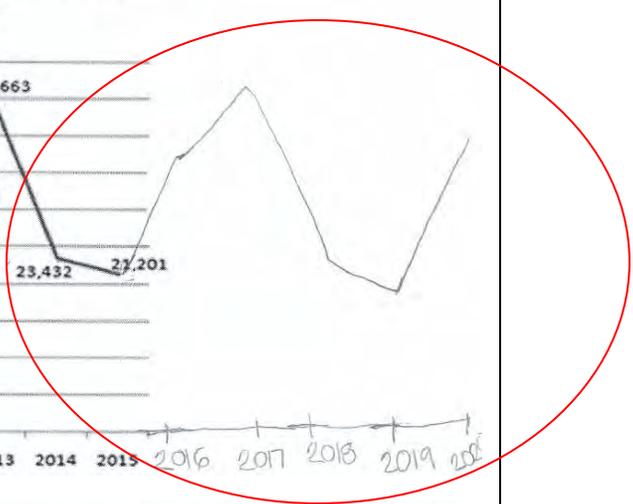
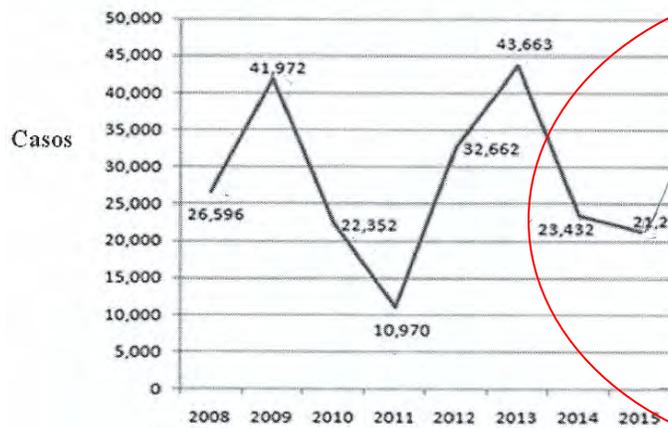
Gráfica A2. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015



Para el año 2020 se calculan 27,733 casos

Equipo 5

Gráfica A2. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015



En los años 2016 y 2017 los casos aumentarán. En 2018 y 2019 disminuirán y en 2020 aumentarán.

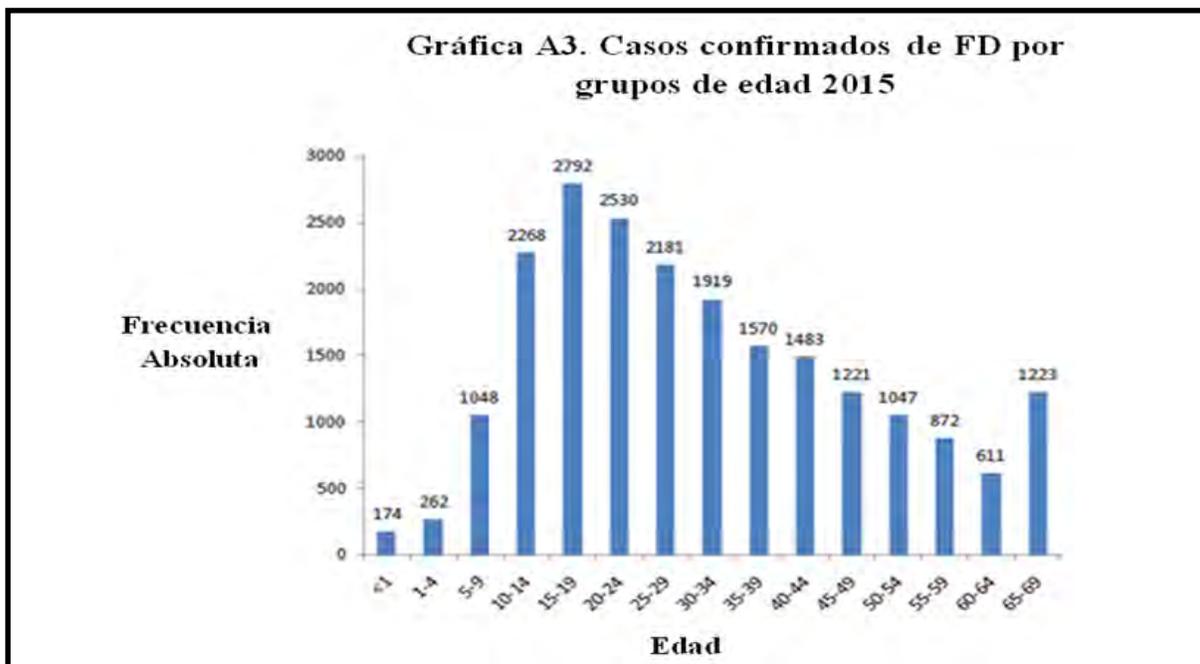
De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea que consiste en realizar predicciones acerca del comportamiento de un conjunto de datos.

En general, se cumple parcialmente el objetivo de la Actividad 3, el cual es “que el estudiante identifique variabilidad y describa tendencias de un conjunto de datos a partir de información proporcionada en una tabla y un gráfico”.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias disciplinares extendidas: V; y las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Actividad 4

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 4 (La cual se encuentra en el Anexo A), para lo cual se toma como referencia la parte de la actividad que se encuentra en el siguiente recuadro:



Inciso 1

¿Cuál es la variable estadística que está presente en la Gráfica A3? ¿Qué tipo de variable es?

La mayoría contestó el inciso 1 de acuerdo a lo que se esperaba, esto puede deberse a que los tipos de variable son objetos estadísticos intervinientes de los estudiantes. No obstante, la variable estadística se presenta de forma discretizada, sin embargo, en el significado personal de los estudiantes no se encuentra tal objeto estadístico. Ejemplo de de las prácticas efectivamente realizadas se presentan en el recuadro siguiente:

Equipo 1	edad, es variable cuantitativa
Equipo 2	La edad, que son numéricas discretas.

Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver este inciso fueron los siguientes:

Se presentaron varios casos en los que se confunde el tipo de variable con otros tipos que no corresponden, lo cual puede deberse a que el significado personal sobre el objeto estadístico está en construcción. Ejemplo de las prácticas efectuadas por los estudiantes se presentan en la imagen siguiente:

Equipo 1	La edad ordinal continua
Equipo 4	Edad, cualitativa nominal cerrada
Equipo 5	Variable estadística nominal.

Un estudiante del Equipo 2 no tiene claro el significado del objeto estadístico tipos de variable por lo que se presenta una disparidad entre su significado personal y el significado institucional. Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 2	Edad, Personas, Frecuencias
----------	-----------------------------

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea “Analice e interprete un gráfico de barras”.

Inciso 2

Proporcione 10 valores que podrían pertenecer al grupo [15,19].

La mayoría completa satisfactoriamente el inciso, esto puede deberse a que el significado personal del objeto estadístico tipos de variables es sólido. Ejemplo de algunas de las prácticas que se realizaron se presentan en la imagen siguiente:

Equipo 2	15,1 mes.	16 años , 6 meses
	15, 3 meses.	17 años
	15, 6 meses.	17 años , 6 meses
	15, 9 meses.	18 años
	15, 11 meses.	18 años , 6 meses.
Equipo 4	15	15.001, 15.2, 15.31, 15.04, 15.10, 15.5, 15.67, 15.00 15.20, 15.3
	16	16.1, 16.8, 16.11, 16.002, 16.9, 16.7, 16.16, 16.0001 16.02, 16.40
	17	17.1, 17.17, 17.15, 17.0009, 17.9, 17.999, 17.81, 17.20, 17.3
	18	18.02, 18.19, 18.999, 18.98, 18.97, 18.96, 18.96 18.95, 18.94
	19	19.03, 19.02, 19.01, 19.0001, 19.0003, 19.0004, 19.1

Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver este inciso fueron los siguientes:

A pesar de identificar de manera correcta el tipo de variable que se le presenta, no es capaz de proporcionar valores decimales. Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en el recuadro:

Equipo 1	15, 16, 17, 18, 19
----------	--------------------

Se presentaron tres casos en los que se confunden los valores asociados a la variable estadística con la frecuencia absoluta, esto podría deberse a que los objetos estadísticos intervinientes de los estudiantes en realidad no tienen ese status. Algunas prácticas se presentan en la imagen siguiente:

Equipo 5	2500,	350
	2000	600
	15000,	2200
	1000	1650
	1100	
	500	

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea “Analice e interprete un gráfico de barras”.

Respecto a la dificultad reportada en la literatura por Lee y Meletiou (2003), quienes mencionan que los estudiantes ven los histogramas (también válido para el gráfico de barras donde se analiza una variable discretizada como la de la Gráfica A2) como observaciones individuales en cada barra, se concluye que el inciso 2 logra que el estudiante tenga una visión correcta del objeto estadístico gráfico de barras, en particular del tipo de variable estadística y por ende de los valores que ésta puede tomar en un determinado intervalo de clase.

Inciso 3

Como no se conocen realmente las edades exactas de los casos confirmados FD en el grupo de [15,19] años, ¿qué valor de la variable estadística podría ser un buen representante del grupo? Justifique su respuesta.

La mayoría considera alguna medida de tendencia central para dar solución al problema, también se menciona la marca de clase la cual es un objeto que se declara como emergente para esta actividad, sin embargo, los estudiantes con los que se llevó a cabo la puesta en escena tenían un significado personal acerca de la marca de clase. Ejemplo de algunas de las prácticas que se realizaron se presentan en la imagen siguiente:

Equipo 4	17 ← es el resultado de la mediana
Equipo 1	Sacamos la marca de clase, para usar el punto medio $15 + 19 = 34 / 2 = 17$ 17 años sería la representativa o bien 15 19 (17) 15 19
Equipo 2	la media para dar un valor en promedio a las edades más cercanas
Equipo 2	un valor en promedio a las edades más cercanas

Solo se presentó un caso en el cual al parecer no se entendió la indicación del inciso, lo cual se puede constatar en las prácticas realizadas presentes en el recuadro siguiente:

Equipo 5	Cuantitativa ordinal, por que se tiene orden en las edades va subiendo el porcentaje.
----------	---

Inciso 4

Conteste las siguientes preguntas:

- ¿En qué grupo se localiza la mediana del conjunto de datos? Realice los cálculos correspondientes.
- ¿Qué valor de la variable edad (**un solo valor**) divide en dos partes iguales (con igual porcentaje de datos a cada lado) al conjunto de datos? Justifique su respuesta.
- ¿Cuál es el rango de edades de las personas confirmadas con FD?

Al resolver el inciso a) la mayoría considera solamente los valores posibles de la variable estadística para ubicar a la mediana, lo que hace sospechar que presentan dificultad en localizar la mediana cuando los datos se encuentran agrupados en intervalos de clase, lo que es razonable puesto que solo han tratado los datos en bruto. Toman como datos los valores posibles de la variable estadística y siguen el procedimiento para localizar la mediana (Equipo 1). En su minoría (dos estudiantes), dan un rango estimado de donde se localiza la mediana, sin embargo, no presentan cálculos. Ejemplo de las prácticas realizadas se reflejan en la imagen siguiente:

Equipo 1	1-4, 5-9, 10-14, 15-19, 20-24, 25-29, 30-34, 35-39, 40-44, 45-49, 50-54, 55-59, 60-64, 65-69
	→ 30-34 años
Equipo 2	En un rango de [30-39] años.

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que no se cumple la tarea “Identifique y/o cuantifique en un gráfico la mediana”.

Respecto al inciso b) la mayoría coincide en que es el valor asociada a la mediana, pero como anteriormente lo calculan mal (Equipo 5), no logran sobrepasar la dificultad que se les presentó anteriormente, por lo cual se sugiere una orientación para el profesor. También se presentaron casos en los que tomaron en rango y lo dividieron entre dos, entre otros. Algunas de las prácticas registradas se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 5 En el grupo de [30 - 34] años
32 es la mediana

Equipo 1 el de 34 porque
los sume y dividi
entre 2. y medio entre
ese rango

Equipo 1 (0 - 69)

$$\begin{array}{r} 35 \\ 2 \overline{)70} \\ \underline{6} \\ 10 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 - \\ \underline{1} \\ 34 \end{array}$$
 El valor es de 34 años
porque al juntar los
intervalos se le resta y se
suma 1

Equipo 2 El 35 porque se toman datos
antes de cumplir un año.

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que no se cumple la tarea “Identifique y/o cuantifique en un gráfico la mediana”.

Al resolver el inciso c) la mayoría realiza el procedimiento para calcular el rango de manera correcta, puesto que el rango es un objeto estadístico interviniente. Ejemplo de las prácticas llevadas a cabo se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 3 $69 - 0 = 69$ y
d mayor - d menor

Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver este inciso fueron los siguientes:

Se presenta el rango como se define en otras áreas de la matemática, como intervalo, en esta ocasión se presenta un ejemplo donde se da un intervalo abierto, pero también existe quien lo considera cerrado.

Considerando que el rango es un objeto estadístico interviniente, se presenta una dificultad en construir un significado del rango pero estadísticamente. Ejemplo de las prácticas llevadas a cabo se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 1 (0 - 69)

También se presentó un caso en el que se calculó el rango pero sin considerar que la variable estadística comienza en cero, por lo que se observa una dificultad al leer la gráfica. Ejemplo de las prácticas llevadas a cabo se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 3 $69-1$ $R = 68$

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea “Identifique y/o cuantifique en un gráfico el rango”.

Inciso 5

¿Existe mucha o poca variabilidad en la **edad** de las personas que fueron confirmadas con dengue (Gráfica A3)? ¿Por qué? ¿Cuánto sería el valor del rango?

Menos de la mitad de los estudiantes realizan prácticas correctas acerca del objeto estadístico variabilidad. Algunas de las prácticas que se registraron son las de la imagen siguiente:

Equipo 4 Es mucha variabilidad, hay personas desde menores de un año hasta 69 años, 69 años de diferencia
 $R = 69$ (Por los cuidados)

Equipo 4 Mucha variabilidad, ya que no se repite ningún valor de las personas afectadas por el FD

Equipo 1 Había mucha variabilidad, por que abarcan muchas edades al ser una cantidad de gente grande.

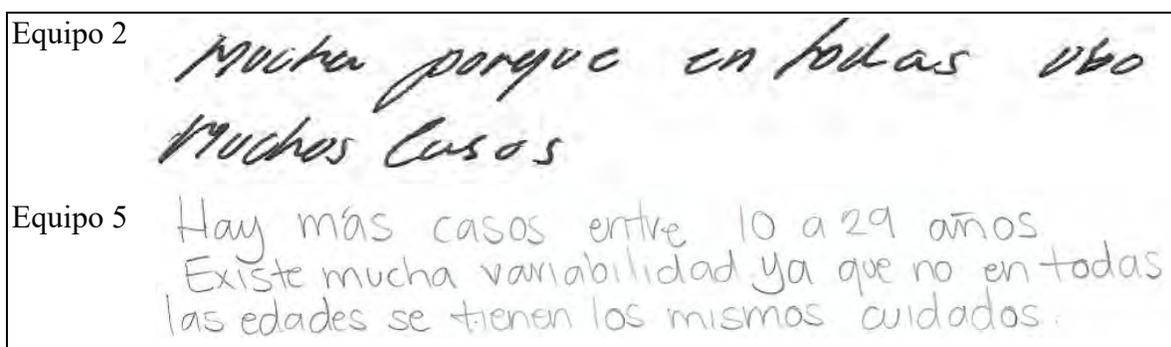
Equipo 3 Hay mucha variabilidad, por el estilo de vida de las personas según su edad.

Equipo 1 Existe mucha variabilidad, ya que son 15 intervalos que constan de 4 años de edad. $R = 69$

Equipo 3 Muchas; porque la mayoría de las edades esta concentrada ahí. Los bebés tienen cuidados especiales.

Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver este inciso fueron los siguientes:

Se confunde al observar variabilidad en las frecuencias, no en la variable. Las siguientes prácticas reflejan el conflicto:



En este inciso se esperaba que para los estudiantes fuera difícil contestar acerca de la variabilidad del conjunto de datos, y en pocas ocasiones así resultó. Se concluye que se cumple parcialmente la tarea “Reflexione acerca de la variabilidad de un conjunto de datos representados en un gráfico de barras”.

En actividades posteriores se continuara con la construcción del significado de un objeto estadístico central en Estadística, la variabilidad.

Según la dificultad que encontraron Loosen et al., (1985), citados por Batanero et al., (1994), quienes hicieron notar que “muchos libros de texto ponen mayor énfasis en la heterogeneidad entre las observaciones que en su desviación respecto de la posición central” (p.6), se puede concluir que este tipo de preguntas acerca de la variabilidad del conjunto de datos va encaminada a que los estudiantes puedan interpretar de acuerdo a como se espera institucionalmente, lo que se puede observar en el tipo de prácticas que presentaron los estudiantes. Adicionalmente se contemplan orientaciones para el profesor, que tienen el objetivo de que el total de los estudiantes realicen prácticas apropiadas.

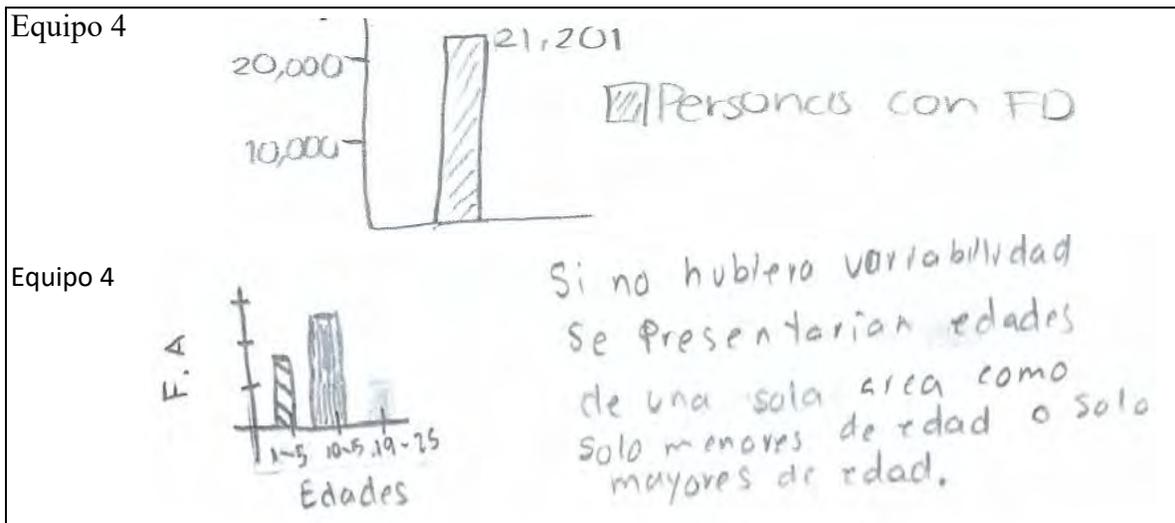
Respecto a lo que señalan Lee y Meletiou (2003) acerca de que los estudiantes tienen algunas dificultades, entre ellas, la costumbre de ver el eje vertical y comparar las diferencias en las alturas de las barras cuando comparan la variación de dos histogramas, este inciso está encaminado a observar correctamente variabilidad en la variable estadística, para posteriormente en la Secuencia 2, se pudiera comparar la variación de dos histogramas como se espera institucionalmente. En conclusión se logra parcialmente superar dicha dificultad, sin embargo, se proporciona una orientación al profesor para que se logre superar la dificultad mencionada en la totalidad de los estudiantes.

Inciso 6

¿Cómo se vería la Gráfica A3 si no hubiera variabilidad en la edad de las personas que fueron confirmadas con dengue? Dibújela y argumente su respuesta.

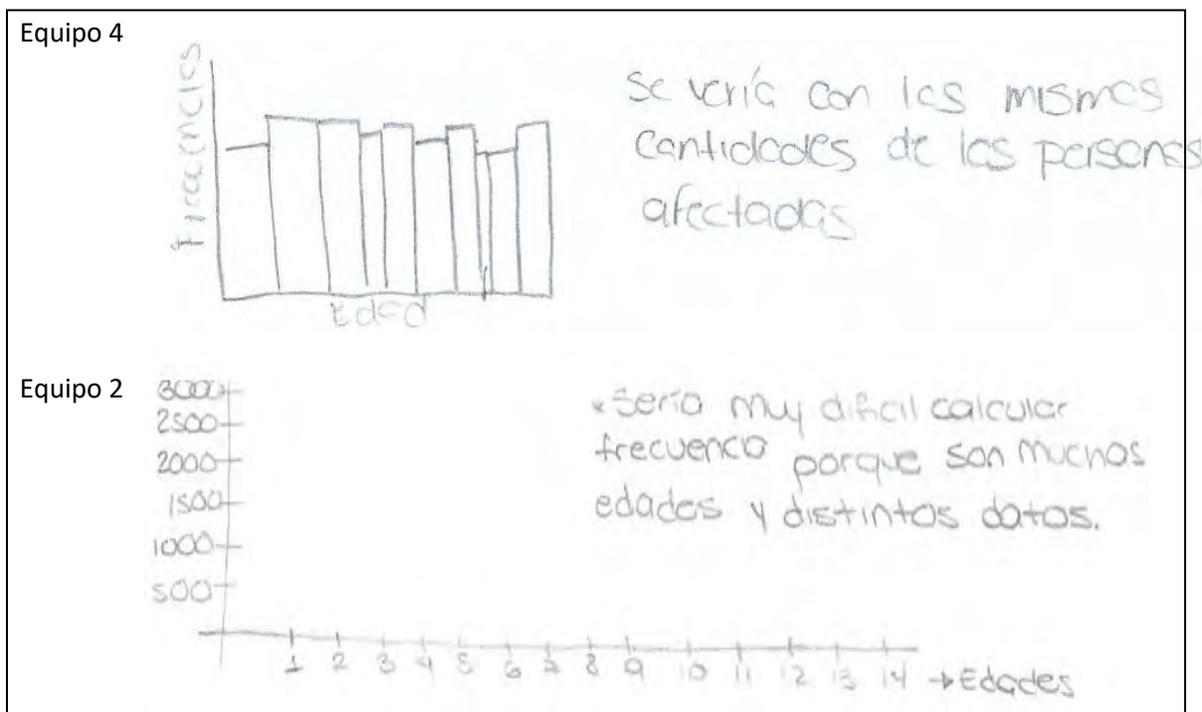
Pocos estudiantes ponen en juego el objeto interviniente variabilidad, dado que perciben que la variable estadística se reduciría a un solo intervalo, o a pocos intervalos (según se

identifica en la práctica discursiva), lo cual podría ser reflejo de un posible conflicto semiótico dado que propone intervalos de una amplitud muy grande. Algunos redujeron a dos o tres intervalos de clase, que si bien no es lo que institucionalmente se espera como respuesta, da idea de que observan variabilidad en la variable estadística. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de los objetos intervinientes que se acaban de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

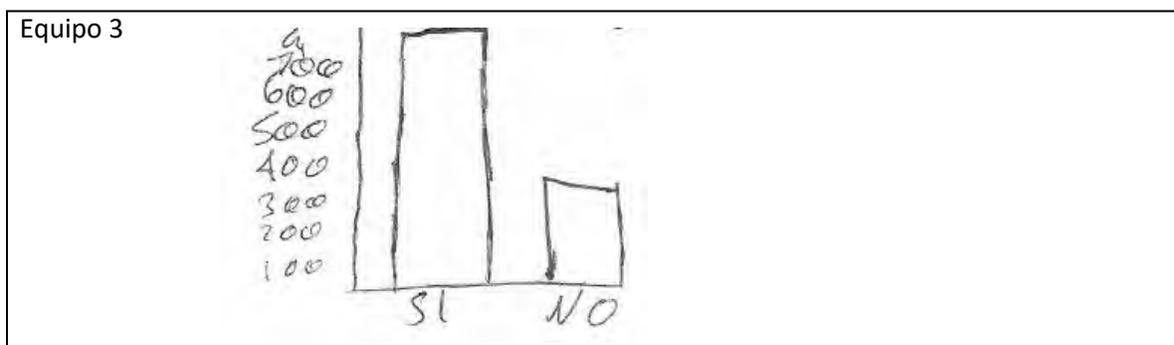


Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver este inciso fueron los siguientes:

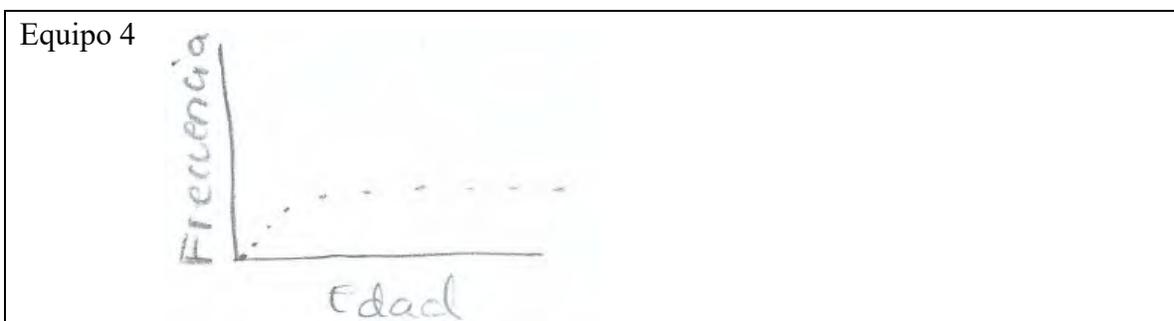
La mayoría de los estudiantes de diferentes equipos observan la variabilidad en las frecuencias, y no en la variable estadística; este conflicto semiótico está registrado en la literatura por Lee y Meletiou (2003). Ejemplo de las prácticas que realizaron se muestran en la siguiente imagen:



Identificar variabilidad cuando la variable que se analiza es de tipo cualitativo nominal debido a que no tendría sentido hablar de dispersión. Pudiera estar pasando que el estudiante esta interpretando la variabilidad solamente en términos de los valores posibles que toma la variable. Ejemplo de las prácticas llevadas a cabo se presentan en el recuadro siguiente:



Pensar el que no exista variabilidad significa que no hay datos por analizar (tal como lo plasma en el sistema de referencia tridimensional). Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:



De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que no se cumple la tarea “Reflexione acerca de la variabilidad de un conjunto de datos representados en un gráfico de barras”. Se incluyen algunas orientaciones para el profesor en el apartado “Descripción de las Actividades” precisamente para que los estudiantes apoyados por el profesor puedan superar los algunos conflictos semióticos que se les han presentado.

En general, se cumple el objetivo de la Actividad 4 el cual es “que el estudiante interprete un gráfico de barras para analizar una variable estadística continua”.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias disciplinares extendidas: V; y las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Actividad 5

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 5 (La cual se encuentra en el Anexo A), para lo cual se toma como referencia la Gráfica A3 que se encuentra al inicio de la descripción de la implementación de la Actividad 4.

Inciso 1

Si la Secretaría de Salud tuviera poco presupuesto para invertir en las personas que fueron picadas por el mosquito transmisor del dengue, ¿a qué edad o edades cree que se le debería prestar más atención? Justifique su respuesta.

La mayoría de los equipos puso en juego el objeto interviniente frecuencia absoluta al contestar el inciso 1, ya que basándose en la situación que se les plantea fueron capaces de escoger el intervalo de clase donde se encuentra la mayor frecuencia absoluta tal como se esperaba (Equipo 4); en otras ocasiones escogían un intervalo más grande donde estaba contenido el intervalo de clase con mayor frecuencia absoluta (Equipo 1). Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto interviniente que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 4	[15, 19], Porque son quienes estan en una etapa de crecimiento continuo y los que son mas afectadas
Equipo 1	de los 10 hasta los 29 porque son las edades con más casos y más riesgo.

Otras respuestas que se presentaron pero con frecuencia de un estudiante fueron las siguientes:

Equipo 1	17 años ya que esa es la marca de clase y es la representación de los de 15-19
Equipo 2	A la edad de <1 ya que son muy pocos casos confirmados.

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea “Analice e interprete un gráfico de barras”.

Inciso 2

¿En qué grupo de edad se presentan menos casos de FD? ¿Por qué cree que pase eso?

La mayoría de los equipos puso en juego el objeto interviniente frecuencia absoluta, ya que basándose en la situación que se les plantea fueron capaces de escoger el intervalo de clase donde se encuentra la menor frecuencia absoluta tal como se esperaba; en otras ocasiones escogían un intervalo más grande donde estaba contenido el intervalo de clase con menor frecuencia absoluta (Equipo 1). Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto interviniente que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 2	<1, porque el cuidado hacia ellos es mayor.
Equipo 4	Menores a 1 año (<1) por la protección de la leche materna, los cuidados y las vacunas
Equipo 1	en los bebés <1 & 1-4, porque se toman muchas precauciones al ser tan pequeños.

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea “Analice e interprete un gráfico de barras”.

Inciso 3

Por cada grupo de edad:

- ¿En cuántas personas se confirmó que tuvieron FD?
- Si suma las frecuencias absolutas (casos confirmados) de todos los grupos, ¿a qué información del problema corresponde?

En el inciso a) la mayoría de los estudiantes (a excepción de tres estudiantes quienes mencionan el total de casos) ponen en juego parcialmente el objeto estadístico distribución de frecuencias al construir la parte de la tabla asociada a las frecuencias absolutas. Ejemplo de las prácticas efectivamente realizadas se presentan la siguiente imagen:

Equipo 4	< 1	174	30-34	1919
	1-4	262	35-39	1570
	5-9	1048	40-44	1483
	10-14	2268	45-49	1221
	15-19	2792	50-54	1047
	20-24	2530	55-59	872
	25-29	2181	60-64	611
			65-69	1223

Al contestar el inciso b) la mayoría de los estudiantes lo hicieron de acuerdo a lo esperado, ya que se concreto la proposición de que la suma de las frecuencias absolutas es igual a la cantidad de datos de la muestra/ población. Solamente dos estudiantes confundieron el estar trabajando con una muestra, cuando realmente es la población. Las siguientes respuestas de

los estudiantes dan muestra del objeto primario que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 4	Total de casos confirmados con fiebre de Dengue en 2015
Equipo 1	Es la frecuencia absoluta acumulada, que corresponde el resultado final el total de población → 21,201 personas
Equipo 1	A la muestra del total de personas confirmadas

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea “Construya la distribución de frecuencias asociada al gráfico de barras” en lo que respecta a las frecuencias absolutas.

Inciso 4

En el grupo de edad [15,19] años:

- a) ¿Cuál es la proporción (frecuencia relativa) de casos de FD?
- b) ¿Cuál es el porcentaje de casos de FD?

Al responder el inciso a) la mayoría de los equipos puso en juego el objeto interviniente frecuencia relativa. La siguiente respuesta da muestra del objeto interviniente que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1	$2792/21,201 = 0.1316$
----------	------------------------

Un conflicto semiótico que se presentó al resolver este inciso fue el siguiente:

Se utiliza de forma errónea la definición de frecuencia relativa al confundir algunos posibles valores que puede tomar la variable estadística con el total de datos (Equipo 2). Ejemplo de ello se presenta a continuación:

Equipo 1	18 7.593
Equipo 2	15, 16, 17, 18, 19 $\frac{2792}{5} = 558.4$

Al responder el inciso b) la mayoría de los equipos puso en juego el objeto interviniente porcentaje. La siguiente respuesta da muestra del objeto interviniente que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 5
$$\begin{array}{l} 21201 - 100\% \\ 2792 - ? \end{array} = 13.16\%$$

Solamente un estudiante no contesto de manera correcta debido a que en el inciso a) usó de forma incorrecta la definición de frecuencia relativa por lo que a pesar de que cálculo bien el porcentaje, éste no se correspondía con lo esperado.

Inciso 5

Conteste las siguientes preguntas:

- a) ¿Cómo será la proporción (frecuencia relativa) de casos de FD en los grupos de [35 ,44] años, respecto a la proporción de casos de FD en el grupo de [15, 19] años? Responda a esta pregunta primero sin hacer cálculos y después haciendo los respectivos cálculos.
- b) Compare los resultados que obtuvo con los respectivos porcentajes y describa lo que observa.
- c) ¿Qué más podría decir atendiendo a la gráfica A3?

La mayoría de los estudiantes contesto de forma correcta el inciso a), en algunos casos argumentaban sus respuestas haciendo las comparaciones pertinentes, en otros casos solamente ponían los cálculos. En ningún caso se presentaron predicciones. Ejemplo de las prácticas efectuadas se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 1
 Será mayor el de [35,44], ya que abarca 2 clases y la suma de esta clase es mayor.

Equipo 1
$$\begin{array}{l} 2792 - 13.16\% \\ 3053 - 14.4\% \end{array}$$

 Diferencia de 1.24%

Equipo 1
$$\begin{array}{l} 2792 \rightarrow 13.19\% \\ 3053 \rightarrow 14.4\% \end{array}$$

 No hay mucha diferencia

Un conflicto semiótico que se presentó al resolver este inciso fue el siguiente:

No se utiliza correctamente la definición de frecuencia relativa, y se confunde el total de datos con algunos posibles valores que puede tomar la variable estadística, que es algo que le había pasado anteriormente a un estudiante al contestar el inciso 4 a). Cabe aclarar que los tres estudiantes que realizaron el problema de forma incorrecta, anteriormente lo habían hecho acertadamente. Ejemplo de las prácticas efectuadas por los estudiantes se presentan en la imagen siguiente:

Equipo 2

$$\frac{3053}{9} = 339.222$$
$$339.222 \div 100 = 3.39\%$$

La mayoría de los estudiantes argumentó de forma correcta. Ejemplo de las prácticas efectivamente realizadas se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 5

Solo hay 1.21% de diferencia, siendo mayor el porcentaje [35-44]

Se presentaron dos casos en los que parece ser que se está considerando en intervalo de clase [35,44] de manera separada.

Equipo 4

Son cantidades muy distintas, por lo tanto los porcentajes de (35,44) serán mas bajos

También se presentaron cuatro casos en los que parece ser que no se entendió el planteamiento del problema.

Respecto al inciso c) hubo respuestas variadas en las que se muestra que los estudiantes interpretan un gráfico de barras. El tipo de prácticas que más se presentan son observar en la Gráfica A3 intervalos de clase donde se presentan las mayores frecuencias absolutas (Equipo 3); en ésta y otras respuestas, se puede observar que los estudiantes observan partes específicas de la gráfica de barras. También se presentan respuestas como las del Equipo 2 en las que no solo se observa un aspecto particular del gráfico, sino el comportamiento de los casos confirmados de FD, pues analizan la variable estadística y la frecuencia absoluta de los diferentes intervalos de clase. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del de los objetos estadísticos que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1

En como la cantidad de afectados según la edad es semejante a la edad de productividad, esto quiere decir que si estás en una edad productiva hay más probabilidad

Equipo 1

los jóvenes son más propensos a adquirir esto y no toman precauciones

Equipo 3

Los más propensos a FD son las personas entre 10 a 34 años

Equipo 4

El mayor porcentaje de casos con FD se presenta en el grupo [15-19], con el 13.17%

Equipo 2

Que mientras más grandes menos casos hay, hasta llegar a el último rango que es donde las personas mayores tienen menos cuidados.

Equipo 2

Los casos van aumentando y disminuyendo sucesivamente en las diferentes edades.

Al analizar las prácticas realizadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea "Analice e interprete un gráfico de barras".

Inciso 6

Conteste las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la proporción (frecuencia relativa) de casos presentes en cada grupo de edad, y su correspondiente porcentaje?
- Si suma las frecuencias relativas de todos los grupos de edad, ¿cuál es el valor que se obtiene? ¿Cómo interpreta ese resultado?
- ¿Cuál es la frecuencia relativa del intervalo $[70,75]$?
- ¿Cuál es el valor más pequeño y más grande que puede tomar la frecuencia relativa?

La mayoría de los estudiantes usan de forma correcta la definición de frecuencia relativa al contestar el inciso a), sin embargo, pocos (5 estudiantes) realizan la conversión de este tipo de frecuencia al respectivo porcentaje. Ejemplo de las prácticas realizadas se pueden observar en la siguiente imagen:

Equipo 1

<1	\rightarrow	0.0820	0.82%
1-4	\rightarrow	0.012357	1.23%
5-9	\rightarrow	0.049431	4.9%
10-14	\rightarrow	0.10697	10.6%
15-19	\rightarrow	0.131691	13.1%
20-24	\rightarrow	0.119333	11.9%
25-29	\rightarrow	0.102872	10.2%
30-34	\rightarrow	0.090514	9.05%
35-39	\rightarrow	0.07405	7.4%
40-44	\rightarrow	0.06994	6.9%
45-49	\rightarrow	0.057591	5.7%
50-54	\rightarrow	0.066364	6.6%
55-59	\rightarrow	0.041130	4.11%
60-64	\rightarrow	0.028819	2.88%
65-69	\rightarrow	0.05768	5.7%

Se presentaron cuatro casos en las prácticas no fueron correctas debido a que el total de datos no era el correcto. Lo cual se muestra en la siguiente imagen:

Equipo 3

$$\frac{174}{2,201} = 7.90\%$$

$$\frac{2181}{2,201} = 99.09\%$$

$$\frac{872}{2,201} = 39.61\%$$

$$\frac{262}{2,201} = 11.90\%$$

$$\frac{1919}{2,201} = 87.18\%$$

$$\frac{611}{2,201} = 27.76\%$$

$$\frac{1048}{2,201} = 47.61\%$$

$$\frac{1570}{2,201} = 71.33\%$$

$$\frac{1223}{2,201} = 55.56\%$$

$$\frac{2268}{2,201} = 103\%$$

$$\frac{1483}{2,201} = 67.37\%$$

$$\frac{2792}{2,201} = 126.8\%$$

$$\frac{1221}{2,201} = 55.47\%$$

$$\frac{2536}{2,201} = 114.99\%$$

$$\frac{1047}{2,201} = 47.56\%$$

Respecto al inciso b) la mayoría de los estudiantes contesta de manera correcta, sin embargo, no siempre se interpreta de forma correcta el resultado. Se presentó un caso en el que al usar decimales la suma de las frecuencias relativas por intervalos de clase era la esperada (Equipo 4). Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 1 1, el total de datos

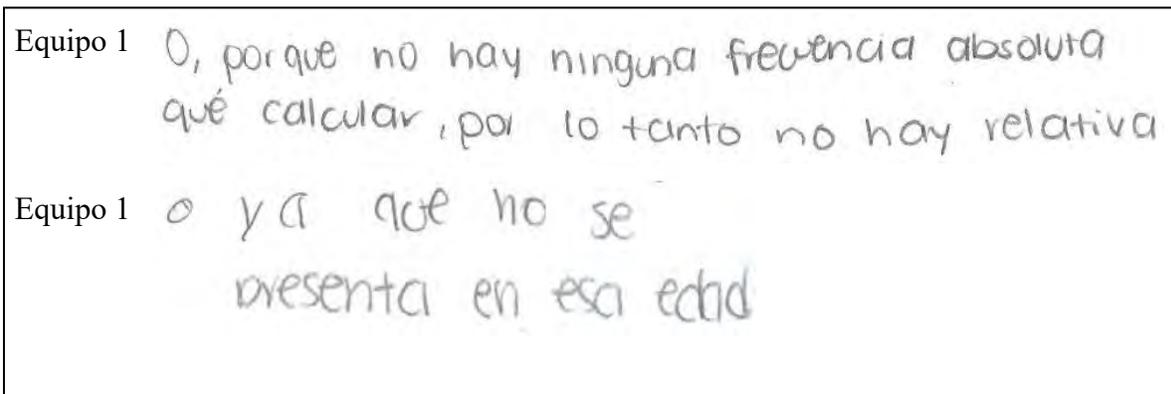
Equipo 1 Se obtiene 1, ya que es la suma de los porcentajes

Equipo 1 1, el 1 es el 100%

Equipo 4 0.99993

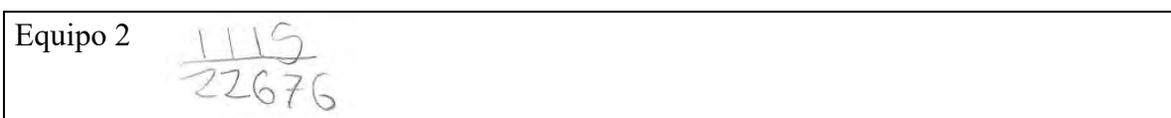
Como se necesita contestar el inciso a) para responder este inciso, los estudiantes que anteriormente lo habían contestado mal, preservan los errores pasados.

La mitad de los estudiantes contestar el inciso c) de acuerdo a lo esperado, sin embargo, en ocasiones no se justificaba de forma adecuada. Algo que hay que valorar es que proporcionaban argumentos a pesar de que en el inciso no se hacía explícito el emitir éstos. Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en el siguiente recuadro:

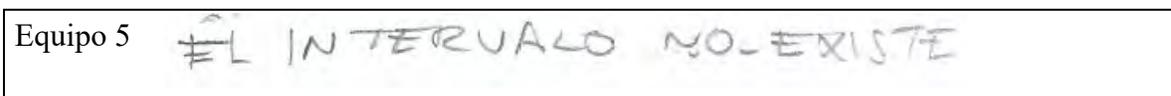


Algunos conflictos semióticos que se presentaron al resolver el inciso c) fueron los siguientes:

Se presentaron tres casos en los que la definición de frecuencia relativa no se usa correctamente. Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:



Las prácticas operativas de un estudiante no son correctas puesto que el intervalo de clase si existe según la variable estadística edad, solo que la frecuencia relativa en éste es cero. Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:



Se piensa que cuando no se presentaron casos en un intervalo de clase quiere decir que el conjunto es vacío, sin embargo, la teoría de conjuntos menciona que el conjunto vacío es único, y en este caso hay otros intervalos de clase donde la frecuencia relativa es cero. Además, la frecuencia relativa toma valores en el intervalo $[0,1]$. Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:



Se piensa que el objeto interviniente frecuencia absoluta siempre debe ser mayor de cero. Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 2 no hay algún dato que se pueda calcular.

Un conflicto semiótico de carácter operativo es el que se presenta en una estudiante al concluir en sus prácticas que cero dividido por un número entero es infinito.

Equipo 4 $\frac{0}{21201} = \emptyset$

La mayoría de los estudiantes logran construir la proposición “los valores que puede tomar la frecuencia relativa pertenecen al intervalo $[0,1]$ ”. Muchos de los estudiantes que anteriormente (en el inciso c) habían contestado incorrectamente, en este inciso contestaron de forma adecuada, solo dos estudiantes mantuvieron su respuesta la cual fue incorrecta (Equipo 4). Las prácticas efectuadas se presentan la siguiente imagen:

Equipo 1 0 y 1

Equipo 4 \emptyset y 1

Un conflicto semiótico que se presentó en dos estudiantes fue el confundir los valores que toma la variable estadística con las frecuencias, además uno de éstos, considera los valores de la muestra (Equipo 2).

Equipo 3 0 y 21561

Equipo 2 0.001 2792

A partir de las respuestas de los estudiantes se concluye que se cumple la tarea “Construya la distribución de frecuencias asociada al gráfico de barras” en lo que respecta a la frecuencia relativa.

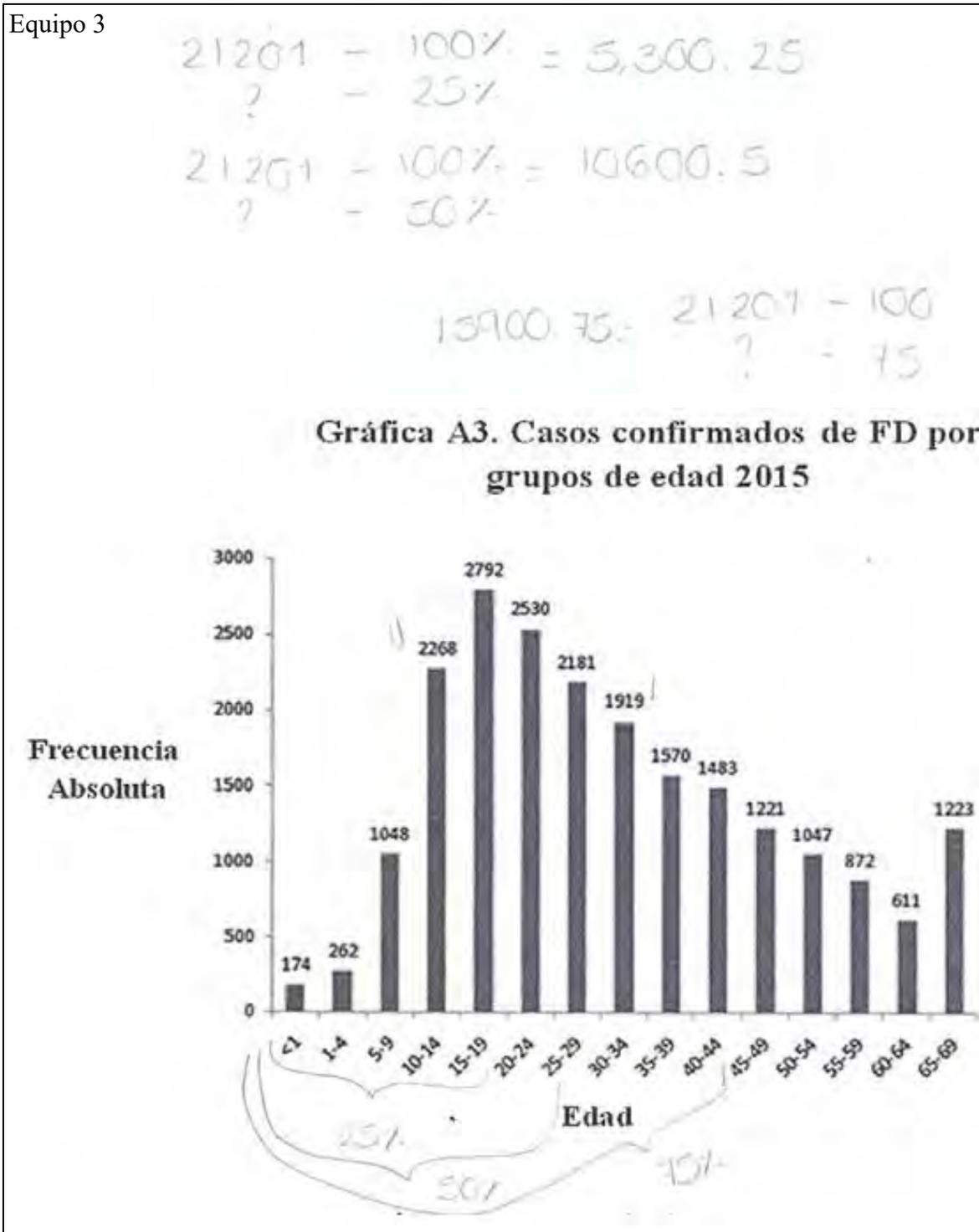
Inciso 7

La Secretaria de Salud cree conveniente invertir en los casos registrados de dengue por edades a partir de la menor edad posible, para ello separó los grupos de edad por porcentajes. Determine la edad hasta la cual se acumula (aproximadamente):

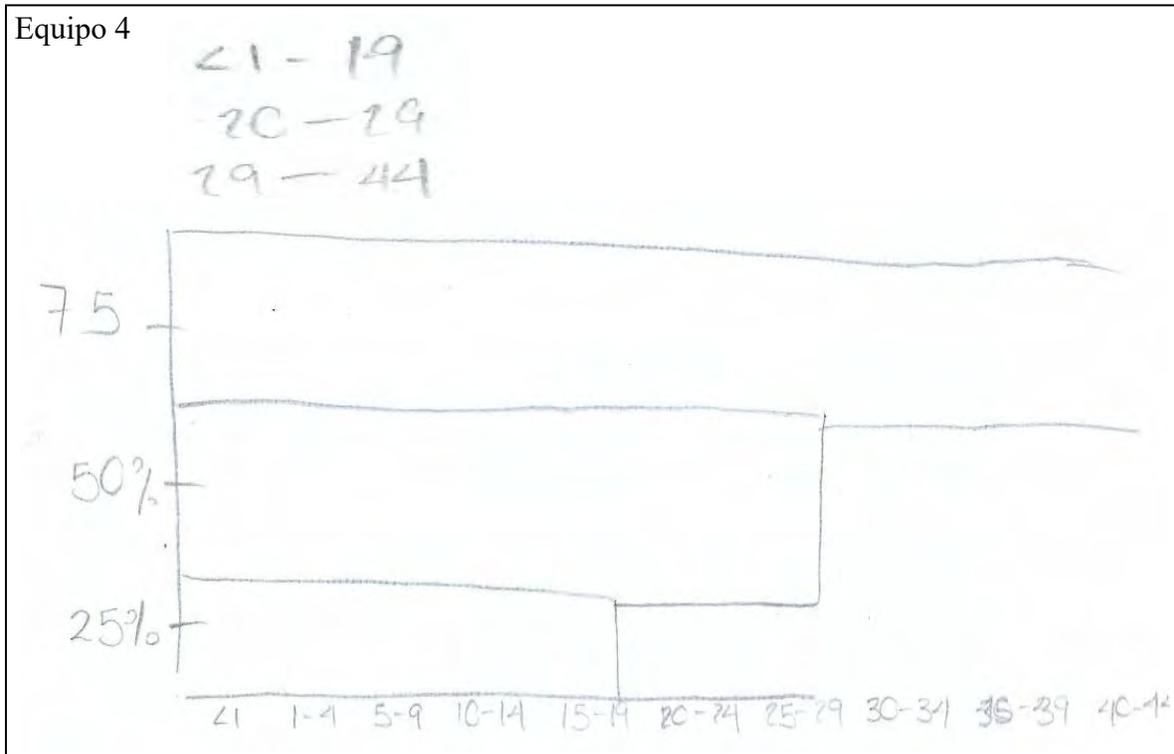
- 25% de los casos de FD
- 50% de los casos de FD
- 75% de los casos de FD

Marque en la Gráfica A3 éstos grupos con los respectivos porcentajes.

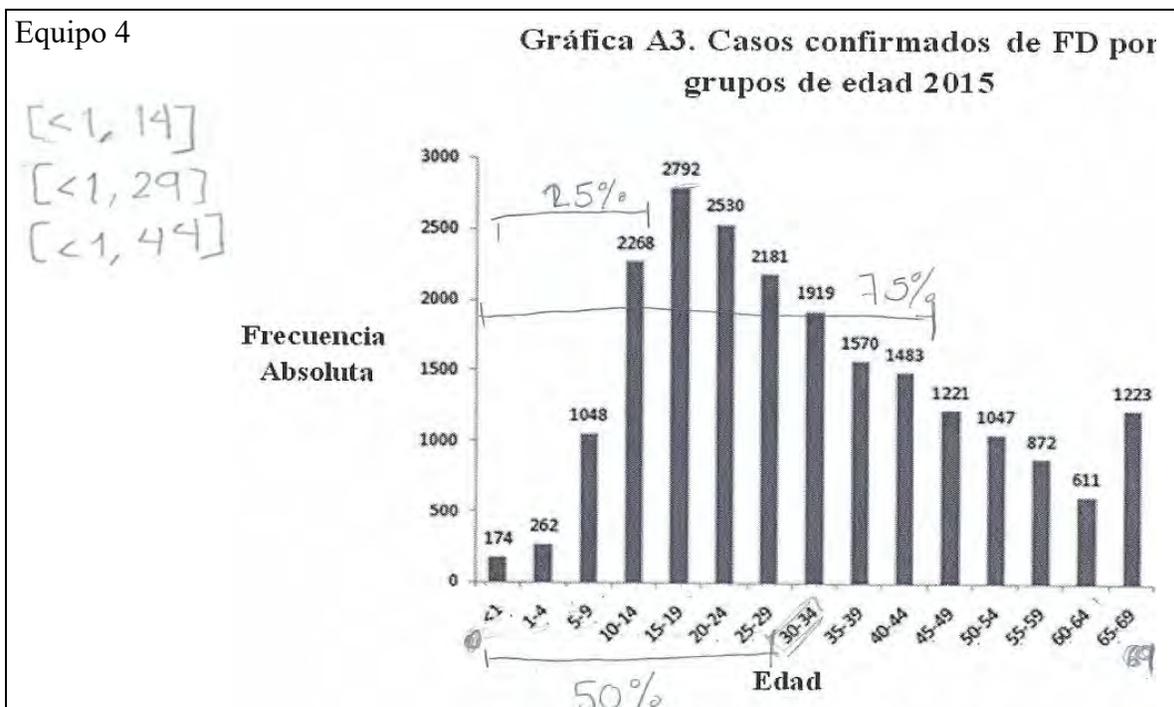
La mayoría de los estudiantes realizan el problema, sin embargo, las prácticas operativas no son esperadas debido a que no usan la frecuencia relativa porcentual. En algunos casos las prácticas son imprecisas, pero se tiene la idea. Las prácticas a las que se hace mención se presentan a continuación:



Cuando se usa el lenguaje natural no es preciso ya que no comienza en todos los casos a partir de la menor edad posible, si no que empieza en el intervalo que sigue, después de haber acumulado el porcentaje que se le pide. Sin embargo, al pasar al lenguaje gráfico lo hace de forma adecuada.



Las prácticas que realiza son correctas, solo que en el primer caso no se había acumulado el 25 %.



Siete estudiantes realizan correctamente los cálculos pero no localizan en la Gráfica A3 los intervalos asociados.

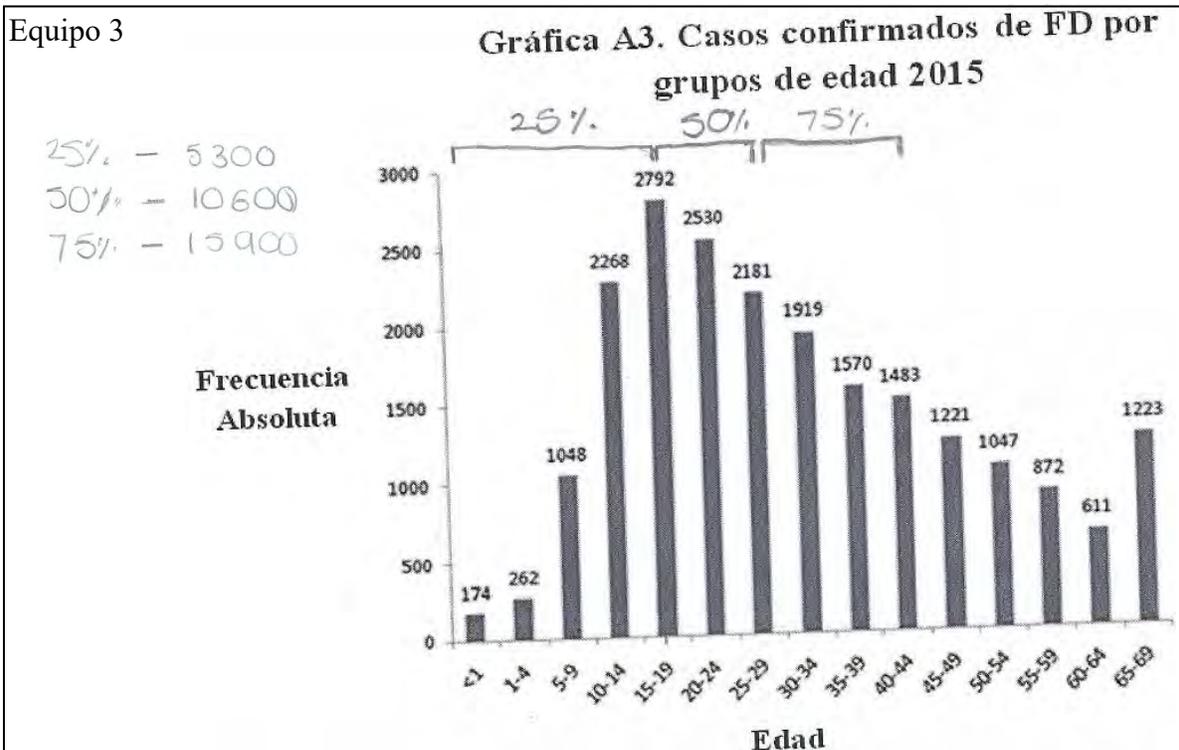
Equipo 5

25% - 5300

50% - 10600

75% - 15900

También ocurre que se localizan los intervalos de clase asociados a dichos porcentajes pero no se hace desde la menor edad posible como se indicaba, si no que se que empieza en el intervalo que sigue después de haber acumulado el 25 % de casos de FD.



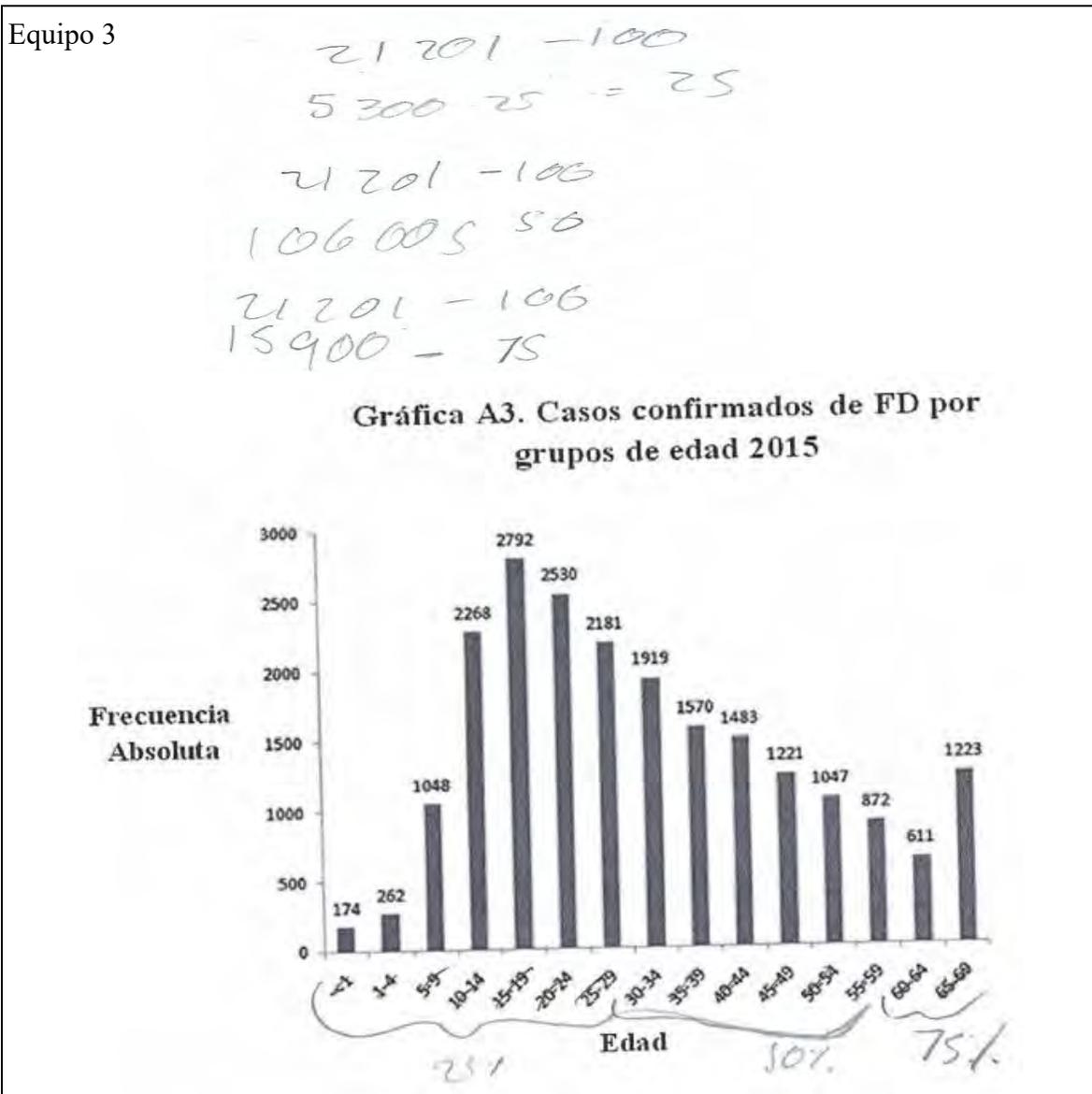
Tres estudiantes señalan los intervalos de clase pero lo hace por defecto, es decir, aun no se acumula el porcentaje que se pide. En el último caso realiza cálculos de manera imprecisa.

Equipo 2

$25\% = 5,300 \cdot 25$ $50\% = 10,600 \cdot 5$ $75\% = 15,900 \cdot 75$

25%	50%	75%
[<1, 14]	[15, 24]	[25, 34]
faltan	faltan	faltan
1548.25	1526.5	1,1556.75

Realiza bien los cálculos pero no localiza bien los intervalos de clase asociados, además de que no los considera a partir de la menor edad posible.

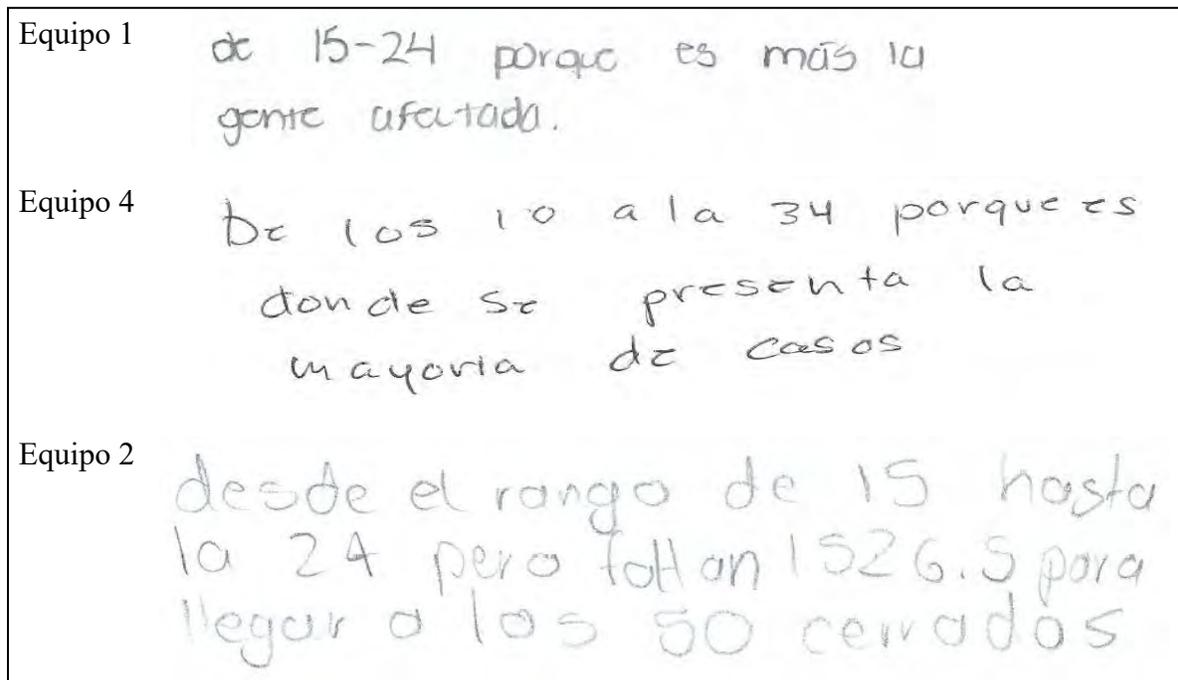


A partir de las respuestas de los estudiantes se concluye que no se cumple la tarea “Construya la distribución de frecuencias asociada al gráfico de barras” en lo que respecta a la frecuencia relativa acumulada porcentual. Sin embargo, se valora el esfuerzo de los estudiantes puesto que sus respuestas propician la construcción del conocimiento. Se hará la revisión pertinente del problema para que se cumpla la tarea propuesta.

Inciso 8

Tomando en cuenta el inciso anterior, si solo se pudiera atender al 50% (aproximadamente) de los casos confirmados de FD, localice en la Gráfica A3 a los grupos de edad que consideraría. Justifique su respuesta.

La mayoría de los estudiantes no relacionan el inciso anterior (inciso 7) con este inciso, tal como se pedía en el problema, responden interpretando la gráfica pero sin considerar que se acomplete el 50 % de casos aproximadamente (Equipo 1). Un estudiante realiza prácticas piensa en que se acumule el 50 % de los casos, y se presentaron la mayor cantidad de casos, pero no toma en cuenta el inciso anterior (Equipo 4). Solamente tres estudiantes consideran el inciso anterior al emitir su respuesta y realizan cálculos correctamente, solo que a pesar de que si consideran desde la menor edad posible sus prácticas operativas no lo reflejan (Equipo 2). Ejemplo de las prácticas mencionadas se presentan en la siguiente imagen:



Las respuestas de los estudiantes permiten concluir que no se logra que el estudiante construya un significado de un objeto que se declaraba emergente para la Actividad 5, el cual es el *Rango intercuartílico*.

En general, se cumple parcialmente el objetivo de la Actividad 5 el cual es “que el estudiante interprete un gráfico de barras y construya una distribución de frecuencias”.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias disciplinares extendidas: I, II, III, IV y V; y las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Actividad 6

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 6 (La cual se encuentra en el Anexo A):

Inciso 1

¿Cuándo cree que es conveniente utilizar intervalos de clase? Argumente.

La mayoría argumenta de forma acertada la conveniencia de usar intervalos de clases para el análisis del conjunto de datos, el cual es un objeto que se declara emergente en la Actividad 4. En ocasiones las respuestas no son muy precisas, sin embargo, en la Secuencia 2 se continuara con la construcción de dicho objeto. Se presentaron respuestas diferentes, algunas tenían relación con la variable edad, en otras se remitía a las frecuencias absolutas grandes (Equipo 4), etc. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1	Para simplificar datos al dividirlos en grupos
Equipo 2	Para simplificar los datos y no hacer una representación muy grande
Equipo 1	cuando hay un número grande en la variabilidad de los datos.
Equipo 3	cuando estos tratando con diferentes edades.
Equipo 3	cuando hay diferentes estratos.
Equipo 4	Cuando existen números muy grandes en la variabilidad de los datos

Se presentaron dos casos en los cuales no se proporcionaban respuestas que dieran algún indicio de que el objeto intervalo de clase en lo que respecta a su uso, no forma parte del significado personal logrado. Las siguientes respuestas dan muestra de las prácticas de los estudiantes:

Equipo 1	Cuando se quiere identificar un dato específico o se quiere simplificar la cantidad
Equipo 1	Cuando una gran cantidad de variables que son de rangos diferentes poderlos dividir por clase

Inciso 2

¿Cuántos intervalos de clase se consideraron para la construcción de la Gráfica A3?

Casi la totalidad de los estudiantes (a excepción de uno) respondieron de forma correcta el inciso, con lo que se manifiesta que hacen un correcto análisis del gráfico, ya que pudieron identificar la cantidad intervalos de clase a partir de la observación directa de la Gráfica A3, y que el objeto estadístico intervalo de clase forma parte de sus significados personales. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 5 15 intervalos.

Un estudiante presentó un conflicto semiótico, relacionado con una identificación incorrecta de los intervalos de clase de la Gráfica A3. Las siguientes respuestas dan muestra de las prácticas de los estudiantes:

Equipo 2 3 intervalos

Analizando las respuestas de los estudiantes de los incisos 1 y 2, se concluye que se logro satisfactoriamente la tarea “Reflexione acerca de los componentes de una distribución de frecuencias” en lo que respecta a los intervalos de clase. Es decir, se construyó un significado del objeto estadístico intervalo de clase.

Inciso 3

¿Cuáles son los límites de clase en la Gráfica A3?

Casi la totalidad de los estudiantes no respondió acertadamente el problema, lo cual podría deberse a una mala redacción del inciso. Los estudiantes entendieron la indicación como si se preguntara sobre los límites de clase de toda la gráfica, y no por intervalo de clase como se pretendía. A pesar de ello, solo seis estudiantes contestaron de forma adecuada (Equipo 4), en el caso de que se entendiera de la forma indicada. Las siguientes prácticas de los estudiantes dan muestra de que se dijo anteriormente, lo cual se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 4 0 y 69

Equipo 5 Límites = $< 1 - 69$

Equipo 5 69

Equipo 1 < 1 y $65 - 69$

Equipo 3 $65 - 69$

El único estudiante que contesto de acuerdo a lo esperado pertenece al Equipo 2. Ejemplo de las prácticas efectivamente realizadas se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 2
L1 = [15-19] L5
L1 [20-24] L3
L1 [25-29] L5
L1 [30-34] L5
L1 [35-39] L5
L1 [40-44] L5

Analizando las respuestas de los estudiantes, se concluye que no se logro satisfactoriamente la tarea “Reflexione acerca de los componentes de una distribución de frecuencias” en lo que respecta a los límites de clase. Por lo tanto, se recurrirá a un análisis de éste para propiciar un correcto significado del objeto estadístico límites de clase.

Inciso 4

¿Cómo era la amplitud de los intervalos de clase en la Gráfica A3?

La mayoría de los estudiantes respondieron de forma correcta el inciso, lo que muestra que hacen un correcto análisis del gráfico, y que el objeto estadístico amplitud de los intervalos de clase forma parte de sus significados personales. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1 4
Equipo 2 4, menos el primero

Se presenta un caso en el que se calcula de forma incorrecta la amplitud de los intervalos de clase. Ejemplo de las prácticas llevadas a cabo se presenta en el recuadro siguiente:

Equipo 4 5

Analizando las respuestas de los estudiantes, se concluye que se logro satisfactoriamente la tarea “Reflexione acerca de los componentes de una distribución de frecuencias” en lo que respecta a la amplitud de los intervalos de clase. Es decir, se construyó un significado del objeto estadístico amplitud del intervalo de clase.

Inciso 5

En la Actividad 4 inciso 3, ¿escogió como representante la marca de clase?, en caso de que no, cree que es mejor la que escogió o la marca de clase, ¿por qué?

La mayoría de los estudiantes respondieron de forma correcta el inciso 5, esto pudo deberse a que el objeto estadístico marca de clase que se toma como emergente en la Actividad 4,

en realidad (para el grupo donde se realizó la puesta en escena) fue interviniente. Sin embargo, no siempre se consideraba que la marca de clase fuera el mejor representante de los intervalos de clase, ya que cuatro estudiantes consideraban la media como un mejor representante (Equipo 2 y Equipo 5). Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1	Si, porque estamos hablando de intervalos
Equipo 2	Me quedare con la media para tener un mayor aproximado de los datos.
Equipo 5	si, quedalla con la media para tener mayor aproximación de datos, marca de clase es más sencilla.

Analizando las respuestas de los estudiantes, se concluye que se cumplió parcialmente la tarea “Reflexione acerca de los componentes de una distribución de frecuencias” en lo que respecta a la marca de clase. Se hará un ajuste al problema para que se dé lugar a una mejor reflexión acerca del porque la marca de clase es un buen recurso, mejor que la media o mediana.

Inciso 6

- Complete la distribución de frecuencias con las respuestas (que correspondan) generadas en la Actividad 5:

Edad	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Acumulada	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada

Casi la totalidad de los estudiantes (a excepción de uno) respondieron de forma correcta el inciso 6, lo que muestra que han construido un significado del objeto estadístico distribución de frecuencias. A algunos estudiantes les faltó completar lo que respecta a la frecuencia relativa acumulada, esto puede deberse a que tenían la frecuencia relativa con cifras decimales y la suma de éstas se vuelve tediosa. También se presentaron pocos casos que ponían un tipo de frecuencia en el lugar de otro, y en ocasiones hacían referencia con algún símbolo que tal respuesta correspondía a otro tipo de frecuencia que era la correcta. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto estadístico distribución de frecuencias, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 5

Edad	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Acumulada	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
<1	174	174	174/2120	0.8200	174/2120	0.8200
1-4	262	436	262/"	1.2357	436/"	2.0557
5-9	1048	1484	1048/"	4.9431	1484/"	6.9988
10-14	2268	3752	2268/"	10.6976	3752/"	17.6964
15-19	2792	6544	2792/"	13.1691	6544/"	30.8655
20-24	2530	9074	2530/"	11.9333	9074/"	42.7988
25-29	2181	11255	2181/"	10.2872	11255/"	53.086
30-34	1919	13174	1919/"	9.0519	13174/"	62.1374
35-39	1570	14744	1570/"	7.4053	14744/"	69.5427
40-44	1483	16227	1483/"	6.9949	16227/"	76.5376
45-49	1221	17448	1221/"	5.7591	17448/"	82.2967
50-54	1047	18495	1047/"	4.9384	18495/"	87.2351
55-59	872	19367	872/"	4.1130	19367/"	91.3481
60-64	611	19978	611/"	2.8819	19978/"	94.23
65-69	1223	21201	1223/"	5.7685	21201/"	100

El único caso que se presentó en el cual se hacían operaciones de manera incorrecta, éstas solo se realizaban mal en los tipos de frecuencias, frecuencia relativa acumulada y frecuencia relativa porcentual acumulada. Extrañamente en la frecuencia absoluta acumulada no presento errores. Ejemplo de las prácticas efectuadas se encuentran en la siguiente imagen:

Equipo 1

Edad	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Acumulada	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
<1	174	174	0.0082	0.8207%	0.0082	0.827%
1-4	262	436	0.0123	2.056%	0.0205	0.8373%
5-9	1048	1484	0.0494	6.996%	0.0699	0.887%
10-14	2268	3752	0.1069	17.69%	0.1768	
15-19	2792	6544	7.593	13.16%	7.769	
20-24	2530	9,074	0.119	11.933%	7.88	
25-29	2181	11,255	0.1028	10.28%	7.9916	
30-34	1919	13,1740	2.0905	9.051%	8.0866	
35-39	1570	14,744	0.106	7.405%	8.1926	
40-44	1483	16,227	0.0699	6.994%	6.2625	
45-49	1221	17,448	0.0575	6.997%	8.32	
50-54	1047	18,495	0.0493	4.938%	8.3693	
55-59	872	19,367	0.0411	4.113%	8.4104	
60-64	611	19,428	0.0288	2.88%	8.4392	
65-69	1223	20,201	0.0576	5.76%	8.4968	

Analizando las respuestas de los estudiantes, se concluye que se logró satisfactoriamente la tarea “Reflexione acerca de los componentes de una distribución de frecuencias”. Es decir, se construyó un significado del objeto estadístico distribución de frecuencias.

Inciso 7

¿Cuántos casos de FD se confirmaron en 2015 en el intervalo de clase [15-19]?

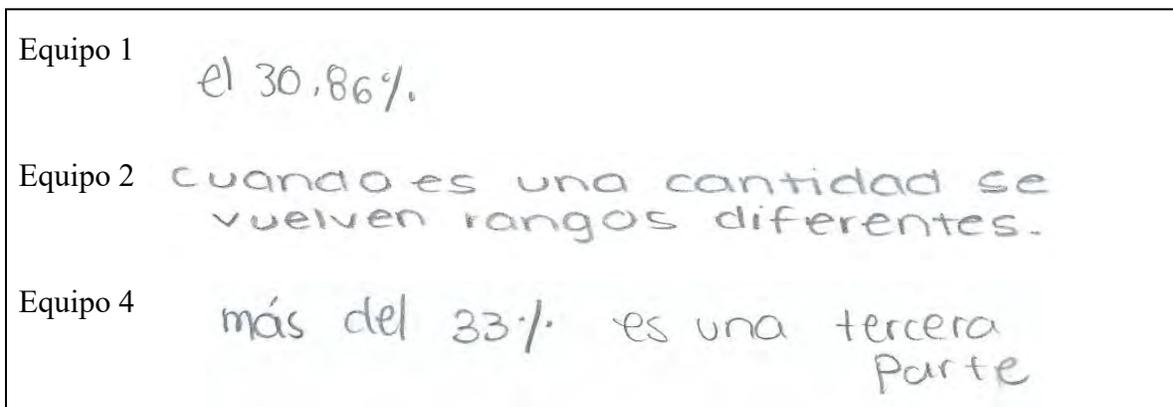
La mayoría interpreta la distribución de frecuencias construida en el inciso anterior de forma correcta. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1

2792 casos.

Algunos conflictos semióticos que se presentaron al contestar el inciso fueron los siguientes:

Se presentaron pocos casos en los que no se interpretaba de forma adecuada la distribución de frecuencias ya que dos estudiantes observaron la frecuencia relativa porcentual acumulada para responder este inciso (Equipo 1). También ocurrió que parece ser que tres estudiantes consideraron el inciso 8 en vez del presente inciso (Equipo 4). Por último, un estudiante parece ser que no entendió el problema (Equipo 2). A continuación se presentan algunas prácticas realizadas por los estudiantes:



Inciso 8

¿Cree que hasta el grupo [15-19] se acumule más de la tercera parte de los casos registrados de FD? Justifique su respuesta con los cálculos correspondientes.

La mayoría de los estudiantes presentaron dificultades al responder este inciso, ya que no lograban interpretar de forma adecuada la distribución de frecuencias. Algunos estudiantes respondía considerando la frecuencia absoluta (Equipo 5); en otros casos usaban la frecuencia relativa porcentual acumulada, sin embargo, la conclusión que generaban no era adecuada (Equipo 4); además se presentó un caso en el que se usaba la frecuencia absoluta acumulada pero sin presentar conclusión (Equipo 2); también había tres casos en los que se calculó la frecuencia acumulada que se pedía, sin embargo, no se presentó una conclusión acertada (Equipo 1). Muestra de las prácticas realizadas por los estudiantes se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 5 Es el numero más grande de casas

Equipo 3 $\begin{cases} 6,544 \text{ per} \\ \rightarrow 21204 \text{ per} \end{cases} > 3,23 \text{ parte.}$ Sí, porque si lo dividimos nos da $\underline{3,23}$

Equipo 4 Sí se acumula más de la tercera parte

.82	+
1.24	
.4.94	
10.7	
13.17	
$\rightarrow 30.87\%$	

Equipo 2 es el numero más grande de casas pero si acumulamos desde el primer intervalo da 6544

Equipo 1 $21,201 / 3 = 7,067$ Sí, porque pasan esa cantidad al ser demasiados casos

Equipo 4 una 3 parte

Solo un estudiante concluyó de forma adecuada, sin embargo, no tomo en cuenta la distribución de frecuencias. Muestra de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 1 no, ya que literal no alcanza

$21,201 = 100\%$

$7,0667 = .33\%$

Inciso 9

¿Qué porcentaje de casos confirmados de FD son menores de 19 años?

La mayoría de los estudiantes contesta de forma errónea el inciso al considerar la frecuencia relativa porcentual al emitir su interpretación, en vez de usar la frecuencia relativa porcentual acumulada. Muestra de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 1 13.16%

Por su parte, cuatro estudiantes responden de forma acertada, sin embargo, usa otro tipo de frecuencia (frecuencia absoluta acumulada) y después la transforma al para obtener el porcentaje correspondiente. Muestra de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 2 6,544 Per - 30.86%
21,201 Per - 100% Es el 30.86%

Inciso 10

¿Le parece un buen recurso la distribución de frecuencias? ¿Por qué?

Al responder el inciso 10 se presentaron respuestas muy variadas que dan muestra del significado personal logrado de los estudiantes respecto al uso de la distribución de frecuencias. Muestra de las prácticas realizadas se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 5 Si, se comprenden mejor los datos.

Equipo 5 SI, YA QUE ES MAS SENCILLO

Equipo 4 SI, se distribuyen mejor los datos

Equipo 4	Si, es un buen recurso para comparar los datos, e identificar los necesarios
Equipo 4	sí, por que es más fácil reconocer, si hay mayorías ó minorías.
Equipo 3	Sí, porque así vemos si no hay un error en la tabla.
Equipo 1	sí, para acomodar los datos.

Analizando todas las respuestas de los estudiantes de la Secuencia 1, se concluye que se logró satisfactoriamente el objetivo general de la Secuencia 1 el cual es “que el estudiante interprete tablas y gráficos proporcionados en una situación problema”. Respecto a la interpretación de la distribución de frecuencias, se presentaron casos en los que no se interpretaba de acuerdo a lo esperado por lo que se integran algunos otros cuestionamientos y orientaciones para el profesor, que apoyen al estudiante a interpretar tal como se espera institucionalmente.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias disciplinares extendidas: I, II, III, IV y V; y las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Respecto a lo que menciona Batanero (2001) sobre la perdida de los datos individuales al agruparlos en una distribución de frecuencias, y la transición al análisis del conjunto de datos (en conjunto) suele ser complicado. En esta actividad al pasar de un gráfico de barras (donde se plantea una situación en contexto extra matemático) a la distribución de frecuencias correspondiente ayuda a los estudiantes al ser un proceso más natural que pasar directamente de los datos individuales, lo que se puede observar en el tipo de prácticas que presentaron los estudiantes a lo largo de la Secuencia 1.

Además, Batanero (2001) comenta que los estudiantes comprenden características de los individuos como la altura de una persona, pero les resulta difícil comprender la idea de la distribución de alturas de un grupo; aunado a ello en una tabla o gráfico pueden aparecer distintos tipos de frecuencias como: absoluta, relativa, absoluta acumulada y relativa acumulada, cuyo manejo aun suele resultarse confuso. Como conclusión se puede decir que al trabajar con una situación en contexto extra matemático familiar para el estudiante y el interpretar ésta, favoreció el comprender la idea de distribución, en este caso de edades de las personas confirmadas con FD, lo cual se puede observar en el tipo de prácticas que realizan los estudiantes. Por otra parte, el mismo contexto del dengue permitió que el

estudiante pudiera interpretar de una forma más sencilla el gráfico de barras que se le proporcionó, y con ello paulatinamente que emergieran nuevas prácticas asociadas a los diferentes tipos de frecuencias, con lo que se logró sobrepasar la dificultad que presentan los estudiantes al confundir los diferentes tipos de frecuencias.

Sin embargo, hay que estar conscientes de que la tarea del profesor de ser un guía para el estudiante al apoyarlo en este caso en la interpretación de la distribución de frecuencias es de vital importancia.

Descripción de la implementación de la Secuencia Didáctica 2

Actividad 1

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 1 (la cual se encuentra en el Anexo B):

Inciso 3

A continuación registren los datos del pH, agua de la llave y agua purificada, en las siguientes tablas: (siga las instrucciones del profesor para el llenado de la tabla)

pH agua de la llave	

pH agua purificada	

Después de medir el pH del agua de la llave y el pH del agua purificada, los estudiantes recolectaron los datos en dos tablas (una para cada tipo de agua), donde la mayoría completo la tabla de manera acertada, es decir, sin tener errores en los datos.

Las prácticas de los estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Estudiante 1	21	<table border="1"> <thead> <tr> <th>pH agua de la llave</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>7.69 / / 7.69</td></tr> <tr><td>7.88 / / 7.41</td></tr> <tr><td>7.68 / /</td></tr> <tr><td>7.76 / /</td></tr> <tr><td>7.48 / /</td></tr> <tr><td>7.59 / /</td></tr> <tr><td>7.47 / /</td></tr> <tr><td>7.62 / /</td></tr> <tr><td>7.67 / /</td></tr> <tr><td>7.52 / /</td></tr> <tr><td>7.36 / /</td></tr> <tr><td>7.44 / /</td></tr> <tr><td>7.43 / /</td></tr> <tr><td>7.50 / /</td></tr> <tr><td>7.64 / /</td></tr> <tr><td>7.50 / /</td></tr> <tr><td>7.46 / /</td></tr> <tr><td>7.47 / /</td></tr> <tr><td>7.60 / /</td></tr> </tbody> </table>	pH agua de la llave		7.69 / / 7.69	7.88 / / 7.41	7.68 / /	7.76 / /	7.48 / /	7.59 / /	7.47 / /	7.62 / /	7.67 / /	7.52 / /	7.36 / /	7.44 / /	7.43 / /	7.50 / /	7.64 / /	7.50 / /	7.46 / /	7.47 / /	7.60 / /	<table border="1"> <thead> <tr> <th>pH agua purificada</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>7.37 / 7.30</td></tr> <tr><td>7.09 / 7.50</td></tr> <tr><td>7.00</td></tr> <tr><td>6.84</td></tr> <tr><td>6.70</td></tr> <tr><td>7.22</td></tr> <tr><td>7.00</td></tr> <tr><td>6.76</td></tr> <tr><td>6.94</td></tr> <tr><td>6.36</td></tr> <tr><td>6.20</td></tr> <tr><td>6.70</td></tr> <tr><td>6.65</td></tr> <tr><td>7.00</td></tr> <tr><td>6.50</td></tr> <tr><td>7.02</td></tr> <tr><td>6.78</td></tr> <tr><td>6.57</td></tr> <tr><td>6.28 /</td></tr> </tbody> </table>	pH agua purificada		7.37 / 7.30	7.09 / 7.50	7.00	6.84	6.70	7.22	7.00	6.76	6.94	6.36	6.20	6.70	6.65	7.00	6.50	7.02	6.78	6.57	6.28 /
		pH agua de la llave																																											
		7.69 / / 7.69																																											
		7.88 / / 7.41																																											
		7.68 / /																																											
		7.76 / /																																											
		7.48 / /																																											
		7.59 / /																																											
		7.47 / /																																											
		7.62 / /																																											
		7.67 / /																																											
		7.52 / /																																											
		7.36 / /																																											
		7.44 / /																																											
		7.43 / /																																											
		7.50 / /																																											
		7.64 / /																																											
		7.50 / /																																											
		7.46 / /																																											
		7.47 / /																																											
7.60 / /																																													
pH agua purificada																																													
7.37 / 7.30																																													
7.09 / 7.50																																													
7.00																																													
6.84																																													
6.70																																													
7.22																																													
7.00																																													
6.76																																													
6.94																																													
6.36																																													
6.20																																													
6.70																																													
6.65																																													
7.00																																													
6.50																																													
7.02																																													
6.78																																													
6.57																																													
6.28 /																																													

Se presentaron dos casos en los que los estudiantes no escribieron de forma correcta los datos, lo que lleva a emitir conclusiones que no son ciertas para la muestra/ población de la que se recolectó los datos. Las prácticas de los estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Estudiante 7	7.36	pH agua de la llave		pH agua purificada		6.28
	7.41	• 7.69	7.41	7.37		6.36
	7.43	7.88		• 7.09		6.50
	7.46	• 7.67		• 7.00		6.57
	7.48	7.76		• 6.84		6.70
	7.49	• 7.48		• 6.70		6.76
	7.50	7.65		• 7.22		6.78
	7.52	• 7.44		• 7.00		6.84
	7.60	- 7.62		• 6.76		6.96.
	7.62	• 7.67		• 6.96		7.00
	7.64	• 7.52		• 7.00		7.02
	7.67	• 7.36		• 6.50		7.09
	7.69	• 7.64		• 7.02		7.20
	7.76	• 7.43		• 6.78		7.22
	7.88	• 7.50		• 6.57		7.30
		• 7.64		• 6.28		7.37
		• 7.50		• 7.30		
		• 7.46		• 7.20		
		• 7.60		7.50		
		• 7.69		• 6.36		

Analizando las respuestas de los estudiantes, se concluye que se logró satisfactoriamente la tarea “Recolecte los datos de las mediciones del pH de agua purificada y potable”, y la tarea “Organice varios conjuntos de datos en una tabla”. Ambas tareas forman parte del proceso que sigue un estadístico para llegar a la toma de decisiones con fundamento, y a la par se desarrolla el pensamiento estadístico (Wild y Pfannkuch, 1999) de los estudiantes.

Inciso 4

A partir de la información presente en la tabla del inciso anterior, ¿hay más variabilidad en el pH del agua de la llave ó en el pH del agua purificada? Justifique su respuesta.

Este inciso se propuso con la idea de que para los estudiantes fuera complicado emitir alguna interpretación certera sin agrupar los datos por intervalos de clases. De acuerdo con la premisa bajo la que fue diseñado el inciso, los estudiantes fueron capaces de interpretar los datos en bruto organizados en una representación tabular, en ocasiones sus respuestas fueron acertadas y justificaban con algún razonamiento matemático como en las dos primeras respuestas, y en otros casos argumentaban haciendo alusión al contexto social en el que se encuentran inmersos. Las siguientes respuestas dan muestra de las prácticas realizadas por los estudiantes, las cuales se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 1	En el pH del agua purificada porque los datos varían entre el 6 y 7-, en cambio los de la llave sólo son valores continuos del 7.
Equipo 5	Hay más variabilidad en el agua purificada, las cifras se alejan más una de otra.
Equipo 1	Varía más en el agua purificada, puede ser que porque en cada local es diferente la cantidad de cloro que se usa
Equipo 4	El agua purificada, porque varía en la mano de obra y de como este llega a su destino
Equipo 1	varia más en el agua de la llave
Equipo 3	En el agua purificada, se purifica en diferentes lugares. y la de la llave suele venir de las mismas partes, terminando la vari
Equipo 5	Del agua purificada, por que las marcas de agua purificada varían mucho su ph, o su cantidad de sal es muy diferente.

Analizando las respuestas de los estudiantes del inciso 4, se concluye que se logró satisfactoriamente la tarea “Describa los conjuntos de datos registrados en una tabla en términos de la variabilidad presente”, que si bien se esperaba fuera complicado para los estudiantes, éste sirvió para dar una interpretación inicial de los datos (sin agrupar); y posteriormente, introducir lo que son los intervalos de clase, lo que permitirá enriquecer el significado del objeto estadístico variabilidad al comparar dos conjuntos de datos mediante histogramas en la Actividad 2.

Inciso 5

¿Existen datos del pH (para cada variable estadística) que se repiten?, ¿muchos, pocos o ninguno?

La mayoría de los estudiantes no respondió acertadamente el problema, lo cual podría deberse a que como se trabaja con números decimales, no toman en cuenta los decimales sino el entero, lo que puede ser un conflicto semiótico. A pesar de ello, tres estudiantes contestaron de forma adecuada. Se presentó un caso en el que se tomaban en cuenta los valores que se repetían a la par, en ambos conjuntos de datos para lo cual dio un intervalo

(Equipo 4). Las siguientes prácticas de los estudiantes dan muestra de que se dijo anteriormente, lo cual se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 5	POCOS, SOLO EN ALGUNOS CASOS
Equipo 5	Sí, muchos
Equipo 4	las cifras del 7.00 al 7.88

Debido a que no se concretó satisfactoriamente el inciso (para la mayoría de los estudiantes), se propone reformular éste para lograr el propósito con el que fue diseñado.

Inciso 6

Proponga una estrategia que le permita analizar cada conjunto de datos de forma más sencilla.

La mayoría de los estudiantes proponían algún recurso gráfico; solamente tres estudiantes de tres equipos distintos propusieron como estrategia el uso de intervalos de clases; y por último, el ordenar los datos. Las prácticas de los estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 5	Agrupar por medio de clases para que sea más fácil interpretar la información
Equipo 1	Hacer una tabla de intervalos que empiece desde el número más pequeño con un rango de 7 decenas en cada intervalo, y en una segunda columna poner el número total de datos que hay en cada intervalo
Equipo 3	realizar una grafica, acomodandolos por clases.
Equipo 1	realizar una gráfica, ya que es más sencillo analizarlo de forma visual y ya ordenados los datos.
Equipo 2	tallo y hoja

Equipo 4	Grafica de pastel y de Barras
Equipo 5	USAR UN GRÁFICA DE PUNTOS
Equipo 4	ordenando de mayor a menor Para que sea más fácil ver cual se repite

El uso de representaciones gráficas y el ordenar los datos son recursos que permiten analizar conjuntos de datos de manera más sencilla, lo cual es correcto cuando se tienen muchos datos y/o la variable estadística toma muchos valores diferentes, lo cual parece que están considerando los estudiantes al emitir sus respuestas.

Analizando las respuestas de los estudiantes, se concluye que se logró parcialmente el propósito de la Actividad 1 “que el estudiante proponga el uso de intervalos de clase como estrategia para el análisis de una variable estadística continua”, sin embargo, se propone una orientación para el profesor para obtener los resultados esperados en la mayoría de los estudiantes.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Actividad 2

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 2 (la cual se encuentra en el Anexo B):

Inciso 1

Para determinar la cantidad de intervalos de clase para los datos del pH de ambos tipos de agua, una guía utilizada es la regla de Sturges:

$$c = 1 + 3.322 \log N$$

donde N es la cantidad de datos, lo que no siempre da como resultado un número entero, por lo que se recomienda redondear un entero cercano a la cantidad c . Luego:

- Para poder establecer los intervalos de clase se procede a encontrar el dato mayor y el dato menor del conjunto de datos, para posteriormente calcular el rango.
- Se procede a calcular la amplitud de los intervalos de clase, para lo cual es necesario dividir el rango entre la cantidad de intervalos de clase (redondee la amplitud del intervalo tomando como base el último dígito y se le suma uno). Por ejemplo: si la amplitud del intervalo es 5.254, se redondea a 5.255.
- Ahora si puede construir el intervalo de clase. Recuerde que el dato menor, vendrá a ser el límite inferior del primer intervalo de clase, y al sumarle la amplitud de clase se va a definir el límite superior.
- Como se había mencionado en la Secuencia Didáctica 1, para no presentar información repetida es necesario considerar los intervalos mutuamente excluyentes, por lo que puede tomar intervalos del siguiente tipo (.] excepto el primero que será [.] para garantizar que todos los datos sean incluidos en el agrupamiento.

La mayoría de los estudiantes realizan correctamente el procedimiento para construir los intervalos de clases, sin embargo, en ocasiones no se consideraron los tres dígitos de precisión que se pedían para la amplitud del intervalo al momento de construir los intervalos de clase, por lo que se presentaron diferentes intervalos de clase según los decimales considerados. Por ejemplo, los miembros del Equipo 5 y de otros equipos redondearon a dos cifras decimales; además, al construir los intervalos de clase se utilizan solo intervalos cerrados (lo que se considera como un conflicto semiótico, aunado a que ningún equipo consideró los intervalos tal como se pedían) por lo que para no considerar un mismo valor en dos intervalos, aumenta en .01 el extremo izquierdo de cada intervalo de clase, por lo que está considerando la variable discretizada. Lo anterior podría considerarse como un conflicto semiótico que puede deberse al considerar la variable discreta en vez de continua. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de los objetos estadísticos que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1

$$C = 1 + 3.322 \log(21) = 5.39$$

$R = \frac{7.88 - 7.36}{5} = .104$	}	$R = \frac{7.60 - 6.28}{5} = .264$
$+1 = .105$		$+1 = .265$

$\frac{.104}{5} = .0208$	}	$\frac{.264}{5} = .0528$
$+1 = .0209$		$+1 = .0529$

$[7.36, 7.465]$	}	$[6.28, 6.525]$
$[7.466, 7.571]$		$[6.526, 6.771]$
$[7.572, 7.677]$		$[6.772, 7.017]$
$[7.678, 7.783]$		$[7.018, 7.263]$

$$\begin{array}{l} \text{Agua llave: } 1 + 3.322 \log(21) = 5.39 \\ \text{Agua purificada: } 1 + 3.322 \log(21) = 5.39 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Agua llave: } 7.88 - 7.36 = 0.52 \\ \text{Agua purificada: } 7.50 - 6.28 = 1.22 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Agua llave: } \frac{0.52}{5} = 0.104 = 0.105 \\ \text{Agua purificada: } \frac{1.22}{5} = 0.244 = 0.245 \end{array}$$

Agua de la llave		Agua purificada
	[7.36-7.46]	[6.28-6.52]
	[7.47-7.58]	[6.53-6.78]
	[7.59-7.70]	[6.79-7.04]
	[7.71-7.82]	[7.05-7.30]
	[7.83-7.94]	[7.31-7.56]

De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple parcialmente (ya que consideran todos los intervalos cerrados) la tarea construya intervalos de clase para dos conjuntos de datos. Se propondrá alguna estrategia que propicie que todos los estudiantes construyan los mismos intervalos de clase y que se tomen mutuamente excluyentes.

Inciso 2

A continuación complete la distribución de frecuencias para cada variable estadística:

pH agua de la llave	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada

La mayoría de los estudiantes construye de forma correcta las distribuciones de frecuencias según el tipo de agua, sin embargo, por lo que se comentaba en el inciso anterior referente a la construcción de los intervalos de clase, al ser éstos diferentes para algunos estudiantes, esto implica que las distribuciones de frecuencias también son distintas. Solo un estudiante del Equipo 4 considera que la variable es de tipo continua lo que se refleja al no dejar valores sin contemplar entre intervalos de clase. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto estadístico distribución de frecuencias el cual se pone en juego en el sistema de prácticas que tienen los estudiantes:

Equipo 1

pH agua de la llave ↑ + ↓ / 2	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[7.36, 7.46]	7.41	4	4	0.1904	19.04%	19.04%
[7.46, 7.54]	7.51	6	10	0.2857	28.57%	47.61%
[7.54, 7.63]	7.62	6	16	0.2857	28.57%	76.18%
[7.63, 7.73]	7.73	4	20	0.1904	19.04%	95.22%
[7.73, 7.83]	7.83	1	21	0.0476	4.76%	99.98%

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[6.28, 6.525]	6.402	3	3	0.1428	14.28%	14.28%
[6.526, 6.77]	6.64	5	8	0.2380	23.80%	38.08%
[6.772, 7.017]	6.89	6	14	0.2857	28.57%	66.65%
[7.018, 7.263]	7.14	4	18	0.1904	19.04%	85.69%
[7.264, 7.509]	7.38	3	21	0.1428	14.28%	99.97%

Equipo 3

pH agua de la llave	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[7.36, 7.46]	7.41	4	4	4/21	19.04%	19.28%
[7.47, 7.53]	7.52	6	10	10/21	28.57%	47.61%
[7.59, 7.70]	7.64	9	19	9/21	42.85%	91.46%
[7.71, 7.82]	7.76	1	20	1/21	4.76%	95.22%
[7.83, 7.99]	7.88	1	21	1/21	4.76%	100%

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[6.28, 6.52]	6.4	3	3	3/21	14.28%	14.28%
[6.53, 6.78]	6.66	6	9	6/21	28.57%	42.85%
[6.79, 7.04]	6.92	6	15	6/21	28.57%	71.42%
[7.05, 7.30]	7.18	4	19	4/21	19.04%	90.46%
[7.31, 7.56]	7.44	2	21	2/21	9.52%	100%

Equipo 4

pH agua de la llave	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[3.36, 7.455]	7.4025	3	3	0.1428	14.28%	14.28%
(7.455, 7.56]	7.5075	7	10	0.3332	33.32%	47.6%
(7.56, 7.615]	7.6125	5	15	0.2381	23.81%	71.41%
(7.615, 7.77]	7.7175	5	20	0.2381	23.81%	95.22%
(7.77, 7.88]	7.825	1	21	0.0476	4.76%	99.98% → 100%

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[6.28, 6.525]	6.4025	3	3	.1428	14.28%	14.28%
(6.525, 6.77]	6.6475	5	8	.2381	23.81%	38.09%
(6.77, 7.015]	6.8925	6	14	.2857	28.57%	66.66%
(7.015, 7.26]	7.1375	4	18	.1905	19.05%	85.71%
(7.26, 7.508]	7.3825	3	21	.1428	14.28%	99.99% → 100%

Además, se presentaron seis casos en los que no se considera de forma correcta la frecuencia absoluta solo en el pH del agua de la llave, lo que puede ser un error de conteo. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto estadístico distribución de frecuencias el cual se pone en juego en el sistema de prácticas que tienen los estudiantes:

Equipo 2

pH agua de la llave	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[7.36-7.46]	7.41	5	5	5/21	14.28%	14.28%
[7.47-7.56]	7.52	7	10	7/21	33.33%	47.61%
[7.59-7.70]	7.64	9	19	9/21	42.85%	90.46%
[7.71-7.82]	7.76	1	20	1/21	4.76%	95.22%
[7.85-7.95]	7.88	1	21	1/21	4.76%	99.98%
[]						
[]						

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[6.28-6.52]	6.4	3	3	3/21	14.28%	14.28%
[6.53-6.78]	6.66	6	9	6/21	28.57%	42.85%
[6.79-7.04]	6.92	6	15	6/21	28.57%	71.42%
[7.05-7.30]	7.18	4	19	4/21	19.04%	90.46%
[7.31-7.56]	7.44	2	21	2/21	9.52%	99.98%
[]						
[]						

Un conflicto semiótico que se presentó solamente en un estudiante fue que se realizó mal el cálculo de la marca de clase, parece no ubicar que la marca de clase es el punto medio de cada intervalo y pudiera ser que le da una interpretación tal como la amplitud del intervalo la cual es la misma para cada intervalo de clase. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 3

pH agua de la llave	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[7.30, 7.40]	7.4	3	3	.1428	14.28%	14.28%
(7.40, 7.50]	7.4	7	10	.3332	33.32%	47.56%
(7.50, 7.60]	7.4	5	15	.2381	23.81%	71.41%
(7.60, 7.70]	7.4	5	20	.2381	23.81%	95.22%
(7.80, 7.90]	7.4	1	21	.0476	4.76%	99.98% $\approx 100\%$

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
(6.20, 6.30]	6.4	3	3	.1428	14.28%	14.28%
(6.30, 6.40]	6.4	5	8	.2381	23.81%	38.09%
(6.40, 6.50]	6.4	6	14	.2857	28.57%	66.66%
(6.50, 6.60]	6.4	4	18	.1905	19.05%	85.71%
(6.60, 6.70]	6.4	3	21	.1428	14.28%	99.99% $\approx 100\%$

Por último un estudiante presenta un conflicto semiótico al considerar la cantidad de intervalos de clase como si fuera el total de observaciones en la frecuencia relativa. Las siguientes prácticas dan ejemplo de lo mencionado:

$D + d/2$

pH agua de la llave	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[7.36, 7.46]	7.4125	3	3	$\frac{3}{5} = 0.6$	60%	60%
[7.46, 7.57]	7.518	7	10	$\frac{7}{5} = 1.4$	140%	206%
[7.58, 7.67]	7.6275	5	15	$\frac{5}{5} = 1$	100%	300%
[7.676, 7.78]	7.728	5	20	$\frac{5}{5} = 1$	100%	400%
[7.79, 7.88]	7.8375	1	21	$\frac{1}{5} = 0.2$	20%	420%

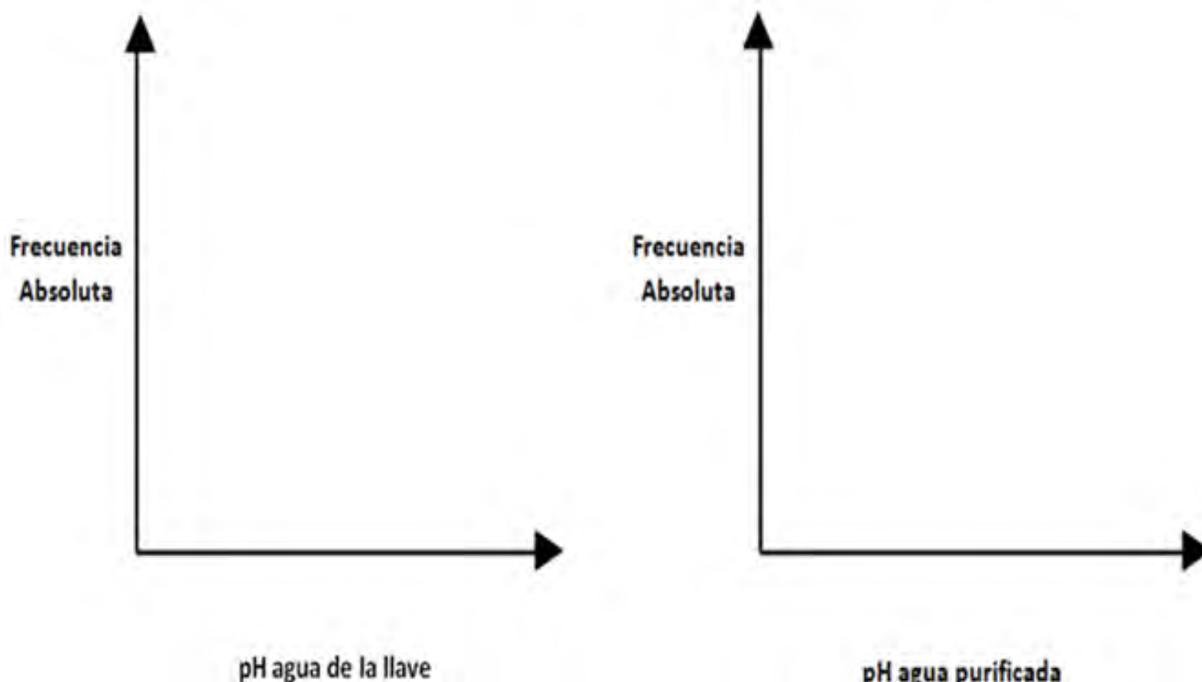
r/N $n \times 100$

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada
[6.28, 6.50]	6.39	3	3	$\frac{3}{5} = 0.6$	60%	60%
[6.51, 6.75]	6.632	3	6	$\frac{6}{5} = 1.2$	120%	180%
[6.76, 7.00]	6.88	4	10	$\frac{10}{5} = 2$	200%	380%
[7.02, 7.26]	7.14	3	13	$\frac{13}{5} = 2.6$	260%	640%
[7.27, 7.51]	7.33	4	17	$\frac{17}{5} = 3.4$	340%	980%

De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea construya distribuciones de frecuencias para dos conjuntos de datos.

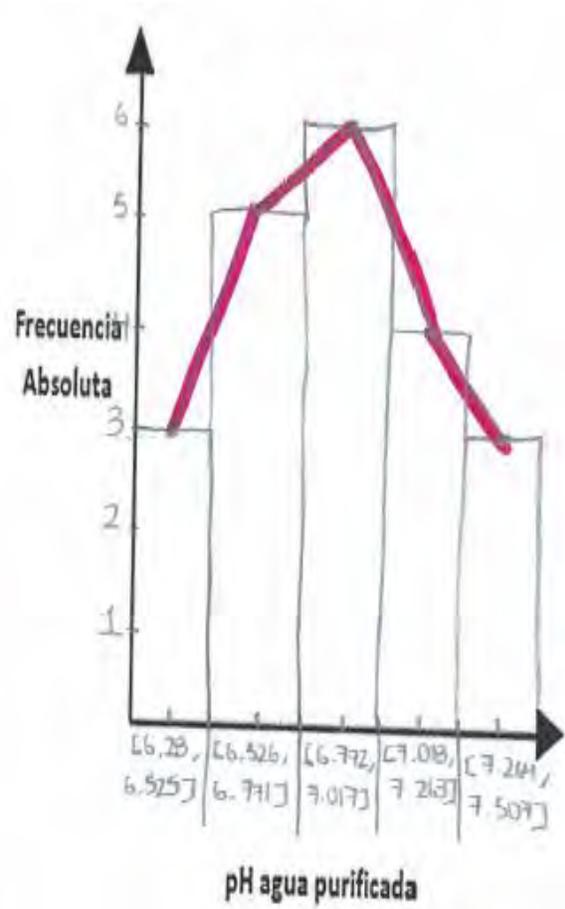
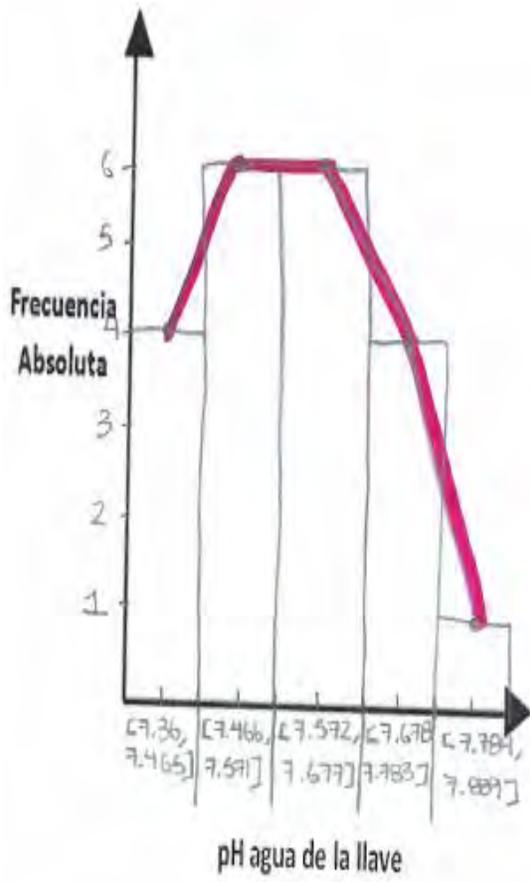
Inciso 3

Para cada variable estadística (pH agua de la llave y pH agua purificada) elabore un gráfico de puntos en el que las coordenadas de cada punto sean la marca de clase y la frecuencia absoluta correspondiente (Remarque bien los puntos). Enseguida dibuje rectángulos cuya base sea la longitud del intervalo de clase y la altura el valor de la frecuencia absoluta correspondiente. Recuerde poner las escalas correspondientes en cada uno de los ejes. El eje X se inicia con el límite inferior del primer intervalo de clase.

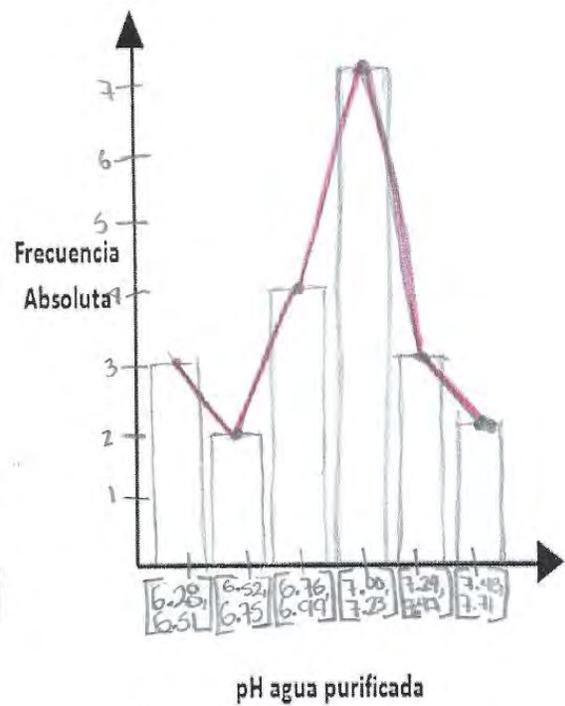
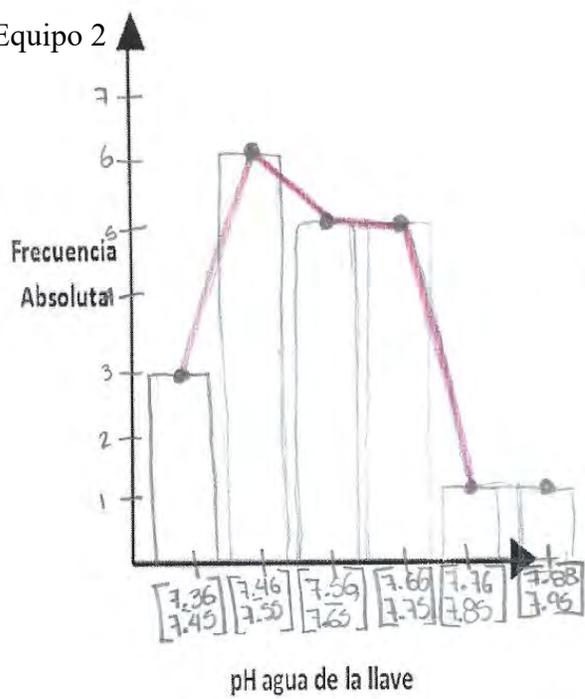


La mayoría construye de forma acertada los histogramas para cada tipo de agua. El histograma es un objeto que se declara emergente. Algo que cabe resaltar es que a pesar de que la mayoría de los estudiantes considera la variable discretizada en la construcción de los intervalos de clase, esto no influye en que los intervalos se tomaran separados como en un gráfico de barras (solamente una persona del Equipo 2), lo cual pone de manifiesto un conflicto semiótico ya que la forma que representan los intervalos numéricamente, no corresponde con la representación gráfica. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

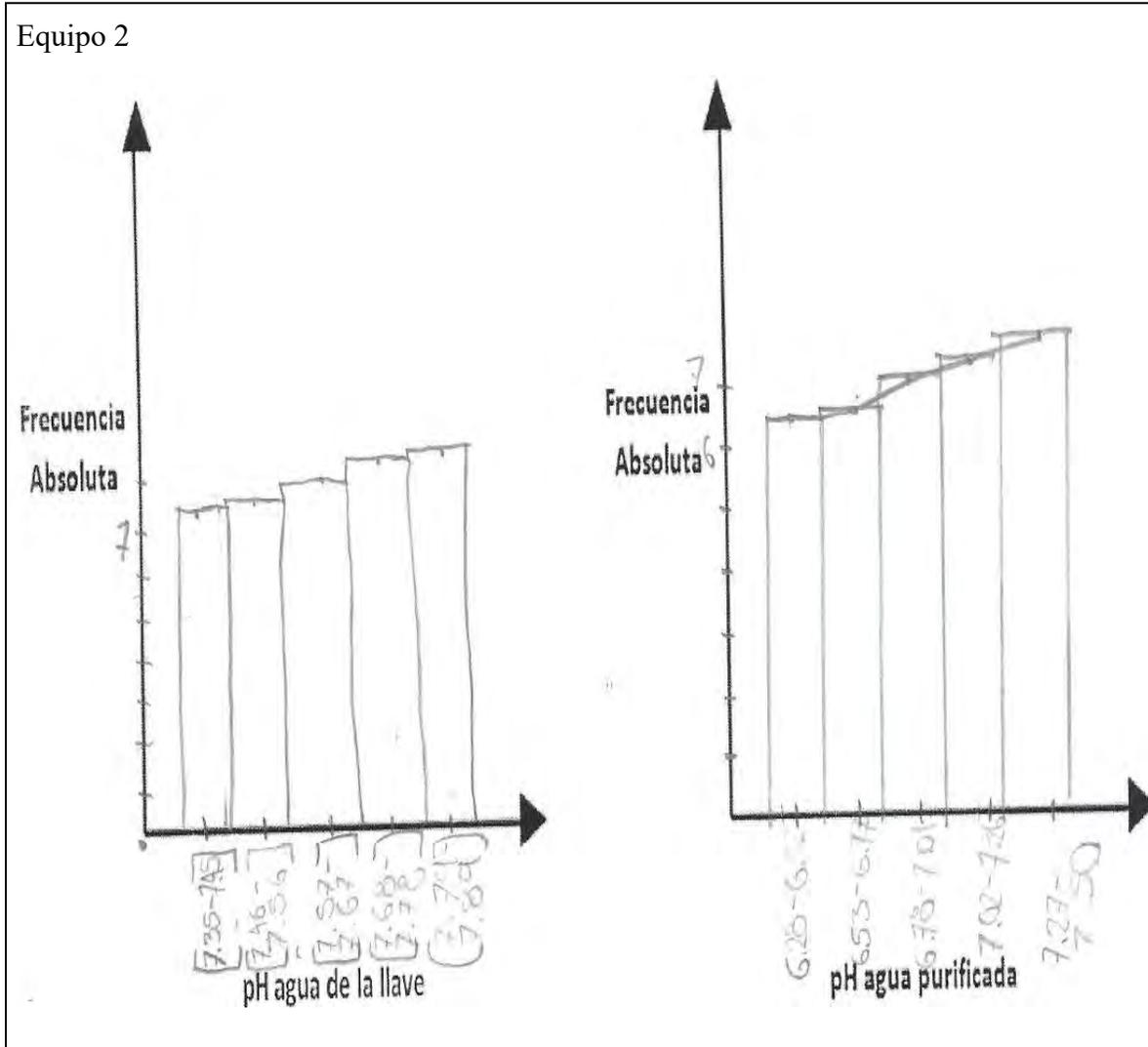
Equipo 1



Equipo 2



Un conflicto semiótico que se presentó en dos estudiantes estaba relacionado con la construcción de los histogramas para cada tipo de agua la cual no se completo de manera satisfactoria debido a que se consideran los valores de la variable como si fueran los valores de las frecuencias absolutas, lo que lleva a concluir que su significado personal de algunos objetos estadísticos relacionados con el histograma es pobre. La siguiente respuesta de uno de los estudiantes da muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:



De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple parcialmente (ya que la forma que representan los intervalos numéricamente, no corresponde con la representación gráfica) la tarea construya histogramas para dos conjuntos de datos.

Inciso 4

Según lo que nos dice la norma NOM-127-SSA1-1994 de los límites permisibles de pH para el agua pura que están en el rango de 6.5 a 8.5, en su opinión, ¿el agua de la llave y el agua purificada cumplen dicho límite del pH? ¿Por qué?

Un poco más de la mitad de los estudiantes interpretaron correctamente alguno o ambos de los recursos estadísticos construidos (histogramas y distribuciones de frecuencias), las justificaciones que se proveyeron fueron diversas, algunas relacionadas con los recursos (Equipo 5) y otras con lo que les hace sentido de la vida diaria (Equipo 1). Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 5

La agua de la llave cumple con los requisitos.
La agua purificada, no cumple ya que en un caso llega a 6.4 que es mucho menor al estimado.

Equipo 1

los de llave sí y la purificada algunos no, porque para limpiar el agua (purificarla) se les hacen químicos y esto puede ser la causante de que el pH cambie.

Dos estudiantes presentaron un conflicto semiótico que tiene que está relacionado con una incorrecta interpretación de los recursos estadísticos, lo cual se puede observar en las prácticas de los estudiantes en el recuadro que sigue:

Equipo 3

Si cumple el limite

Un error que presento en dos estudiantes es el justificar solamente en términos de lo que les dice la experiencia de la vida cotidiana, sin tomar en cuenta los recursos construidos.

Equipo 1

dependiendo en la zona en la que vivas el ph aumenta y disminuye

Inciso 5

¿Qué tan dispersos se encuentran los datos del pH del agua purificada y del agua de la llave? Justifique su respuesta.

La mayoría de los estudiantes ponen en juego el objeto estadístico interviniente variabilidad dado que perciben que los valores asociados a la variable estadística varían, aunque no en todos los casos la respuesta es adecuada, por ejemplo dos estudiantes no observan mucha dispersión (Equipo 3 y 5). Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto interviniente que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1	Los 2 PH de las aguas están dispersos ya que varían los datos del Ph.
Equipo 1	Los de la llave son más semejantes, todos tienen el 7 como unidad, en cambio la purificada tiene el 6 y el 7 como unidad, esto lo hace tener datos más dispersos.
Equipo 3	No tan dispersos
Equipo 5	No son muy dispersos, los números se acercan.
Equipo 3	Hay en el agua de la llave hay más dispersión entre unos datos y en el agua purificada es más constante su dispersión.

Un conflicto semiótico que se presentó al resolver este inciso fue el siguiente:

Se confunde al observar variabilidad en las frecuencias, no en la variable. Las siguientes prácticas reflejan el conflicto:

Equipo 1	Varia porque aumenta y disminuye
Equipo 2	Son más altas pero la purificada esta cerca a 7.

Inciso 6

¿Qué puede concluir al comparar ambas variables estadísticas?

La mayoría de los estudiantes ponen en juego el objeto estadístico emergente histograma dado que interpretaron éstos para cada variable. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto emergente que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1	Que el agua de la llave es más sana que la llave purificada.
Equipo 1	la de la llave no varía mucho y la purificada sí.
Equipo 2	Los rangos son diferentes.
Equipo 4	El agua purificada tiene valores más pequeños de pti
Equipo 4	que el ph del agua de la llave es más alto
Equipo 3	Que el agua de la llave tiene mayor ph y por eso no se debe de beber
Equipo 5	diferencia en el ph del agua de la llave que en la purificada. Hay más

Inciso 7

¿Se presenta más variabilidad en la variable estadística pH del agua de la llave o pH del agua purificada? Justifique su respuesta.

Poco más de la mitad de los estudiantes comparan de forma correcta los histogramas asociados a cada tipo de agua, por lo que además de poner en juego el objeto estadístico interviniente variabilidad, también se realizan prácticas en torno al objeto estadístico histograma construyendo un significado personal más rico de éste. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de los objetos que se acaban de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 5 HAY MAS VARIABILIDAD EN EL AGUA PORQUE VA DESDE EL 6 HASTA EL 7.50 Y EN EL DE LA LLAVE SOLO VARIAN EN EL 7

Equipo 4 En el agua purificada por que los datos casi no se repiten, a comparación con la del agua de la llave.

Algunos estudiantes presentaron un conflicto semiótico que tiene que está relacionado con una incorrecta interpretación de los recursos estadísticos, lo cual se puede observar en las prácticas de los estudiantes en el recuadro que sigue:

Equipo 2 ambas tienen mucha variabilidad

Equipo 5 Si, en el agua de la llave varían más los números, pienso que por la zona donde se encuentra.

Además se confunde al observar variabilidad en las frecuencias, no en la variable. Las siguientes prácticas reflejan el conflicto:

Equipo 4 del agua de la llave, según la gráfica los valores se disparan más y más rápido.

De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes en los incisos 4 al 7, se concluye que se cumple la tarea interprete histogramas para dos conjuntos de datos y compare la distribución de dos conjuntos de datos a partir de histogramas.

Respecto a lo que señalan Lee y Meletiou (2003) acerca de que los estudiantes tienen algunas dificultades, entre ellas, la costumbre de ver el eje vertical y comparar las diferencias en las alturas de las barras cuando comparan la variación de dos histogramas. En los incisos 5 y 7 se tiene el propósito de observar correctamente variabilidad en la variable estadística, como se plantea institucionalmente. En conclusión se logra superar dicha dificultad debido a que la mayoría de los estudiantes realizan prácticas adecuadas, sin embargo, se proporciona una orientación al profesor para que ayude a superar la dificultad mencionada en la totalidad de los estudiantes.

Además, según lo que menciona Campbell (1974), citado por Batanero et al., (1994), respecto a que “un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones” (p.6), al observar las prácticas de los estudiantes en los incisos 5 y 7 se puede concluir que se logra superar la dificultad mencionada.

Inciso 8

¿Se intersecan los rangos de los dos tipos de agua? Si la respuesta es afirmativa, señale entre que valores de la variable sucede.

Pocos estudiantes contestaron de forma correcta el inciso, por lo cual se incluirán orientación para el profesor para promover el tipo de prácticas que se requiere que emerjan en los estudiantes. Ejemplo de las prácticas correctas e incorrectas propuestas por los estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 1	Si, en el 7.50
Equipo 1	Si, del 7.30 al 7.5
Equipo 2	no, el rango de la llave es mas bajo

Inciso 9

A la luz de los datos, ¿hay diferencia notable o significativa en los datos del pH del agua de la llave y el agua purificada? ¿Por qué? ¿A qué cree que se deba esto?

La mayoría de los estudiantes responden de manera adecuada el inciso, lo que da indicios de que los estudiantes comienzan a hacer comparaciones entre distribuciones de datos, sin embargo, las justificaciones que emiten no siempre son pertinentes.

Equipo 5	Si por que en el agua llave solo son los valores continuos del 7 pero la purificada son los valores...
Equipo 5	Nómal en que el ph del agua purificada es mas bajo
Equipo 4	si, quiza por que el agua de la llave <u>NO</u> esta tratada y sube su acidez.
Equipo 4	Si hay diferencia notable por que el Ph es un factor importante para determinar la calidad del agua
Equipo 2	si, porque el agua es regulada a 7.

De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes, se concluye que se cumple la tarea interprete histogramas para dos conjuntos de datos y compare la distribución de dos conjuntos de datos a partir de histogramas.

En general, se cumple el propósito de la Actividad 2 el cual es “que el estudiante construya e interprete dos histogramas”.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias disciplinares extendidas: I, II, III y V; y las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Según lo que mencionan Lee y Meletiou (2003) acerca de que existe tendencia a pensar de forma determinista cuando se interpreta una distribución en contexto de la realidad, sin tomar en cuenta que se trata con fenómenos aleatorios, donde para diferentes muestras de la población pueden variar los resultados. Según las practicas proporcionadas por los estudiantes se puede decir que se logró superar la dificultad registrada en la literatura.

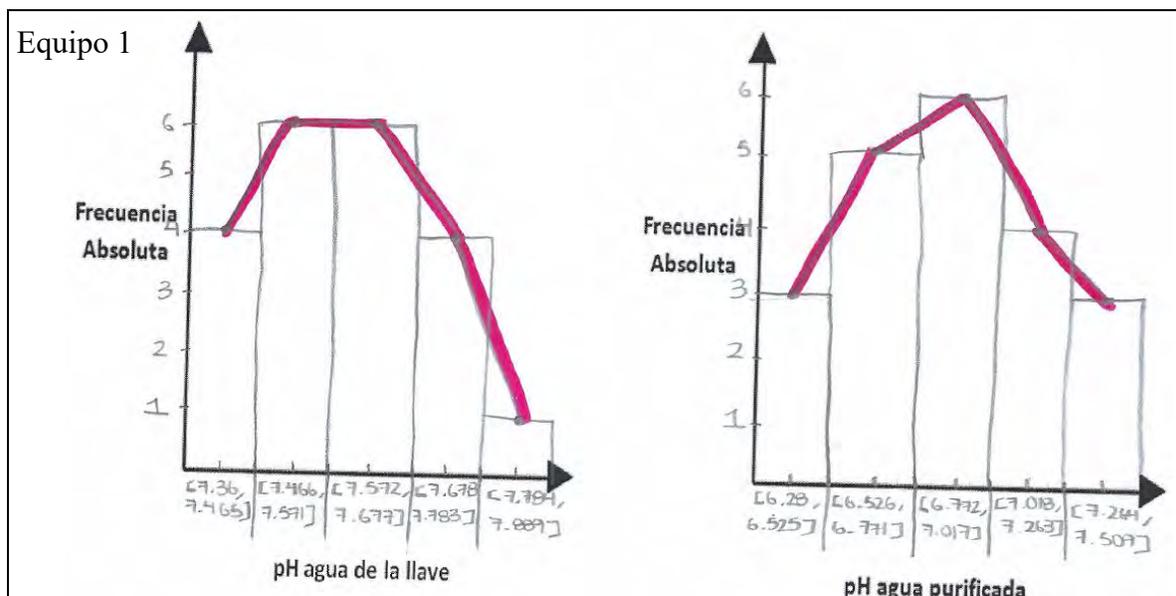
Actividad 3

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 3 (la cual se encuentra en el Anexo B):

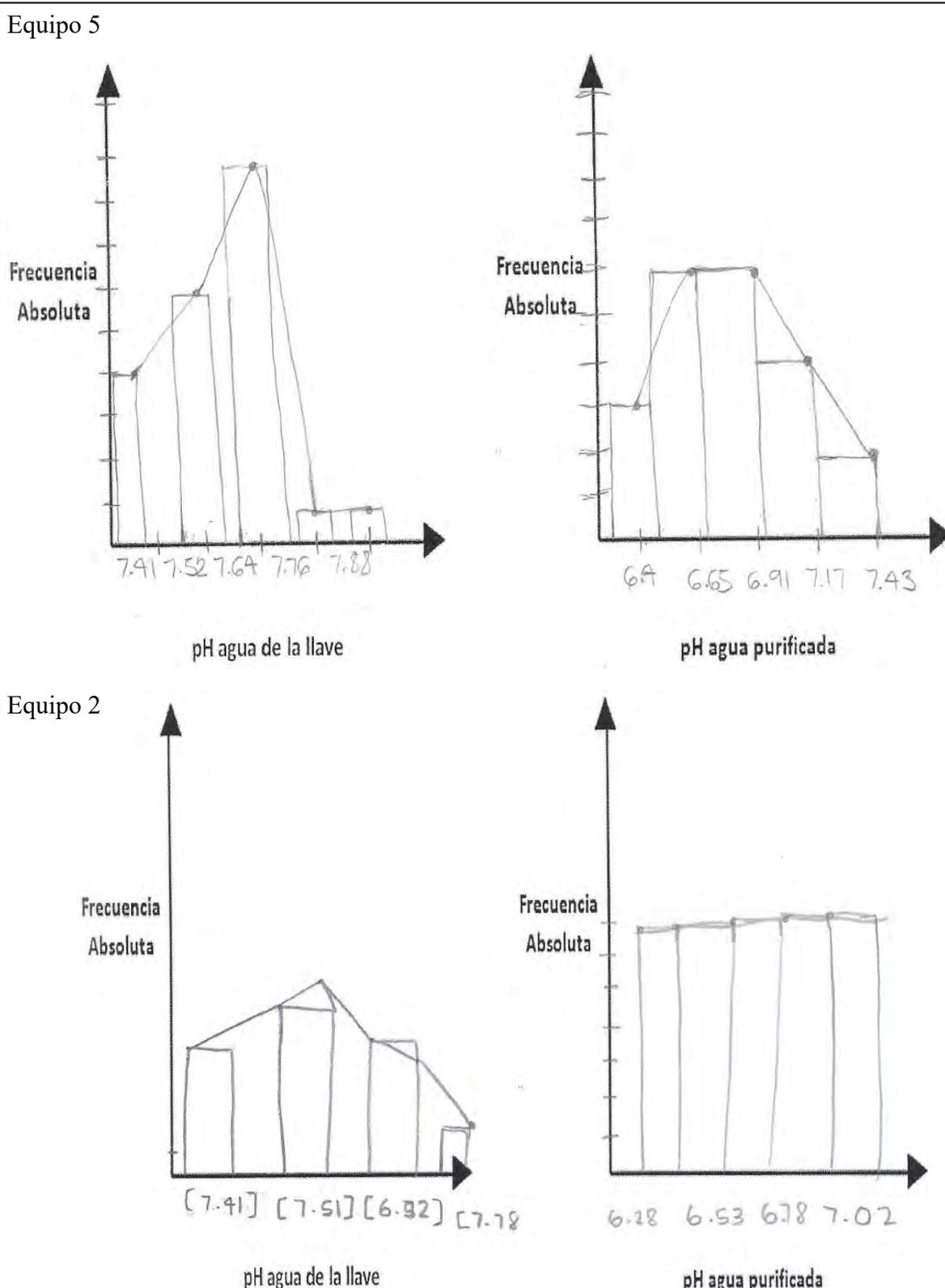
Inciso 1

A partir de los puntos marcados en cada una de las gráficas de la Actividad 2 inciso 3, trace segmentos de recta (color rojo) entre los puntos para unirlos.

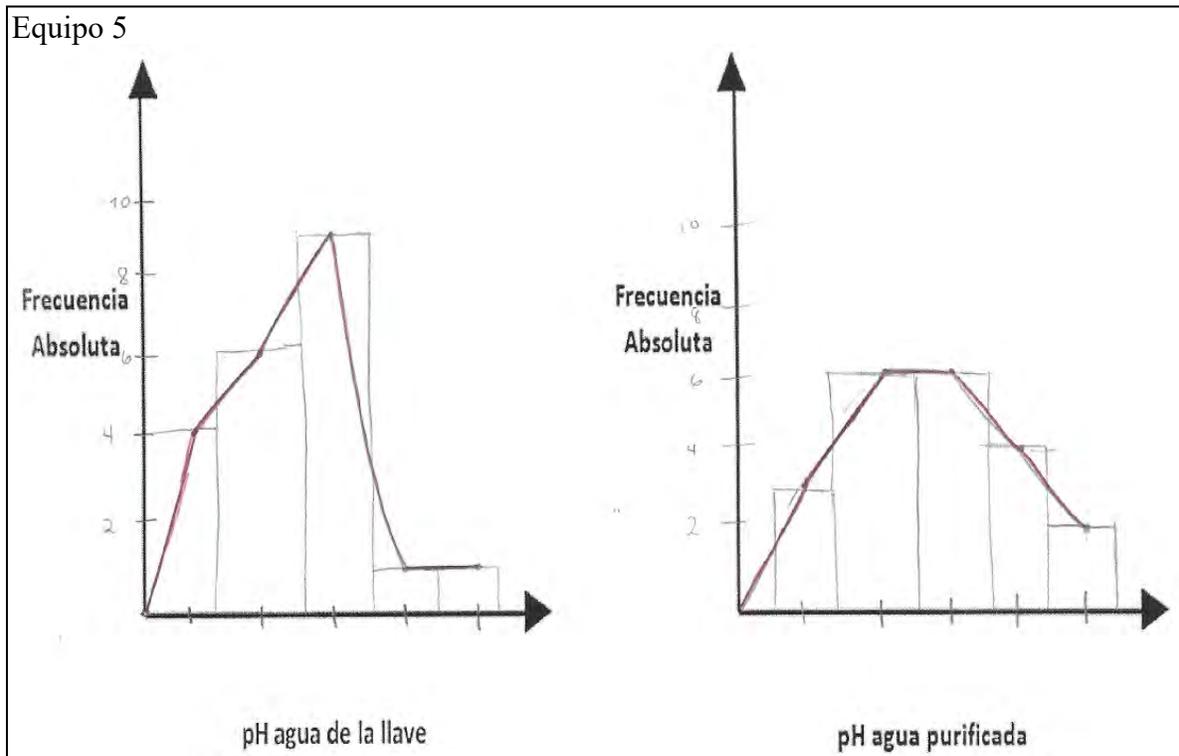
La mayoría de los estudiantes construyen de forma correcta el objeto estadístico polígono de frecuencias (a partir del histograma) el cual se declara como emergente, cabe aclarar que por error de redacción, faltó poner que los trazos se deben comenzar y terminar en el eje de las abscisas considerando intervalos de clase, uno anterior al primero y uno posterior al último (ambos con frecuencia cero), a los del conjunto de datos. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:



Se presentó un conflicto semiótico al no ubicar las marcas de clase correctamente, por lo que no se completo de forma satisfactoria la construcción del objeto emergente polígono de frecuencias. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:



También pasaron dos situaciones en las que los estudiantes comenzaron o terminaron el polígono de frecuencias sobre el eje de las abscisas, pero considerando dos intervalos adicionales en los extremos, uno en cada lado (con frecuencia cero).



Dado que el error no fue del estudiante, y considerando que el tipo de prácticas está acorde a lo que se le planteó, se concluye que se cumple la tarea construya polígonos de frecuencias a partir de histogramas para dos conjuntos de datos. Se corregirá el inciso para propiciar que el estudiante construya polígonos de frecuencias acorde a lo que se maneja institucionalmente.

Inciso 2

¿Se mantiene el comportamiento del pH agua de la llave respecto al pH del agua purificada? ¿Cómo lo nota?

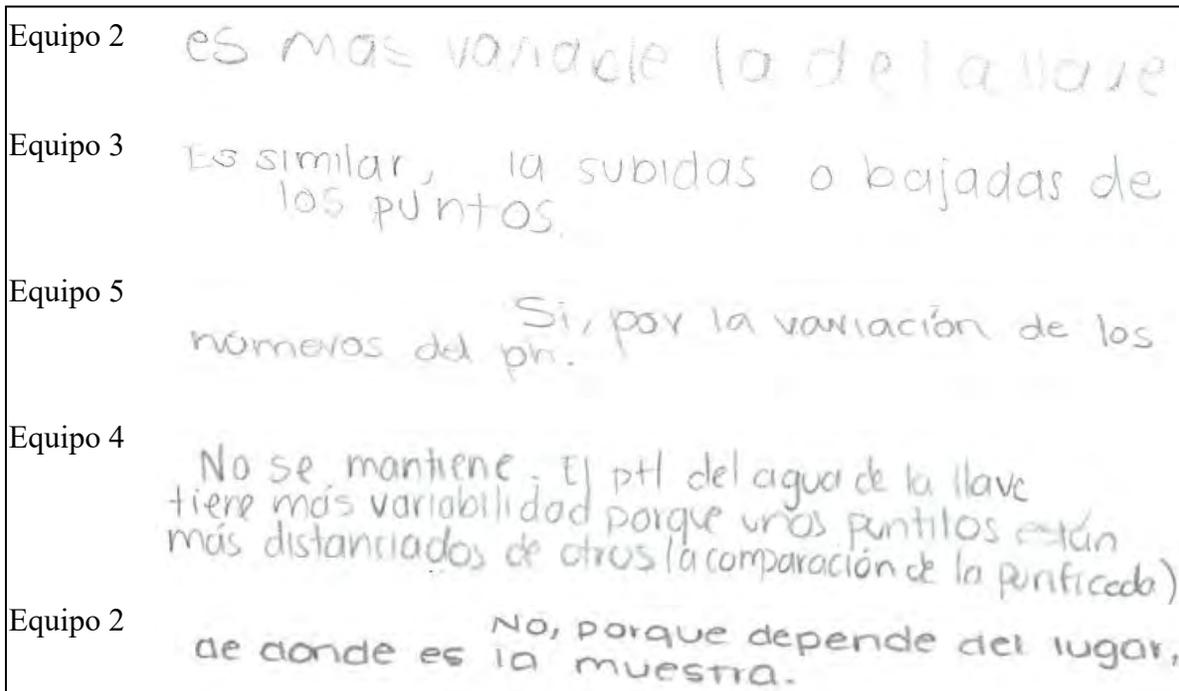
La mayoría de los estudiantes interpretan ya sea el histograma o el polígono de frecuencias para dar respuesta al inciso. Muestra de las prácticas realizadas por los estudiantes se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 1 no, porque su pH van en la grafica

Equipo 1 no se mantiene, noto al del agua purificada muy variada.

Equipo 4 no, no son semejantes

También se presentaron algunos conflictos semióticos al interpretar los gráficos realizados. Por ejemplo el Equipo 5 observa variabilidad en las frecuencias. Muestra de las prácticas realizadas por los estudiantes se presentan en la siguiente imagen:

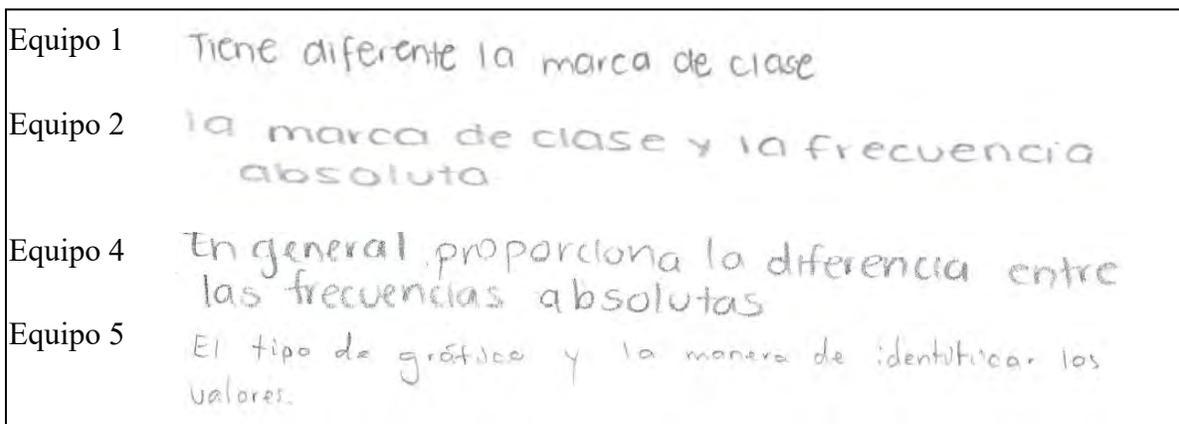


De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea compare la distribución de dos conjuntos de datos a partir de polígonos de frecuencias (variabilidad, diferencia significativa, etc).

Inciso 3

En general, ¿qué información diferente le proporciona este gráfico (el que se creó en el inciso 1) respecto a los que se realizaron en la Actividad 2 inciso 3?

Las respuestas proporcionadas para el presente inciso no estuvieron acorde a lo esperado ya que se contemplaba que mencionaran que el polígono de frecuencias ayudo a observar comportamiento de la variable estadística de manera más sencilla que el histograma, sin embargo, las prácticas de los estudiantes reflejan algunos objetos estadísticos con los que han trabajado. Algunas respuestas fueron las siguientes:



También se presentó un caso en el que se recurrió a interpretar el histograma tal como se observa en las siguientes prácticas:

Equipo 1

que en el agua de la llave hay más tendencia a estar entre $[7.46, 7.75]$, en cambio en el agua Purificada solo hay tendencia en $[7.00, 7.25]$, pero gran cantidad también están en otros rangos, pero distribuidos

En general, de acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple el propósito de la Actividad 3 el cual es “que el estudiante construya e interprete dos polígonos de frecuencias”.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias disciplinares extendidas: V; y las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

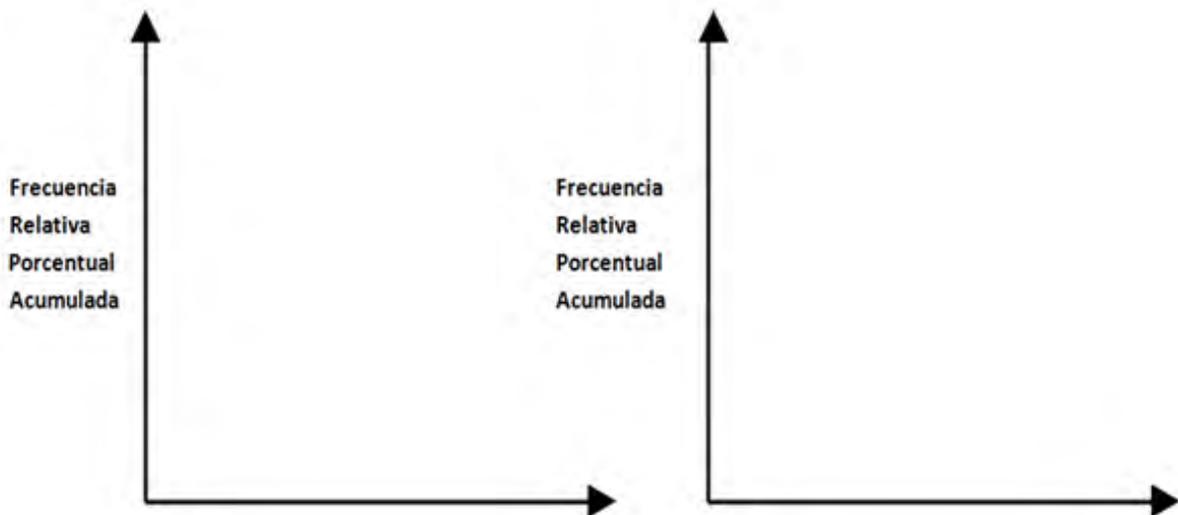
Actividad 4

A continuación se presentan algunos resultados de la implementación de la Actividad 4 (la cual se encuentra en el Anexo B):

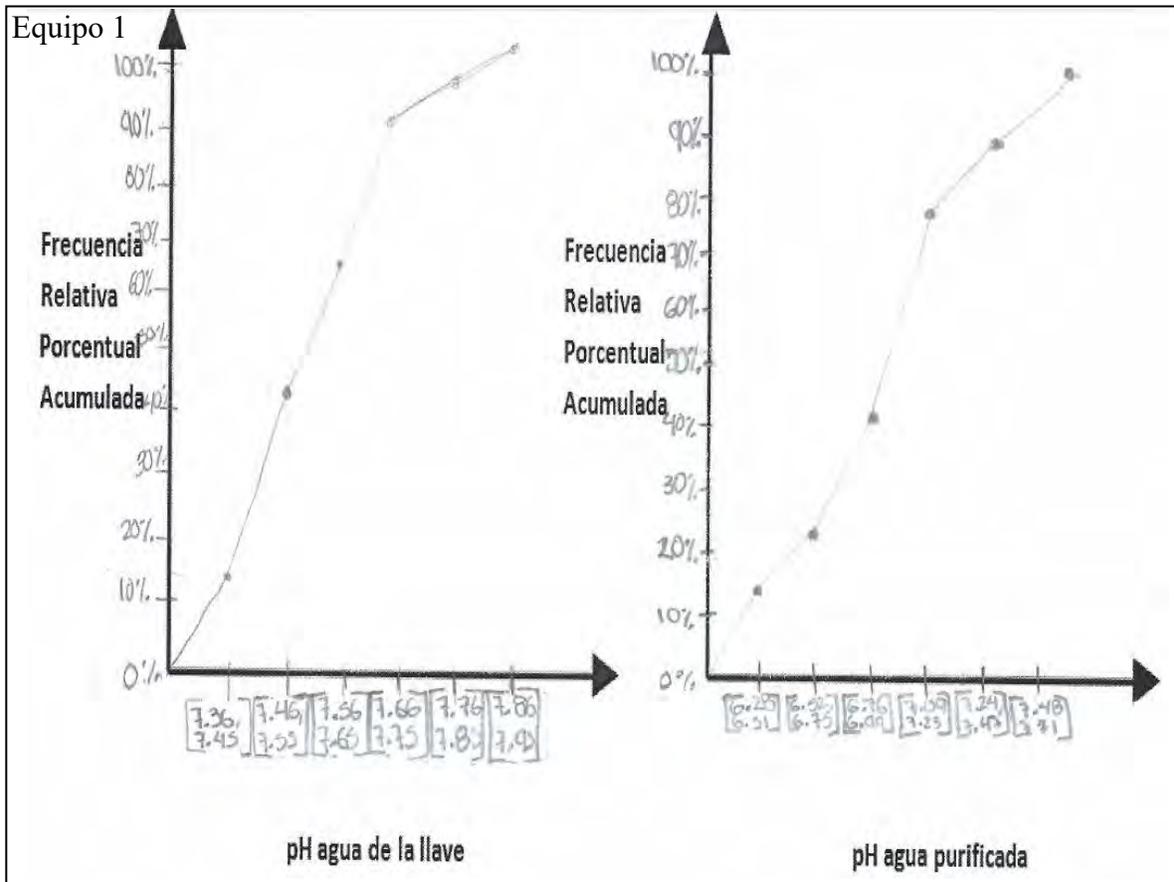
Inciso 1

A partir de la frecuencia relativa porcentual acumulada que se encuentra en la distribución de frecuencias de la Actividad 2, construya un gráfico para el pH de cada tipo de agua.

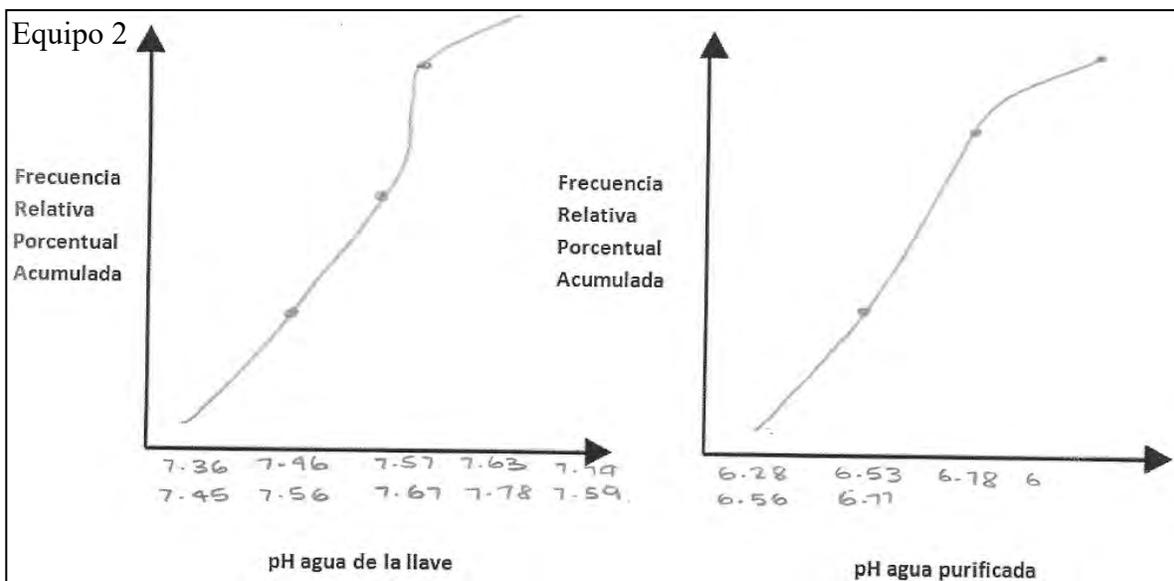
- Primero ponga la escala del eje horizontal con los intervalos de clase como en el inciso 3 de la Actividad 2.
- Después, dibuje puntos de la siguiente manera: a cada límite superior le corresponde la frecuencia relativa porcentual acumulada de cada intervalo de clase, iniciando con el límite inferior del primer intervalo asignándole una frecuencia relativa porcentual acumulada igual a cero.
- Posteriormente se trazan segmentos de recta para unir los puntos.



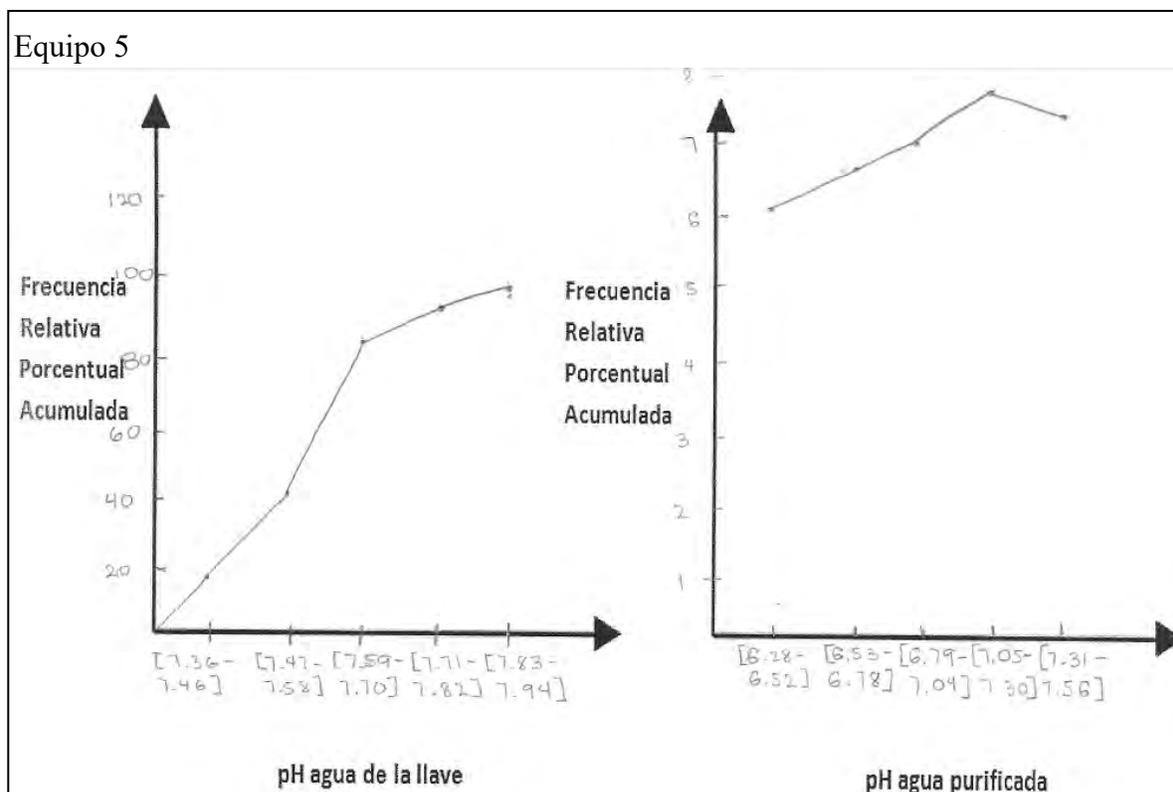
La mayoría de los estudiantes construye correctamente el objeto estadístico emergente ojiva, solo en algunas ocasiones no se rotulan algún eje o ambos ejes. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra del objeto que se acaba de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:



Un conflicto semiótico que se presentó en varios estudiantes fue que en algunas ocasiones la ojiva no se comienza a partir de la frecuencia relativa porcentual igual a cero. Algunas prácticas de los estudiantes son las que se presentan en el siguiente recuadro:



Otro conflicto semiótico que surgió fue que al realizar una de las dos ojivas que se pedían (la otra la realizó correctamente), se consideran los valores que toma la variable en lugar de los valores asociados a la frecuencia absoluta. Ejemplo de las prácticas señaladas se presentan en la siguiente imagen:



De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluye que se cumple la tarea “construya ojivas para dos conjuntos de datos”.

Inciso 2

Tomando en cuenta los límites permisibles para el agua, ¿es mejor que haya más datos por debajo del valor 7, o por encima? ¿Por qué?

Algunos estudiantes interpretan correctamente, sin embargo, algunos términos químicos no se usan con precisión como se puede apreciar en las prácticas de algunos estudiantes que se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 1 Por encima del 7 (7.5) porque es mejor un valor neutro

Un conflicto semiótico que se presentó al resolver el inciso es el siguiente:

No se consideran los límites permisibles, puesto que sería deseable que el pH del agua fuera muy cercano o igual al valor 7, sin embargo, dados los límites permisibles se sabe que el

rango de 6.5 a 7 es más pequeño que de 7 a 8.5. Por lo que existe una probabilidad más alta de salirse del intervalo si los datos tienden a valores más bajos de pH.

Equipo 1	ninguno, porque debajo es muy ácido y alto muy básico.
Equipo 2	de ambas lados es dañino, pero sería mejor por debajo
Equipo 5	Por debajo de 7, sería más fácil acomodar los valores.
Equipo 3	Por debajo, menos ácido. En el agua purificada hay menos datos de 7 para abajo
Equipo 4	por debajo porque el pH en exceso aumenta la acidez
Equipo 5	Por debajo de 7, será menos ácido.

Se concluye que debido a las respuestas de los estudiantes se sugiere cambiar la redacción del inciso para promover el tipo de prácticas que se requiere que emerjan.

Inciso 3

Aproximadamente, ¿qué porcentaje de datos del pH de agua de la llave y de pH de agua purificada andan por debajo del valor 7 de pH?

La mayoría de los estudiantes interpretan correctamente alguno de los recursos estadísticos que han construido, ya sea la tabla simple, la distribución de frecuencias o la ojiva. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de los objetos que se acaban de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1	Agua de la llave: no hay por debajo del 7, (0%) Agua purificada: el 42.85%	
Equipo 3	Del agua de la llave es 0% Del agua purificada aproximadamente el 70%.	
Equipo 1	Llave 21 datos → 100% 0 datos → 0%	Purificada 21 datos → 100% 11 datos → 52.38%
Equipo 2	agua de llave 0%	Agua de P. 47.61%

Como se pudo observar en ocasiones se usan los datos en bruto para realizar la estimación que si bien no era parte de lo esperado porque se requería que interpretaran la ojiva, sigue siendo una respuesta válida, y en próximas actividades se contempla que interpreten nuevamente una ojiva.

Un conflicto semiótico que se presentó fue que no se interpretó de manera adecuada alguno de los recursos estadísticos construidos. Ejemplo de las prácticas realizadas se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 5 *Aproximadamente el 40% en las dos variables*

Inciso 4

Aproximadamente:

- a) ¿qué porcentaje de datos están por de debajo o igual que 6.5 del pH?
- b) ¿qué porcentaje de datos están por arriba de 8.5 del pH?
- c) ¿qué porcentaje de datos están entre 6.5 y 8.5?

El total de los estudiantes interpretan correctamente (tres estudiantes no contestaron) alguno de los recursos estadísticos que han construido, ya sea la tabla simple, la distribución de frecuencias o la ojiva. Las siguientes respuestas de los estudiantes dan muestra de los objetos que se acaban de mencionar, al poner en juego su sistema de prácticas:

Equipo 1

- a) ¿qué porcentaje de datos están por de debajo o igual que 6.5 del pH? *Agua (llave) = 0%*
- b) ¿qué porcentaje de datos están por arriba de 8.5 del pH? *ninguno*
- c) ¿qué porcentaje de datos están entre 6.5 y 8.5? *Agua (llave) = 100%*

Agua (purificada) = 12.3%
Agua (purificada) = 85.72%

Equipo 3

ph llave	ph Purificada
0%	13%
0%	0%
100%	87%

Equipo 1

Llave	Purificada
Ning	14.28%
Ning	Ning.
100%	90.47%

Equipo 4

- a) ¿qué porcentaje de datos están por de debajo o igual que 6.5 del pH? *7.14%*
- b) ¿qué porcentaje de datos están por arriba de 8.5 del pH? *0%*
- c) ¿qué porcentaje de datos están entre 6.5 y 8.5? *90.5% aprox*

Inciso 5

Tomando en cuenta los valores permisibles del pH, ¿cree que estos valores tienden más a un pH ácido o alcalino, en ambos casos?

Un conflicto semiótico que fue recurrente al responder este inciso es el relacionado con una interpretación incorrecta o poco precisa de los recursos estadísticos, lo cual podría deberse al uso impreciso de algunos términos químicos. Ejemplo de ello es confundir alcalino con ácido o pensar que para que una sustancia tenga un pH neutro ésta puede tomar valores por encima del valor 7 como 7.1. Algunas prácticas de los estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 3	pH llave tiende a estar en un punto medio pH purificada tiende a ser más alcalina en algunos casos
Equipo 4	La de la llave contiene No contiene tantos ácidos como la purificada
Equipo 5	un pH ácido.
Equipo 1	En el de llave está neutro y en la purificada están ni ácidos y ni neutros.
Equipo 2	Llave es neutro y en purificada varía más
Equipo 1	creo que ambos casos porque varía.
Equipo 2	hay más pH más ácidos
Equipo 3	Agua llave + ácido Agua purificada + alcalino

Inciso 6

¿En cuál tipo de agua es más posible se cumpla con los límites permisibles?
Justifique su respuesta.

Todos los estudiantes responden de forma acertada debido a que realizaron una correcta interpretación de los conjuntos de datos. Algunas prácticas de los estudiantes se presentan en el siguiente recuadro:

Equipo 1	Agua de la llave, ya que no sobrepasa el rango de 7 como unidad.
Equipo 1	La de la llave es más neutra
Equipo 1	En el de llave porque todos los datos están entre 6.5 & 8.5.
Equipo 3	pt del agua de la llave; todos los datos están dentro del rango adecuado.
Equipo 3	en la de la llave porque el agua purificada tiene menos valores
Equipo 4	En el agua de la llave porque el agua purificada tiene valores menores a los permisibles

Inciso 7

¿Qué agua optaría por tomar? ¿Por qué?

La mayoría de los estudiantes concluyen de forma diferente a la esperada debido a que toman en cuenta su entorno y no los resultados que arroja el análisis de los conjuntos de datos, por lo cual se ajustara el inciso para que sus respuestas se basen meramente en el análisis realizado. Algunas prácticas de los estudiantes son las que se presentan en la siguiente imagen:

Equipo 1	purificada porque es más limpia
Equipo 4	el agua purificada, por que se supone que nos hace bien y esta tratada para el consumo humano.
Equipo 2	purificada, es más higienico.
Equipo 1	Por mi contexto la purificada, ya que al vivir en el norte la calidad del agua de la llave es baja y hay mucho barro
Equipo 5	PURIFICADA, POR QUE SU PH ES MAS ACCESIBLE A MI ORGANISMO
Equipo 4	personalmente opto por la purificada, por el sabor y la alcalinidad; el agua de la llave es, definitivamente, más ácida.
Equipo 5	Agua purificada ya que el ph es más bajo y menos ácida

También se presentaron algunas respuestas de acuerdo a lo que se esperaba, prueba de ello son las prácticas que realizaron los estudiantes y se muestran en el siguiente recuadro:

Equipo 1	de la llave , porque es más segura y se encuentra dentro de los limites , es neutra
Equipo 1	La de la llave porque es más segura y esta en el punto medio del rango
Equipo 4	La llave , por que hasta ahora es la más segura

De acuerdo con las respuestas proporcionados por los estudiantes en los incisos 2 al 7 se concluye que se cumplen parcialmente las tareas “interprete ojivas para dos conjuntos de datos” y “compare la distribución de dos conjuntos de datos a partir de ojivas”.

En general se concluye que se cumple parcialmente el propósito de la Actividad 4 “que el estudiante construya e interprete dos ojivas”.

Además, al resolver la actividad se pusieron en juego las competencias disciplinares extendidas: V; y las competencias genéricas: i, iii, iv, v, vi, vii y viii.

Analizando todas las respuestas de los estudiantes de la Secuencia 2 (a excepción de la Actividad 5 de cierre), se logró satisfactoriamente el objetivo general de la Secuencia 2 el cual es “que el estudiante construya e interprete histogramas, polígonos de frecuencias y ojivas para tomar una decisión a partir de una situación problema. Además de comparar dos o más muestras/poblaciones utilizando las representaciones mencionadas”. Respecto a la interpretación de la ojiva, se presentaron casos en los que no se interpretaba de acuerdo a lo esperado debido a que no se tenían presentes algunos conceptos químicos y los límites permisibles del pH del agua en México, por lo cual se integran algunas orientaciones para el profesor para lograr que se cumplan los objetivos planteados.

4.2 Valoración de la idoneidad didáctica a posteriori del diseño

A partir de los resultados de la implementación de la propuesta se procede a realizar una valoración a posteriori del diseño, para contrastar la valoración a priori de la propuesta con lo que realmente sucedió en la puesta en escena de las actividades didácticas. El objetivo de la valoración a posteriori del diseño es dar una visión general del grado de pertinencia de la propuesta, es decir, si cumple los objetivos con lo que fue planeada, y en caso de valorar algún aspecto como bajo modificar éste.

A continuación se describe la valoración a priori de cada una de las seis idoneidades didácticas:

1. Idoneidad epistémica

Al considerar las prácticas que realizaron los estudiantes, se observó que se pusieron en juego los objetos emergentes que se declaraban en el SIR, algunos de ellos son distribución de frecuencias, histograma, polígono de frecuencias, ojiva, etc.

Asimismo, los estudiantes realizaron prácticas utilizando los diferentes tipos de lenguaje matemático (natural, tabular, gráfico y numérico), y se logró que pasaran de un tipo de representación a otra, y con ello mejorar la interpretación de tablas y gráficos.

Debido a los aspectos que se han resaltado, se concluye que el SII representa bien al SIR, por lo cual la idoneidad epistémica resulta ser alta, tal como se valoró a priori.

2. Idoneidad cognitiva

Referente a la idoneidad cognitiva, un punto a favor es la inclusión de actividades de inicio a partir de las cuales el estudiante pudo partir de algo conocido para comenzar el proceso de aprendizaje de objetos emergentes. El proceso de aprendizaje fue paulatino, sin embargo, la complejidad de los objetos estadísticos como la distribución de frecuencias, el histograma, la ojiva, etc. en ocasiones llevó a conflictos semióticos relacionados con una incorrecta interpretación del conjunto de datos. Sin embargo, se debe valorar que dichos conflictos semióticos ocurrieron en una pequeña parte de los estudiantes y que según los resultados de la investigación que realizó Lugo (2016), donde el porcentaje de estudiantes que “Leen dentro de los datos” es muy bajo, al revisar las prácticas de los estudiantes se puede concluir que una gran mayoría de éstos lograron resultados satisfactorios respecto a la interpretación de tablas y gráficos. Un punto a considerar es el papel del profesor en el proceso de interpretación de tablas y gráficos.

Las prácticas de los estudiantes dan muestra de que se logró superar algunas dificultades respecto a la comprensión de algunos objetos estadísticos, dificultades que se registran en la literatura como en Campbell (1974), citado por Batanero et al., (1994), quien menciona que “un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones” (p.6), entre otras.

Otro aspecto a favor es que se logró el desarrollo de competencias disciplinares extendidas así como competencias genéricas, lo cual se puede constatar en el tipo de prácticas que proporcionan los estudiantes al trabajar con las secuencias.

Debido a los aspectos que se han resaltado, se concluye que la mayoría de las prácticas que se promueven en la propuesta son cercanas al estudiante, por lo que se considera una idoneidad cognitiva media alta, a diferencia de la valoración a priori que era alta.

3. Idoneidad emocional

En la idoneidad emocional, se observó en la puesta en escena que los estudiantes se sienten motivados por el tipo de contexto que se les presenta, debido a que sienten una conexión con éstos. Un ejemplo claro es cuando se les pidió que midieran el pH del agua de llave y el pH del agua purificada, en varios frascos, al momento de registrar los datos los estudiantes emitían sus propias conjeturas, decían frases como “entonces el agua de la purificada no es tan buena” o “Entonces ya no comprare agua purificada”.

En lo que respecta al trabajo individual, en equipo y grupal, éste se realizó tal como se pedía, y se observó mayor motivación en el trabajo en equipo porque podían compartir sus puntos de vista con otros compañeros.

A partir de los aspectos que se han resaltado, se concluye que los estudiantes se sintieron parte del problema y de su grupo, por lo que se considera una idoneidad emocional alta, en correspondencia con la idoneidad a priori que se propuso alta.

4. Idoneidad interaccional

En la idoneidad interaccional, respecto a la interacción entre el estudiante y el profesor, ésta no se llevó del todo tal como se planeaba, puesto que no siempre el profesor tomó en cuenta las orientaciones que se le proporcionaron, lo cual se reflejó en el tipo de prácticas que mostraban los estudiantes.

Por su parte, la interacción entre los estudiantes fue buena, lo cual se refleja en el tipo de respuesta que ofrecían, en ocasiones no se llegaba a un consenso en las respuestas de cada miembro del equipo, sin embargo, también se valora que proporcionen diferentes tipos de prácticas asociadas a un mismo objeto estadístico, porque así se enriquece el significado personal de los estudiantes al compartir su sistema de prácticas con el de sus compañeros.

Un punto a favor del uso de las hojas de trabajo es que hizo posible detectar algunos conflictos semióticos (muy pocos) al realizar las secuencias 1 y 2 (excepto la Actividad 5 porque no se implementó).

Haciendo una valoración de los aspectos anteriores, se concluye que idoneidad interaccional resulta ser media, en comparación con la idoneidad a priori que se decía alta.

5. Idoneidad mediacional

En la idoneidad mediacional, los recursos manipulativos fueron de gran aceptación por los estudiantes y permitieron que el estudiante pudiera realizar tareas que hace un estadístico profesional. Además, el uso de calculadora y hojas de trabajo, etc. permitió la construcción de los gráficos que se esperaba que emergieran al cursar el Bloque II.

En cuanto a las condiciones del aula estas fueron favorables puesto que se realizaron las mediciones del pH de manera satisfactoria. Por su parte, la cantidad de estudiantes para realizar las mediciones fue la adecuada y éstos permanecieron activos durante el desarrollo de las actividades.

En el aspecto del tiempo, éste no fue suficiente, debido a que no se pudo realizar la actividad de cierre de la Secuencia Didáctica 2, ni la Secuencia Didáctica 3. A partir del análisis del programa de estudio de la materia Probabilidad y estadística de las escuelas incorporadas a la UNISON, se pudo apreciar que se destinan muy pocas horas (12 horas) para la construcción e interpretación de objetos estadísticos que son bastante complejos, puesto que los gráficos como el histograma, la ojiva, el diagrama de caja y bigotes, etc. están compuesto por varios objetos estadísticos, al igual que la distribución de frecuencias.

Considerando que solamente el aspecto tiempo no fue adecuado, se concluye que idoneidad mediacional resulta ser media alta, en comparación con la idoneidad a priori que se decía alta.

6. Idoneidad ecológica

Para finalizar, sobre la idoneidad ecológica, el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo y los currículos oficiales de la escuela es bueno ya que se contemplan los objetos de aprendizaje a abordar en el Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*, así como los objetivos del bloque, las competencias disciplinares extendidas a desarrollar, actividades de enseñanza, actividades de aprendizaje e instrumentos de evaluación. Asimismo, se toma en cuenta lo que señalan algunas investigaciones y trabajos que se han hecho dentro del ámbito de la Matemática Educativa, donde se detectan algunas dificultades y errores que presentan los estudiantes en la comprensión de algunos objetos estadísticos, lo cual benefició a los estudiantes puesto que dificultades como el observar variabilidad en la variable estadística y no en las frecuencias fueron superadas en la mayoría de los estudiantes.

También, al observar las prácticas de la Secuencia 2 que realizaron los estudiantes se observa el desarrollo de un pensamiento estadístico en el estudiante al llevar a cabo parcialmente (porque el problema ya estaba planteado) el ciclo PPDAC (Wild & Pfannkuch, 1999), problema, plan, datos, análisis y conclusiones; asimismo se observa el desarrollo de una cultura estadística, ya que dentro de las prácticas que mostraron los estudiantes éstas

se relacionan con la interpretación y evaluación crítica de información estadística, y con la capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tal información.

Por su parte, el grado en que el proceso de estudio se ajusta a la sociedad es favorable debido a que se fomenta una actitud crítica hacia el cuidado de la salud, lo cual ayuda al entorno, que impacta en el fortalecimiento de algunos valores como la sensibilidad.

Haciendo una valoración de los aspectos anteriores se determina que la propuesta es pertinente por lo cual se concluye que la idoneidad ecológica resulta ser alta, en correspondencia con la idoneidad a priori que se propuso alta.

Contemplando las valoraciones de cada una de las seis idoneidades que componen la Idoneidad Didáctica, ésta resulta ser media alta, a priori, lo cual se denota a continuación (Figura 4.2.1.):

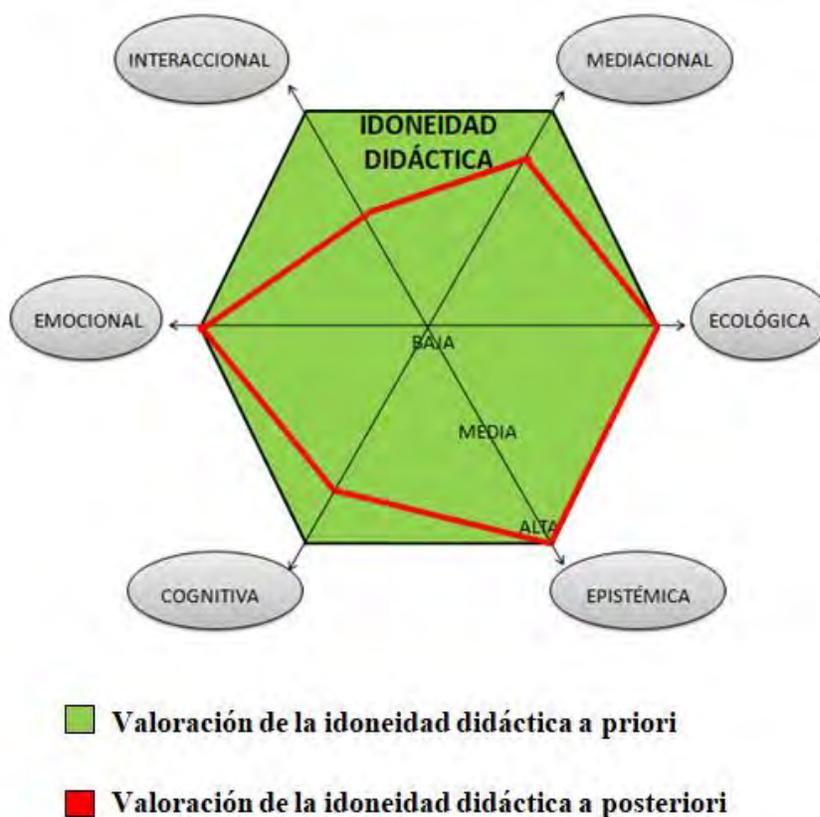


Figura 4.2.1 Contraste de la Valoración Idoneidad Didáctica a priori y a posteriori

5 Conclusiones y reflexiones finales

Tomando en cuenta los objetivos que se plantearon para el desarrollo del trabajo, se derivan algunas conclusiones relacionadas con el cumplimiento del objetivo general de la propuesta. Además, respecto a los objetivos de la propuesta se determina el grado de cumplimiento de los mismos, con lo cual se desprenden posibles trabajos futuros. En última instancia, se realizan algunas reflexiones acerca de aspectos de la problemática que se retoman a lo largo del trabajo.

5.1 Conclusiones de los objetivos de la propuesta

Para valorar en qué medida se alcanzó el objetivo general de cada secuencia, se presentan las conclusiones de los propósitos de las actividades de cada secuencia con base en el análisis de la implementación de la propuesta de actividades.

Secuencia 1:

- De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluyó que se cumple el objetivo de la Actividad 1 “que el estudiante ponga en juego su significado personal acerca de algunos objetos intervinientes propios de estadística descriptiva” que le servirán para la construcción e integración de éstos y otros objetos que serán emergentes, como distribución de frecuencias.
- Se concluyó que se cumple el propósito de la Actividad 2 el cual es “que el estudiante efectúe conversiones de un valor decimal a porcentaje, construya un significado (intuitivo) sobre diferencia significativa y lleve a cabo parcialmente el protocolo que sigue un estadístico”.
- Se cumple parcialmente el objetivo de la Actividad 3, el cual es “que el estudiante identifique variabilidad y describa tendencias de un conjunto de datos a partir de información proporcionada en una tabla y un gráfico”.
- Se cumple el objetivo de la Actividad 4 el cual es “que el estudiante interprete un gráfico de barras para analizar una variable estadística continua.”.
- Se cumple parcialmente el objetivo de la Actividad 5 el cual es “que el estudiante interprete un gráfico de barras y construya una distribución de frecuencias”.

Analizando todas las respuestas de los estudiantes de la Secuencia 1, se concluyó que se logró satisfactoriamente el objetivo general de la Secuencia 1 el cual es “que el estudiante interprete tablas y gráficos proporcionados en una situación problema”. Respecto a la interpretación de la distribución de frecuencias, se presentaron casos en los que no se interpretaba de acuerdo a lo esperado por lo que se integran otros cuestionamientos y orientaciones para el profesor, que apoyen al estudiante a interpretar tal como se espera institucionalmente.

Secuencia 2:

- Analizando las respuestas de los estudiantes, se concluyó que se logró parcialmente el propósito de la Actividad 1 “que el estudiante proponga el uso de intervalos de clase como estrategia para el análisis de una variable estadística continua”, sin embargo, se realizaron algunos cambios al inciso para obtener los resultados esperados en la mayoría de los estudiantes.
- Se cumple el propósito de la Actividad 2 el cual es “que el estudiante construya e interprete dos histogramas”.
- De acuerdo con las respuestas proporcionadas por los estudiantes se concluyó que se cumple el propósito de la Actividad 3 el cual es “que el estudiante construya e interprete dos polígonos de frecuencias”.
- Se concluyó que se cumple parcialmente el propósito de la Actividad 4 “que el estudiante construya e interprete dos ojivas”.

Analizando todas las respuestas de los estudiantes de la Secuencia 2 (a excepción de la Actividad 5 de cierre), se logró satisfactoriamente el objetivo general de la Secuencia 2 el cual es “que el estudiante construya e interprete histogramas, polígonos de frecuencias y ojivas para tomar una decisión a partir de una situación problema. Además de comparar dos o más muestras/poblaciones utilizando las representaciones mencionadas”. Respecto a la interpretación de la ojiva, se presentaron casos en los que no se interpretaba de acuerdo a lo esperado debido a que no se tenían presentes algunos conceptos químicos y los límites permisibles del pH del agua en México, por lo cual se integran algunas orientaciones para el profesor para lograr que se cumplan los objetivos planteados.

5.2 Conclusiones de los objetivos del trabajo

Para valorar en qué medida se alcanzó el objetivo general, se presentan las conclusiones de los objetivos específicos:

El primer objetivo específico es:

- Identificar los objetos estadísticos que corresponden al Bloque II de Probabilidad y Estadística.

Con base en el SIR se realizó una descripción del programa de la asignatura Probabilidad y Estadística, en particular el Bloque II *Describe y representa datos de forma tabular y gráfica* a partir del cual se identificaron los objetos estadísticos que se pretenden promover en dicho bloque.

El segundo objetivo específico es:

- Identificar situaciones en contexto extra matemático que permitan promover el significado de objetos estadísticos propios de estadística descriptiva a través de la interpretación de gráficas y tablas.

Se logró la identificación de contextos extra matemáticos afines al estudiante, con los que se pudieron plantear situaciones problema relacionadas con la toma de decisiones, promoviendo el significado de los objetos estadísticos de interés. Al analizar los resultados de la implementación de las secuencias didácticas, se detectó que las situaciones en contexto extra matemático (dengue, pH y frecuencia cardiaca) permiten promover el significado de objetos estadísticos que se plantean en el Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*, para lo cual se realizó la interpretación de gráficas y tablas.

El tercer objetivo específico es:

- Diseñar actividades didácticas con situaciones en contextos extra matemáticos, que para resolverse se tenga la necesidad de poner en juego (de manera informal) los objetos estadísticos que se requiere emerjan (para su institucionalización).

Haciendo uso de los elementos teóricos del EOS se logró diseñar actividades didácticas en contexto extra matemático, en las cuales se promueve la emergencia de objetos de estadística descriptiva que se abordan en las actividades de desarrollo. Previamente, en las actividades de inicio, se pretende conocer el significado personal del estudiante respecto a objetos que se declaran como intervinientes, ya que son los que se ponen en juego al resolver las actividades, y permiten que emerjan otro tipo de objetos estadísticos, para posteriormente en las actividades de cierre se logre su institucionalización.

El cuarto objetivo específico es:

- Organizar actividades en una secuencia didáctica que promuevan el desarrollo de sistemas de prácticas asociados a los objetos estadísticos.

La propuesta de secuencias didácticas que se presentan en este reporte da muestra de que se logró este objetivo.

Después de analizar cada uno de los objetivos específicos se concluye que se cumple el objetivo general:

- Diseñar secuencias didácticas que promuevan sistemas de prácticas que den lugar a la emergencia de objetos de Estadística Descriptiva para estudiantes del nivel medio superior.

5.3 Líneas de posibles trabajos

Con base en las conclusiones derivadas de la implementación de la propuesta es pertinente señalar dos líneas de posibles trabajos a realizar:

a) Proyectos relacionados con el diseño de propuestas didácticas:

- ✓ Incluir el uso de algún software estadístico (SPSS, Excel, etc), para analizar grandes cantidades de datos.
- ✓ Incorporar actividades que permitan evaluar los significados de prácticas que emergen al trabajar con las actividades de las secuencias didácticas (que se realizaron en este trabajo).
- ✓ Realizar actividades didácticas en las cuales se promuevan otro tipo de prácticas, como la construcción e interpretación de gráficos como: gráfico de pareto, gráfico de pirámide, diagrama de tallo y hoja, histograma de frecuencias relativas, etc.
- ✓ Implementar la Secuencia Didáctica 2 (solo la Actividad 5) y la Secuencia Didáctica 3 para hacer modificaciones pertinentes, así como el análisis y valoración de las actividades.

b) Proyectos relacionados con la investigación:

- ✓ Investigar si con la propuesta se favorece el desarrollo del Razonamiento Inferencial Informal (RII).

5.4 Reflexiones finales acerca de los aspectos atendidos de la problemática

Dificultades

Respecto a las dificultades que se mencionan en la literatura, se puso especial atención en las actividades para que los estudiantes pudieran superar éstas. Algunas de éstas en las que se pudo incidir de manera positiva fueron las siguientes:

Al trabajar con objetos complejos como lo son los gráficos y en ocasiones las tablas como la distribución de frecuencias, esto de cierta manera propicia que los estudiantes tengan conflictos semióticos relacionados con la construcción e interpretación de los mismos, por lo que el estar atentos a la detección de los diferentes tipos de conflictos que manifiestan los estudiantes en sus prácticas, lo que permitió realizar acciones para superar dichos conflictos.

Uso de diferentes lenguajes matemáticos

En este trabajo también se promovió el uso de diferentes tipos de lenguajes matemáticos, y pasar de un tipo de lenguaje matemático a otro así como dentro del mismo lenguaje. Por ejemplo: del lenguaje natural al leer y trabajar con la situación problema que se le planteó; al lenguaje tabular como la distribución de frecuencias; también, al lenguaje gráfico como el histograma, el polígono de frecuencias, la ojiva, entre otros; por último, el lenguaje numérico al realizar los cálculos correspondientes para dar solución a la situación problema.

En particular en la Secuencia 1 se logró la construcción de una distribución de frecuencias a partir de un gráfico de barras; y en la Secuencia 2, se logró el pasar de una tabla simple a una distribución de frecuencias para posteriormente realizar un histograma, y a partir del mismo un polígono de frecuencias, para finalizar con la ojiva la cual se construyó a partir de la distribución de frecuencias.

Contextos

El tipo de contextos que se abordaron son cercanos al estudiante, lo que se percibió en el interés que mostraron al resolver las actividades a través del tipo de prácticas que pusieron en juego.

Competencias

Por las características de los contextos (ámbito de la salud, química y biología) que fueron utilizados, así como por el tipo de tareas (argumentar, comparar y comunicar estrategias y resultados), fue posible el desarrollo de competencias disciplinares extendidas y competencias genéricas.

Pensamiento estadístico, cultura estadística e ideas fundamentales

En esta propuesta se logró el desarrollo del pensamiento estadístico que plantean Wild y Pfannkuch (1999) ya que se llevó a cabo parcialmente (debido a que se proporcionaba el problema) la primera dimensión, denominada ciclo investigativo PPDAC (Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones), se dice que parcialmente debido a que el problema no lo plantearon los estudiantes, sin embargo, la situación problema que se les planteó logró problematizarlos.

En cuanto a la segunda dimensión, que trata de los tipos fundamentales de pensamiento estadístico, los cuales se pusieron en juego al resolver la situación problema. Estos tipos son los siguientes:

reconocer la necesidad de los datos, por ejemplo, cuando midieron el pH del agua purificada y el pH del agua de llave para determinar la calidad de éstas y recomendar tomar la que después de un análisis estadístico presentó valores más óptimos;

transnumeración, ya que lograron pasar de un tipo de lenguaje matemático a otro (y trabajar en el mismo tipo de lenguaje), así como comunicar y argumentar la información estadística que se obtuvo del análisis e interpretación de los datos del dengue y el pH;

consideración de la variabilidad, al reconocer que está presente en el conjunto de datos, por ejemplo cuando detectan que la cantidad de casos de FD varía año con año, además, al considerar cierta tendencia que sigue el conjunto de datos y con ello predecir que pasará en el año 2020 para tomar decisiones al respecto de cómo controlar la cantidad de casos; integración de la estadística y el contexto, la cual se puede observar el tipo de prácticas que ofrecían los estudiantes, en donde se presentan argumentaciones como por ejemplo, al contestar ¿Qué tipo de agua recomendaría tomar?, para lo cual previamente se interpreta la información contenida en distintos gráficos como el histograma, polígono de frecuencias y ojiva.

Respecto al *razonamiento con modelos estadísticos*, este queda fuera las pretensiones del Bloque II.

Entre las prácticas de los estudiantes que dan muestra de la promoción y desarrollo de la cultura estadística se encuentran, interpretar la distribución de frecuencias de los casos de FD y evaluar críticamente la información estadística al argumentar sus respuestas. Además, el trabajo en equipo y grupal, propició que los estudiantes pudieran discutir y comunicar sus opiniones respecto a la información estadística que generaron.

Algunas ideas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011) que se trabajaron en la propuesta son: datos, gráficos, variabilidad aleatoria y distribución. También, en menor medida probabilidad y muestreo.

Niveles de lectura de datos de Curcio

Con la propuesta se pudo lograr que los estudiantes realizaran lectura de datos según los niveles que plantea Curcio (1989). Lo cual se puede constatar en las prácticas que ponían en juego los estudiantes; en un primer nivel, al contestar cual es la frecuencia absoluta que se presenta en un determinado intervalo de clase; en un segundo nivel al contestar si se requiere atender al 75 % (aproximadamente) de la población más joven con FD, ¿hasta que edad se atendería?, para lo cual fue necesario interpretar la distribución de frecuencias de los casos confirmados de FD en México; y en un tercer nivel, al describir el comportamiento tentativo de los casos confirmados de FD para el año 2020, y si existe diferencia significativa en el comportamiento del pH del agua de la llave y el pH del agua purificada.

Referencias Bibliográficas

- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* (Tesis inédita de doctorado). Universidad de Granada, Granada, España.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *NÚMEROS*, 76. Recuperado el 17 de Noviembre de 2015 de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Volumen_76.pdf
- Batanero, C. (2000). *¿Hacia dónde va la educación estadística?* .Recuperado el 10 de Diciembre de 2015 de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/didacticaestadistica.html>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2015 de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/librostesis.html>
- Batanero, C. (2009). *Retos para la formación estadística de los profesores*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2015 de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/formacionprofesores.html>
- Batanero, C., Godino, J.D., Green, D.R., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). *Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2015 de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/didacticaestadistica.html>
- Batanero, C., Arteaga, P. y Contreras, M. (2011). *El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria*. Recuperado el 13 de Junio de 2016 de <http://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/articulos/2011EmTEia.pdf>
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). *Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers: A joint ICMI/IASE study*. Dordrecht: Springer.
- Cabria, S. (1994). *Filosofía de la estadística*. Valencia, España: Servei de PublicacionsUniversitat de València.
- Chaves Vallejo, S. J (2012). *Diseño de una propuesta didáctica para la comprensión de la estadística descriptiva en contextos de demografía* (Tesis inédita de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Díaz, A. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. Recuperado el 01 de Abril de 2016 de http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf
- Dirección General de Epidemiología. (2015). *Panorama Epidemiológico de Fiebre por Dengue y Fiebre Hemorrágica por Dengue*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2015 de http://www.epidemiologia.salud.gob.mx/doctos/panodengue/PANORAMAS_2015/Pano_dengue_sem_47_2015.pdf
- Escudero, O. y Mendes, C. (2005). Séptimo Congreso Internacional de Educación Estadística. *Hipótesis Alternativa*, 6(1), 2.
- Fuenlabrada, S. (2001). *Probabilidad y Estadística*. México: McGraw Hill.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.

- García Muela, J. M. L. (2009). *Detección de dificultades en la comprensión de la media aritmética en alumnos de nivel superior* (Tesis inédita de maestría). Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora, México.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994). *Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos*. Recuperado el 01 de Abril de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. (2007) *Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico*. Recuperado el 01 de Febrero de 2018 de <http://www.ugr.es/~jgodino/funcionessemioticas/niveles%20 analisis%20didactico%204Julio08.pdf>
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2008). *Un enfoque Ontosemiótico de Conocimiento y la Instrucción Matemática*. Recuperado el 01 de Abril de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf
- Godino, J. (2011). *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Recuperado el 01 de Abril de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (s.f.). *¿Qué es y qué hace?* México: Autor.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (s.f.). *Tú y la estadística*. México: Autor.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (2016). *Importancia de la información estadística*. México: Autor.
- Instituto Nacional de la Juventud. (2006). *Encuesta Nacional de Juventud 2005*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2015 de http://sic.conaculta.gob.mx/centrodoc_documentos/292.pdf
- Joaquim, A. y García, J. A. (2008). *Caracterización de la comprensión de algunos aspectos de la media aritmética: Un estudio con alumnos de secundaria y universitarios*. Recuperado el 10 de Junio de 2016 de https://jagacruz.webs.ull.es/Articulos/Ens_Mat_2008.pdf
- Lee, C. y Meletiou, M. (2003). *Some difficulties of learning histograms in introductory statistics*. Recuperado el 10 de Junio de 2016 de <http://www.statlit.org/PDF/2003LeeASA.pdf>
- Lugo, J. (2016). *Razonamiento Inferencial Informal en Estudiantes Universitarios como Componente de su Formación Estadística* (Tesis inédita de maestría). Universidad de Sonora, Sonora, México.
- Medina, M. (2010). *Tabaquismo en México ¿Cómo evitar 60,000 muertes prematuras cada año?* Recuperado el 12 de Junio de 2016 de <http://www.uade.inpsiquiatria.edu.mx/Articulos%20Jorge/2010/Tabaquismo%20en%20Mexico%20como%20evitar%2060%20000%20muertes%20prematu ras%20cada%20ano.pdf>
- Monteiro, C. y Ainley, J. (2004). *Interpretation of media grasps and critical sense: implications for teaching and teachers*. Recuperado el 09 de Agosto de 2016 de <http://iase-web.org/documents/papers/icme10/MonteiroAinley.pdf>
- Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Barcelona: Graó.
- Salazar, A. y Pineda, N. (2010). *Escenarios de demanda y política para la administración del agua potable en México: el caso de Hermosillo, Sonora*. Recuperado el 27 de Enero de 2018 de <https://www.colson.edu.mx:4433/Revista/Articulos/47/5Pineda.pdf>

- Sánchez E. (2013). *Elementos de Estadística y su Didáctica a Nivel Bachillerato*. Recuperado el 09 de Agosto de 2016 de http://www.cobaqroo.edu.mx/Docentes/Didac/elementos_de_estadistica_y_su_didactica_a_nivel_bachillerato.pdf
- Santillán, M. (2013). *La Estadística impacta todos los ámbitos de la vida: Eduardo Gutiérrez Peña*. Recuperado el 12 de Junio de 2016 de [http://ciencia.unam.mx/leer/217/La_Estadística_impacta_todos_los_ambitos_de_la_vida_Eduardo_Gutierrez_Pena#Promover el estudio de la Estadística](http://ciencia.unam.mx/leer/217/La_Estadística_impacta_todos_los_ambitos_de_la_vida_Eduardo_Gutierrez_Pena#Promover%20el%20estudio%20de%20la%20Estadística)
- Santillán, M. (2013). *La Estadística en nuestra vida diaria*. Recuperado el 12 de Junio de 2016 de <http://www.fundacionunam.org.mx/humanidades/la-estadistica-en-nuestra-vida-diaria/>
- Secretaría de Educación Pública. (1993). Acuerdo 181. Se establecen el plan y los programas de estudio para la educación primaria. Publicado en *Diario Oficial*, el 27 de Agosto de 1993. México.
- Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programas de estudio*. Recuperado el 27 de Mayo de 2016 de <http://www.curriculobasica.sep.gob.mx/index.php/prog-primaria>
- Silva, J., Oteiza, F., Molina, O., Riesco, M., Galaz, M. y Fredes, L. (2009). *Generación de material didáctico*. Recuperado de <http://www.cvrecursosdidacticos.com>
- Silvestre Castro, E. (2011). *Actividades didácticas para promover un acercamiento intuitivo a algunos tipos de muestreos aleatorios* (Tesis inédita de maestría). Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora, México.
- Stevenson, W. (2003). *Estadística para Administración y Economía*. Conceptos y Aplicaciones (Coedición). Oxford: Alfaomega.
- Subsecretaría de Educación Media Superior. (2008). *Reforma Integral de la Educación Media Superior: La Creación de un Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad*. México: Autor.
- Subsecretaría de Educación Media Superior. (2008). Acuerdo 444. Se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato. Publicado en *Diario Oficial*, el martes 21 de Octubre de 2008. México.
- Subsecretaría de Educación Media Superior. (2012). *Resultados de México en la Prueba PISA 2012*. Recuperado el 06 de Mayo de 2016 de http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/11149/1/images/Mexico_PISA_2012_Informe.pdf
- Terrés, A. (2010). *Propuesta de secuencia didáctica para estadística descriptiva utilizando la computadora como herramienta* (Tesis inédita de maestría). Facultad de Estudios Superiores Acatlán, Naucalpan de Juárez, Estado de México, México.
- Universidad de Sonora. (2014). *Plan de Estudios por Competencias*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2015 de http://www.incorporadas.uson.mx/aca_plan_estudios.php
- Universidad de Sonora. (2014). *Probabilidad y Estadística*. Recuperado el 06 de Mayo de 2016 de [http://www.incorporadas.uson.mx/academica/PROGRAMAS_DE_ESTUDIO_POR_SEMESTRE/SEMESTRE_V/S5CFP-PYE_\(PROPEDEUTICA\).pdf](http://www.incorporadas.uson.mx/academica/PROGRAMAS_DE_ESTUDIO_POR_SEMESTRE/SEMESTRE_V/S5CFP-PYE_(PROPEDEUTICA).pdf)
- Wild, C. J. y Pfannkuch M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical*, 67 (3). Recuperado el 08 de Agosto de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x/abstract>

Secuencia Didáctica 1.-

¿A qué grupos de edad daría prioridad para combatir el dengue?



Actividad 1

Apertura



En la actualidad vemos y escuchamos en las noticias de la televisión, radio, periódicos, internet, espectaculares, etc. que debemos estar atentos ante la presencia del principal mosquito, *Aedes aegypti*, transmisor del virus denominado “Dengue”.



Imagen A1. (Relativo al Anexo A).

Mosquito transmisor del virus dengue.

Constantemente se está proveyendo gran cantidad de información que es mostrada en tablas y gráficos, donde se exhibe cómo aumenta o disminuye la cantidad de gente que fue infectada en diferentes años, así como información de la entidad donde se han presentado más casos, la forma en que mayormente se manifiesta, etc., gracias a ello se pueden establecer mecanismos de alerta a la población para que estén consientes de los daños que causa y sepan cómo cuidarse.

Existen 3 formas en que se manifiesta esta enfermedad:

- ✓ Fiebre por dengue (FD)
- ✓ Fiebre hemorrágica
- ✓ Shock hemorrágico

Entre los cuidados que se deben tener para prevenir la propagación y picadura de este mosquito se encuentran los siguientes:

- ✓ Usar repelente.
- ✓ Usar manga larga y pantalones en actividades al aire libre.

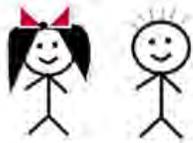
- ✓ Evitar tener recipientes llenos de agua, o si es necesario taparlos bien.
- ✓ Colocar mosquiteros en puertas y ventanas.

El uso de gráficas y tablas para visualizar datos de esta epidemia nos facilita el acceso a la información, pero hay que tener una actitud crítica ante estos resultados; de otra manera, no podremos entender este fenómeno que es de importancia a nivel nacional.



Después de haber cursado el Bloque I *Comprendes y describes la variabilidad estadística y sus aplicaciones*, ¿qué idea tiene acerca de los siguientes conceptos matemáticos? :

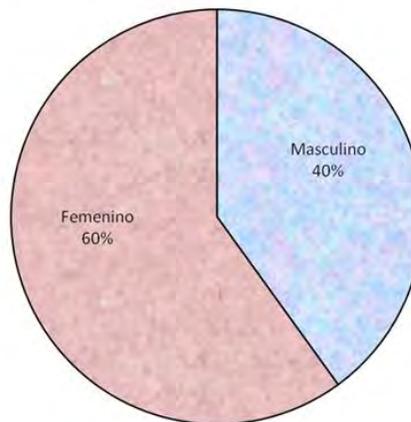
- Variable estadística:
- Tipos de variables:
- Frecuencia Absoluta:
- Frecuencia Relativa:
- Mediana:
- Rango:
- Muestreo:
- Tipos de muestreo:
- Población:
- Muestra:



Actividad 2

La Dirección General de Epidemiología (DGE) a través de su página de internet, nos reporta el porcentaje de casos confirmados de FD por género en **México** en el año 2015 (Gráfica A1).

Gráfica A1. Porcentaje de casos confirmados de FD por género 2015



A partir de la Gráfica A1 conteste lo siguiente:

1. ¿A cuántos casos corresponde el porcentaje de FD en el género femenino y masculino?, tomando en cuenta que la cantidad total de casos confirmados en 2015 fue 21,201.
2. Conteste las siguientes preguntas:
 - a) Si la Secretaría de Salud invirtiera solo en algún género, ¿en cuál cree que invertiría? ¿Por qué?
 - b) ¿Considera que existe diferencia notable o significativa entre el porcentaje de hombres y mujeres que presentaron FD? Justifique su respuesta.
 - c) En caso de considerar que la diferencia es notable o significativa, ¿cómo cree que sería una diferencia que no fuera notable o significativa? Justifique su respuesta.

3. Realice una encuesta en su grupo acerca de los estudiantes que han tenido FD. A partir de los datos obtenidos realice lo siguiente:

- Construya un gráfico de pastel para la variable estadística género (considerando solo a los estudiantes que hayan tenido FD).
- Interprete los resultados obtenidos.

A partir de la información obtenida en su grupo, conteste las siguientes preguntas y argumente en cada caso:

- a) ¿Considera que la muestra de estudiantes fue representativa si se trata de conocer acerca de la población que tiene dengue en México por género? ¿Por qué?
- b) En caso de considerar que no fue una muestra representativa, ¿cómo tomaría la muestra para que tenga dicha característica?
- c) ¿Cuál cree que sea la necesidad de que la muestra sea representativa? Explique a detalle.



Desarrollo

A continuación se presenta la siguiente tabla (Tabla A1) con el recuento anual de los casos confirmados de FD en **México**:

DATOS	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
FD confirmados	26,596	41,972	22,352	10,970	32,662	43,663	23,432	21,201	

Tabla A1. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015.

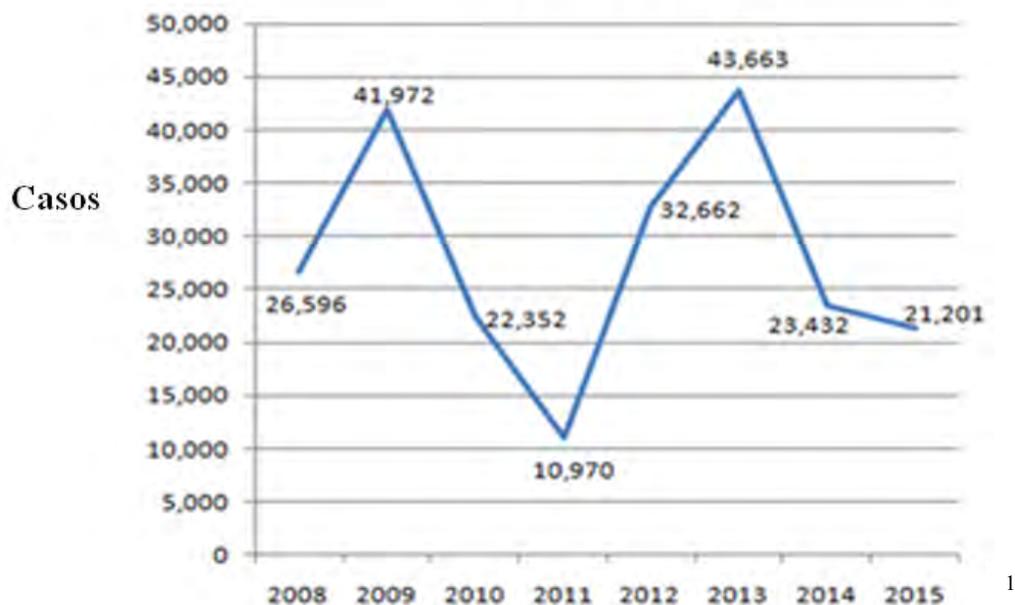
1

A partir de la Tabla A1 conteste las siguientes preguntas:

1. Describa el comportamiento de los casos confirmados de FD desde 2008 hasta 2015 ¿Considera que aumentó o disminuyó el número de casos confirmados de FD de 2008 a 2015? ¿A qué cree que se deba esto?
2. Observa alguna tendencia en la cantidad de casos confirmados de FD, descríbala.
3. ¿Cuántos casos de FD cree que se presenten en 2016? Tomando en cuenta la Tabla A1. Justifique su respuesta. Acceda a la página de la Dirección General de Epidemiología y compare su predicción con lo que paso realmente. ¿Fue parecido? (Complete la tabla con los datos reales de 2016)

A continuación se presenta la siguiente gráfica (Gráfica A2) con los casos confirmados de FD de 2008 a 2015 en **México**:

Gráfica A2. Casos confirmados de FD de 2008 a 2015



A partir de la Gráfica A2 que se le presenta conteste lo siguiente:

4. ¿Observa alguna tendencia en los casos confirmados de FD de 2008 a 2015? Justifique su respuesta.
5. Describa el comportamiento tentativo de los casos confirmados de FD para el año 2020. Argumente éste. **Continúe el trazo de la Gráfica A2 para el año 2020.**
6. ¿Cómo definiría lo que es una tendencia en estadística?
7. Siga las instrucciones del profesor para que participe en el debate grupal.

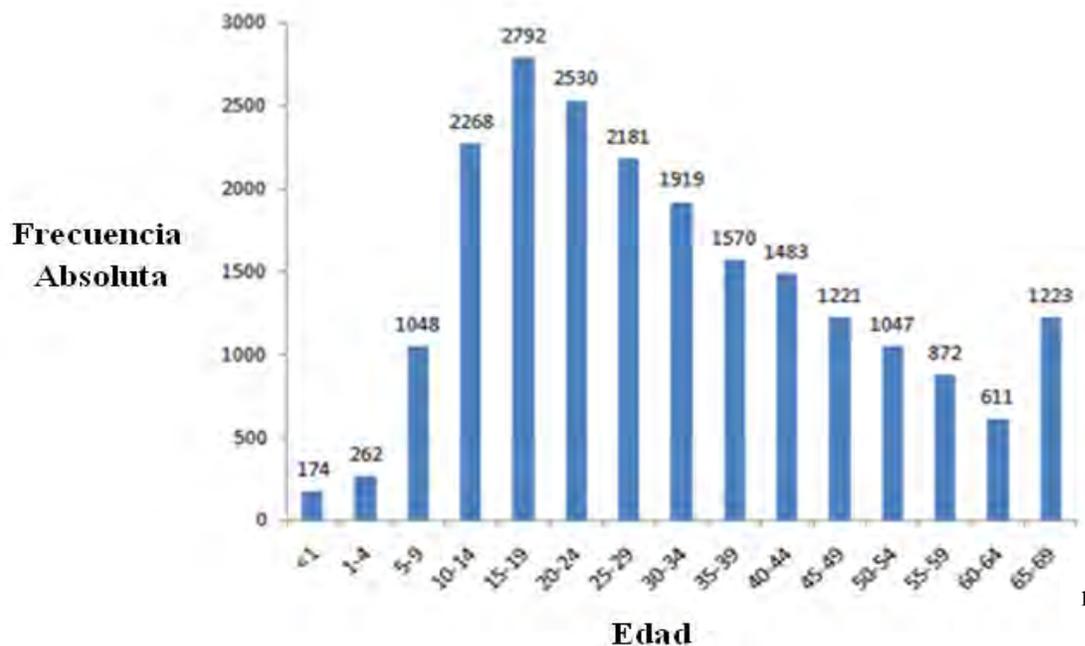




Actividad 4

A continuación se presenta la siguiente gráfica (Gráfica A3) con los casos confirmados de FD por grupos de edad en 2015 en nuestro país:

Gráfica A3. Casos confirmados de FD por grupos de edad 2015



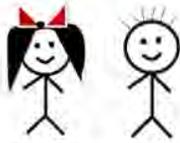
A partir de la Gráfica A3 que se le presenta conteste lo siguiente:

1. ¿Cuál es la variable estadística que está presente en la Gráfica A3? ¿Qué tipo de variable es?
2. De los 2792 datos de los casos confirmados de FD en el grupo [15,19], proporcione 10 valores que podrían pertenecer a ese grupo.
3. Como no se conocen realmente las edades exactas de los casos confirmados FD en el grupo de [15,19] años, ¿qué valor de la variable estadística podría ser un buen representante del grupo? Justifique su respuesta.
4. Conteste las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué valor de la variable edad (**un solo valor**) divide en dos partes iguales (con igual porcentaje de datos a cada lado) al conjunto de datos? Justifique su respuesta.
 - b) ¿En qué grupo se localiza la mediana del conjunto de datos? Realice los cálculos correspondientes.
 - c) ¿Cuál es el rango de edades de las personas confirmadas con FD?
5. ¿Existe mucha o poca variabilidad en la **edad** de las personas que fueron confirmadas con dengue (Gráfica A3)? Justifique como observa dicha variabilidad ¿Cuánto sería el valor del rango?
 6. ¿Cómo se vería la Gráfica A3 si no hubiera variabilidad en la edad de las personas que fueron confirmadas con dengue? Dibújela y argumente su respuesta.
 7. Siga las instrucciones del profesor para que participe en el debate grupal.



1. La información real fue tomada de tal página de la Secretaría de Salud:
http://www.epidemiologia.salud.gob.mx/dgae/panodengue/intd_dengue.html, y se hicieron algunos ajustes con fines didácticos.



Actividad 5

Atendiendo a la Gráfica A3 conteste las siguientes preguntas:

1. Si la Secretaría de Salud tuviera poco presupuesto para invertir en las personas que fueron picadas por el mosquito transmisor del dengue, ¿a qué edad o edades cree que se le debería prestar más atención? Justifique su respuesta.
2. ¿En qué grupo de edad se presentan menos casos de FD? ¿Por qué cree que pase eso?
3. Por cada grupo de edad:
 - a) ¿En cuántas personas se confirmó que tuvieron FD?
 - b) Si suma las frecuencias absolutas (casos confirmados) de todos los grupos, ¿a qué información del problema corresponde?
4. En el grupo de edad [15,19] años:
 - a) ¿Cuál es la proporción (frecuencia relativa) de casos de FD? ¿Cómo interpreta ese resultado?
 - b) ¿Cuál es el porcentaje de casos de FD? ¿Cómo interpreta ese resultado?
5. Conteste las siguientes preguntas:
 - a) ¿Cómo será la **proporción (frecuencia relativa)** de casos de FD en los grupos de [35,44] años, respecto a la proporción de casos de FD en el grupo de [15,19] años? Interprete sus resultados.
 - b) ¿Hay mucha diferencia en el **porcentaje** de casos de FD en los grupos de edad mencionados? Justifique su respuesta.
 - c) ¿Qué más podría decir atendiendo a la Gráfica A3?
6. Conteste las siguientes preguntas:
 - a) ¿Cuál es la **proporción (frecuencia relativa)** de casos presentes en cada grupo de edad?
 - b) Si suma las frecuencias relativas de todos los grupos de edad, ¿cuál es el valor que se obtiene? ¿Cómo interpreta ese resultado?

c) ¿Cuál es el valor más pequeño y más grande que puede tomar la frecuencia relativa?

d) Si se selecciona a una persona al azar de las 21,201 que se confirmaron con FD, ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca al intervalo [10,14]?

7. Conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el porcentaje de casos presentes en cada grupo de edad? Si se suman todos los porcentajes de casos por grupo de edad ¿Qué porcentaje se obtiene?

b) La Secretaria de Salud cree conveniente invertir en los casos registrados de dengue por edades **a partir de la menor edad posible**, para ello separó los grupos de edad por porcentajes. Atendiendo al inciso a), determine **la edad (en el eje correspondiente)** hasta la cual se acumula (aproximadamente):

- 25% de los casos de FD
- 50% de los casos de FD
- 75% de los casos de FD

Marque en la Gráfica A3 los grupos con los respectivos porcentajes. Recuerde que en todos los casos se considera a partir de la menor edad posible.



8. Siga las instrucciones del profesor para que participe en el debate grupal.



Actividad 6

Cierre



En la Secuencia Didáctica 1, en particular en la Actividad 1, se empezó a trabajar con algunos conceptos estadísticos como: variable estadística y sus tipos, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, mediana, rango, muestreo y sus tipos, muestra y población; conceptos importantes para iniciar el trabajo de la secuencia. Al resolver las actividades, haciendo uso de estos conceptos, se pusieron en juego otros conceptos estadísticos que forman parte de los aprendizajes esperados del Bloque II *Describe y representas datos de forma tabular y gráfica*.

1. El conjunto de datos asociados a la variable estadística edad de la Actividad 4, ¿representa una muestra o a la población? Justifique su respuesta.

En la Actividad 2 se da seguimiento a lo que se vió en el bloque anterior *Comprendes y describes la variabilidad estadística y sus aplicaciones*, en particular en lo que respecta al muestreo. Éste se realiza para acceder a una muestra que sea representativa de la población de estudio, con el objetivo de extraer conclusiones (a partir del análisis del conjunto de datos) que sean válidas para la población.

En la Actividad 3, se empezó a trabajar con la interpretación de la Tabla A1, donde se pretendió hacer visible la variabilidad inherente al conjunto de datos de los casos confirmados de FD, puesto que año con año varía la cantidad de casos. Una de las causas de la variabilidad es el azar (que está presente en casi todo lo que nos rodea) el cual está relacionado con diversos factores como el clima y la falta de higiene presentes en la incidencia de FD, y en Estadística el estudio de la variabilidad es fundamental para la toma de decisiones. Es por ello que resulta ser de gran interés predecir el comportamiento de un conjunto de datos o medidas, puesto que en la vida cotidiana nos encontramos con problemas que nos orillan a anticipar respuesta, tal como la creación de un determinado número de vacunas para atacar la epidemia de dengue o de otra enfermedad.

Además, se le proporcionó un gráfico el cual se le llama *gráfico de líneas*, el cual se usa para representar frecuencias de una variable cualitativa o valores numéricos de una serie de datos (no se usa para representar variables cuantitativas). En un gráfico de líneas se presentan puntos conectados por líneas para mostrar como cambia el valor de algo (a lo largo del tiempo o del valor de la variable).

La Actividad 4, inicia presentando un gráfico de barras (Gráfica A3) donde la variable estadística que se analizó es continua, pero se presentó de forma que no toma todos los valores posibles; por ejemplo, en el intervalo de clase [15,24] no se contemplan valores como 19.5 años, por lo que la variable está en forma discretizada. En esta actividad se trata de conectar algunas medidas de tendencia central como la mediana, con medidas de dispersión como el rango, para definir cuando hay o no hay variabilidad en un conjunto de datos (representado en un gráfico de barras y poder visualizarlas a partir de éste).

En la Actividad 5 se pretende que se desglose la información contenida en el gráfico de barras de la Gráfica A3 para poder construir lo que se conoce como la *distribución de frecuencias* asociada a un conjunto de datos. Para ello hay que establecer primeramente los grupos asociados a la variable estadística que se quiere analizar, a los cuales llamaremos *intervalos de clase*, por ejemplo [15,19], además, éstos deben ser *mutuamente excluyentes* para no presentar información repetida.

2. ¿Cuándo cree que es conveniente utilizar intervalos de clase? Argumente.
3. ¿Cuántos intervalos de clase se consideraron para la construcción de la Gráfica A3?

Cada intervalo de clase queda definido por su extremo inferior y su extremo superior, llamados *límites de clase*, los cuales dan como resultado la *amplitud* del intervalo de clase (los intervalos de clase pueden tener la misma o diferente amplitud).

4. ¿Cuáles son los límites de clase **de cada uno de los intervalos de clase** de la Gráfica A3?
5. ¿Cómo es la amplitud de los intervalos de clase en la Gráfica A3?

Por último, en cada intervalo de clase es necesario tener un valor que represente al conjunto de datos, este valor que representa el punto medio del intervalo se llama *marca de clase*.

6. En la Actividad 4 inciso 3, ¿escogió como representante la marca de clase?, en caso de que no, ¿cree que es mejor la que escogió o la marca de clase? **¿por qué?** Calcule la marca de clase del intervalo [15,19].

Después se procede a completar cada parte de la distribución de frecuencias que consiste en *frecuencia absoluta*, *frecuencia relativa* (en ocasiones ésta se transforma en un valor porcentual), *frecuencia absoluta acumulada*, *frecuencia relativa acumulada*, *frecuencia relativa porcentual* y *frecuencia relativa porcentual acumulada*, los cuales permiten describir la variable estadística.

- Frecuencia absoluta: Para cualquier categoría (intervalo de clase) de datos, es el número de veces que valores de la variable estadística caen en esa categoría.
- Frecuencia relativa: Para cualquier categoría de datos, es la fracción de la frecuencia total que cae en esa categoría.

Atendiendo a la distribución de frecuencias realizada, conteste los siguientes cuestionamientos:

8. ¿Cuántos casos de FD se confirmaron en 2015 en el intervalo de clase [55,59]?
9. La Secretaria de salud aprobó un presupuesto para atender a personas menores de 24 años, ¿Qué porcentaje de la población será atendida?
10. Si se requiere atender al 75 % (aproximadamente) de la población más joven, ¿hasta que edad se atendería?
11. ¿Cree que hasta el intervalo de clase [25,29] se acumule más de la mitad de los casos registrados de FD? Justifique su respuesta con los cálculos correspondientes.
12. La Secretaria de Salud cree conveniente invertir en los casos registrados de dengue por edades **a partir de la menor edad posible**, para ello separó los intervalos de clase por porcentajes. Determine **la edad** hasta la cual se acumula (aproximadamente):
 - 25% de los casos de FD
 - 50% de los casos de FD
 - 75% de los casos de FD
13. ¿Le parece un buen recurso la distribución de frecuencias? ¿Por qué?
14. Siga las instrucciones del profesor para que participe en el debate grupal.



Secuencia Didáctica 2.-

¿Qué tipo de agua recomendaría tomar?



Apertura



La escasez de agua en el estado de Sonora es un tema que ha tomado auge en los últimos años. En principio se debe a que nuestro estado se encuentra en una zona desértica, particularmente Hermosillo es una ciudad en donde se carece de lluvias abundantes que aporten fluido para recargar la cuenca hídrica de la que proviene el agua con que se surte a la ciudad, aunado a que el crecimiento acelerado de la población repercute en dicha escasez. Como medida para garantizar el abastecimiento de agua, Agua de Hermosillo (AGUAH), implementó un programa que consistía en suministrar agua en los diversos sectores de Hermosillo a ciertas horas, denominado Tandeo. En 1998, 1999 y 2005 se implementó dicho programa, y para enero de 2010 se inició un programa de “racionalización” el cual consistía en suministrar el líquido vital ocho horas al día; el cual continuó en 2011 y 2012, para dar término en la primavera de 2013.

La conclusión de la racionalización del agua en buena medida se debió a la construcción del Acueducto “Independencia”, con el cual se extrae agua superficial de la presa Plutarco Elías Calles (presa “El Novillo”) para ser transvasada a Hermosillo, obra que entró en operación en el verano de 2013.

A continuación se presenta un mapa de las fuentes principales de abastecimiento de agua potable en diferentes sectores de la ciudad de Hermosillo:

Fuentes principales de abastecimiento

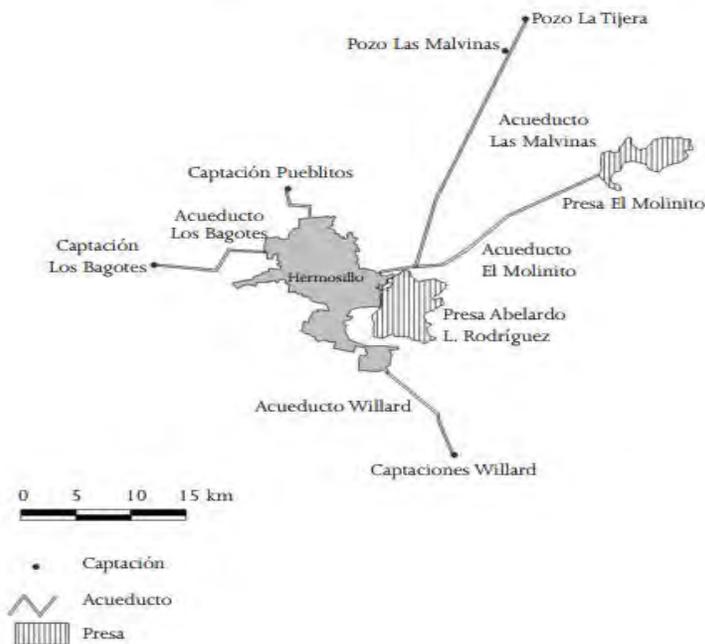
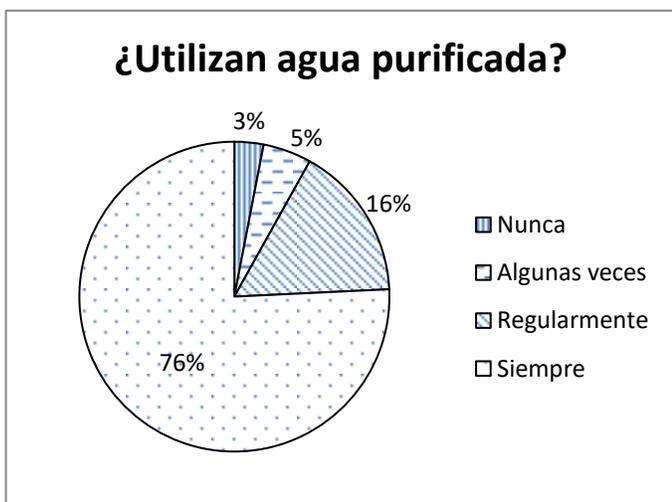


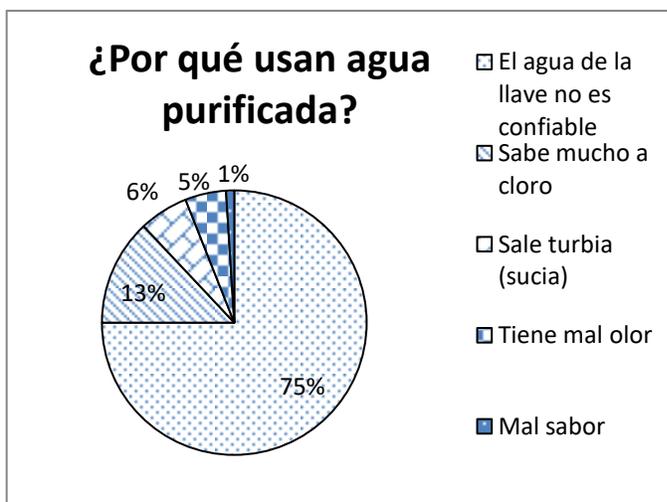
Imagen B1. Fuentes principales de abastecimiento de agua en Hermosillo. (Salazar y Pineda, 2010).

Antes del llamado “tandeo” era poco común que en las casas se utilizaran botes, tinacos, etc. para poder almacenar agua que permita subsistir a las horas en las que se suspendía el servicio; además, se optó por el consumo de agua purificada (en garrafón o embotellada) para satisfacer el consumo de agua para beber.

Un estudio realizado por Ojeda, Quintana y García en 2015, titulado “*Un estudio del consumo de agua residencial urbana: el caso de Hermosillo, Sonora*” nos da evidencia de que los habitantes de Hermosillo usan frecuentemente agua purificada (Gráfica B1). Además, se dan algunas razones por las cuales se usa este tipo de agua (Gráfica B2).



Gráfica B1. Porcentaje de personas que utilizan agua purificada.



Gráfica B2. Porcentaje de personas según el porqué del uso del agua purificada.

Esto lleva a preguntarnos qué tan saludable es el agua que consumimos, es decir, la calidad del agua. Para ello existen ciertas mediciones que llevan a determinar dicha calidad, estas son: pH, temperatura, conducción específica, turbidez, oxígeno disuelto, dureza y sedimento en suspensión. Por ejemplo, Agua de Hermosillo realiza algunos análisis para determinar la calidad del agua a su entrada a las plantas potabilizadoras, los cuales son: turbiedad, olor, alcalinidad, pH, fisicoquímicos y bacteriológicos; para el agua de salida se realizan prácticamente las mismas pruebas, además de la determinación de cloro residual.

Una de las mediciones que se realizan al agua para determinar la calidad de ésta es el pH (Potencial de Hidrógeno) que es un indicador de la acidez o basicidad de una sustancia; en el caso del agua resulta ser una de las propiedades más importantes.

Una sustancia tiene un pH neutro cuando el valor de éste es 7, por ejemplo el agua; si se tienen valores menores de 7 el pH resulta ser ácido, por ejemplo el pH dentro de las células humanas (6.8); en cambio, si los valores del pH son mayores de 7 se dice que es básico, por ejemplo el pH de la sangre (7.4).

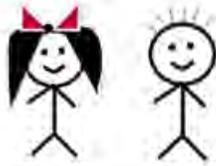
El pH es un factor logarítmico; cuando una solución se vuelve diez veces más ácida, el pH disminuirá en una unidad. Cuando una solución se vuelve cien veces más ácida, el pH disminuirá en dos unidades.

Según la Modificación a la Norma Oficial Mexicana NOM-127-SSA1-1994, “Salud Ambiental, agua para uso y consumo humano – límites permisibles de calidad y tratamientos a que debe someterse el agua para su potabilización” los límites permisibles de pH para el agua pura están en el rango de 6.5 a 8.5. Lo anterior nos garantiza que el agua puede ser ingerida sin causarnos deterioro o daño a la salud.

A continuación realice lo siguiente:

1. En su casa, busque dos frascos pequeños (vidrio o plástico), por ejemplo de Gerber; llene uno con agua de la llave (agua potable) y el otro con el agua purificada (de garrafón) que utilicen para beber, el agua debe estar a temperatura ambiente, no olvide etiquetar cada frasco. Los frascos deben ser cuidadosamente lavados con agua hirviendo y secados; además, en el caso del agua de la llave deje correr 5 segundos el agua antes de recolectarla en el frasco y evite que sea la primer agua de la mañana, o en tal caso deje correr el agua unos segundos antes de recolectarla. Las especificaciones anteriores son útiles para evitar mediciones erróneas del pH del líquido.
2. En el laboratorio de química consigan un aparato que mida el pH, y ejecuten las instrucciones que les proporcione su profesor.
3. A continuación registren los datos del pH, agua de la llave y agua purificada, en las siguientes tablas: (siga las instrucciones del profesor para el llenado de la tabla)





Actividad 2

Desarrollo



Hay variables que por su naturaleza es difícil analizar con técnicas directas, que resultan ser sencillas. En el caso de variables discretas que tomen muchos valores diferentes o en el de las llamadas variables continuas, una estrategia para facilitar su manejo consiste en el agrupamiento de datos por intervalos de clase, para lo cual existen diversos autores que plantean métodos que son eficaces para determinar éstos. Un método conocido en la literatura estadística es la regla de Sturges la cual es fácil de aplicar y útil para agrupar datos.



1. Realice las siguientes **instrucciones** para construir los intervalos de clase **para cada tipo de agua**:

- a) Para determinar la cantidad de intervalos de clase para los datos del pH de ambos tipos de agua, una guía utilizada es la regla de Sturges:

$$c = 1 + 3.322 \log N$$

donde N es la cantidad de datos, lo que no siempre da como resultado un número entero, por lo que se recomienda redondear un entero cercano a la cantidad c . A continuación **determine c** para ambos tipos de agua:

- b) Para poder establecer los intervalos de clase se procede a encontrar el dato mayor y el dato menor del conjunto de datos, para posteriormente **calcular el rango**.
- c) Se procede a **calcular la amplitud (considerando tres dígitos de precisión)** de los intervalos de clase, para lo cual es necesario dividir el rango entre la cantidad de intervalos de clase (redondee la amplitud del intervalo tomando como base el último dígito y se le suma uno). Por ejemplo: si la amplitud del intervalo es 0.254, se redondea a 0.255.
- d) Ahora si puede **construir el intervalo de clase**. Recuerde que el dato menor, vendrá a ser el límite inferior del primer intervalo de clase, y al sumarle la amplitud de clase se va a definir el límite superior.

e) Como se había mencionado en la Secuencia Didáctica 1, para no presentar información repetida es necesario considerar los intervalos mutuamente excluyentes, por lo que puede tomar intervalos del siguiente tipo (,) excepto el primero que será [,] para garantizar que todos los datos sean incluidos en el agrupamiento. Por ejemplo si se tienen 4 intervalos de clase serian de la siguiente forma:

- Primer intervalo de clase [0.432, 0.442]
- Segundo intervalo de clase (0.442,0.452]
- Tercer intervalo de clase (.0452, 0.462]
- Cuarto intervalo de clase (0.462,0.472]

En este caso 0.442 pertenece al primer intervalo de clase ya que el intervalo está cerrado, sin embargo, este mismo valor no pertenece al segundo intervalo de clase puesto que el intervalo está abierto por el extremo izquierdo.

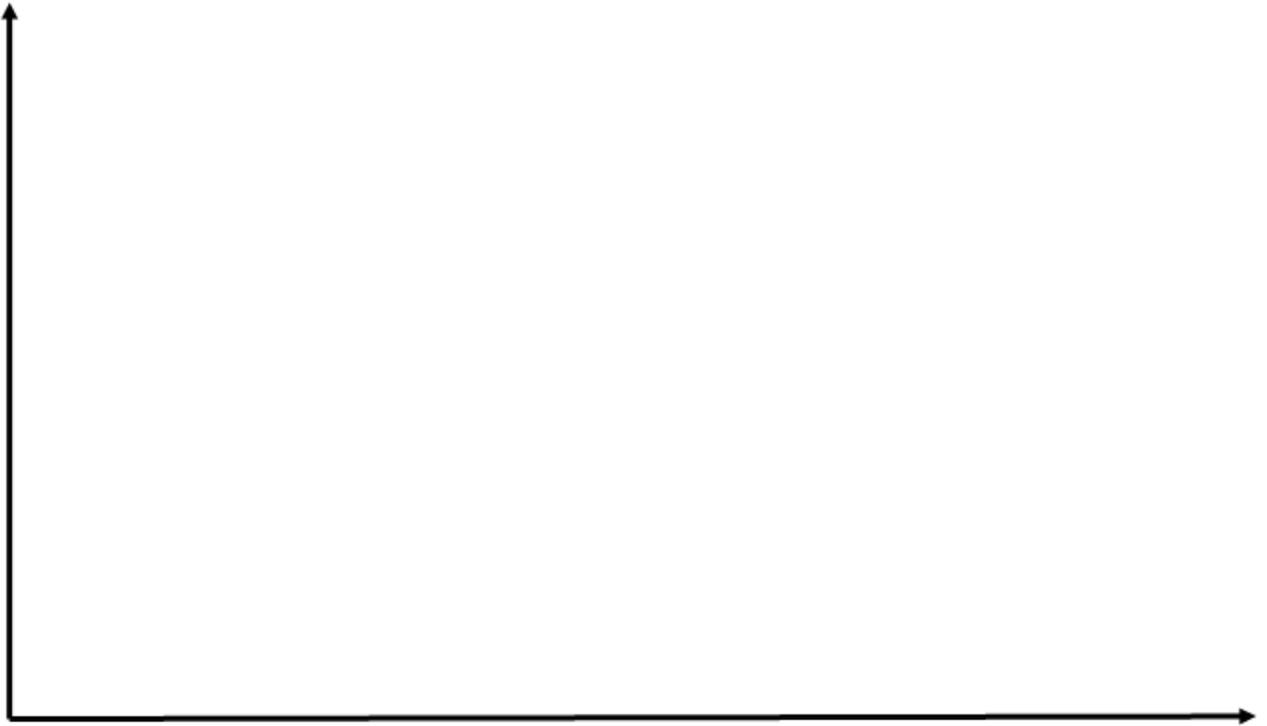
2. A continuación complete la distribución de frecuencias para cada variable estadística:

pH agua de la llave	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada

pH agua purificada	Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Porcentual Acumulada

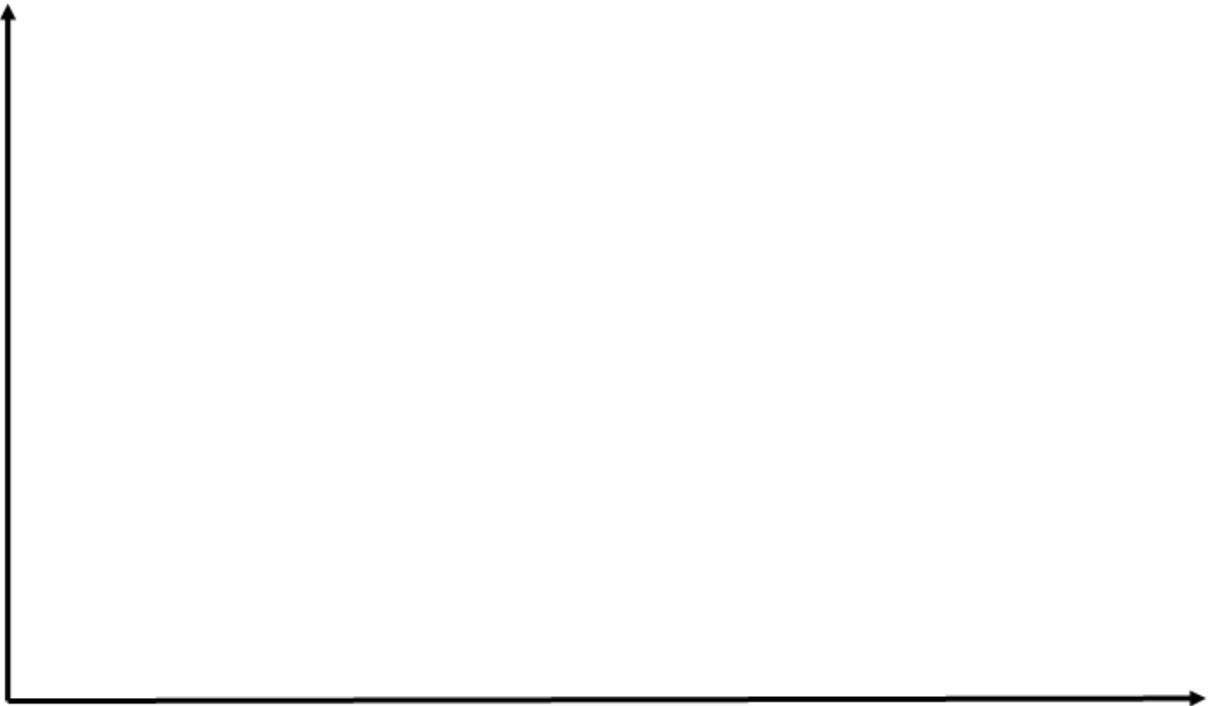
3. Para cada variable estadística (pH agua de la llave y pH agua purificada) elabore un gráfico. Para ello primero dibuje rectángulos cuya base sea la longitud de cada intervalo de clase y la altura el valor de la frecuencia absoluta correspondiente. Recuerde poner las escalas correspondientes en cada uno de los ejes.

**Frecuencia
Absoluta**



pH agua de la llave

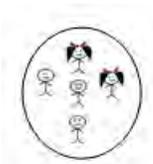
**Frecuencia
Absoluta**

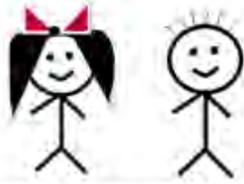


pH agua purificada

Haciendo un análisis crítico de la distribución de frecuencias y los gráficos realizados en el inciso anterior conteste las siguientes preguntas:

4. Según lo que nos dice la norma NOM-127-SSA1-1994 de los límites permisibles de pH para el agua pura que están en el rango de 6.5 a 8.5, en su opinión, ¿el agua de la llave y el agua purificada cumplen dicho límite del pH? ¿Por qué?
5. ¿Qué tan dispersos se encuentran los datos del pH del agua purificada y del agua de la llave? Justifique su respuesta.
6. ¿Se presenta más variabilidad en la variable estadística pH del agua de la llave o pH del agua purificada? Justifique su respuesta.
7. ¿Se intersecan los rangos de los dos tipos de agua? Si la respuesta es afirmativa, señale entre que valores de la variable sucede.
8. ¿Qué puede concluir al comparar el pH del agua de llave y el pH del agua purificada?
9. A la luz de los datos, ¿hay diferencia notable o significativa en el comportamiento de los datos del pH del agua de la llave y el agua purificada? ¿Por qué? ¿A qué cree que se deba esto?
10. Participe activamente en una discusión grupal moderada por el profesor.



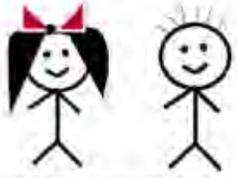


Actividad 3

Realice lo siguiente:

1. A partir de las gráficas de la Actividad 2 inciso 3, localice la marca de clase de cada intervalo de clase y trace un punto que se encuentre a la altura del valor de la correspondiente frecuencia absoluta de cada intervalo de clase (Los puntos quedaran sobre cada uno de los rectángulos realizados anteriormente). Enseguida trace segmentos de recta (color rojo) para unir los puntos. El punto de inicio se toma considerando un intervalo de clase anterior al primer intervalo donde la frecuencia absoluta es cero, y el punto final se toma considerando un intervalo de clase posterior al último intervalo donde la frecuencia absoluta también es cero.
2. Haciendo un análisis de los gráficos creados en el inciso anterior, ¿se mantiene el comportamiento del pH agua de la llave respecto al pH del agua purificada? ¿Cómo lo nota?
3. Siga las instrucciones del profesor para que participe en el debate grupal.





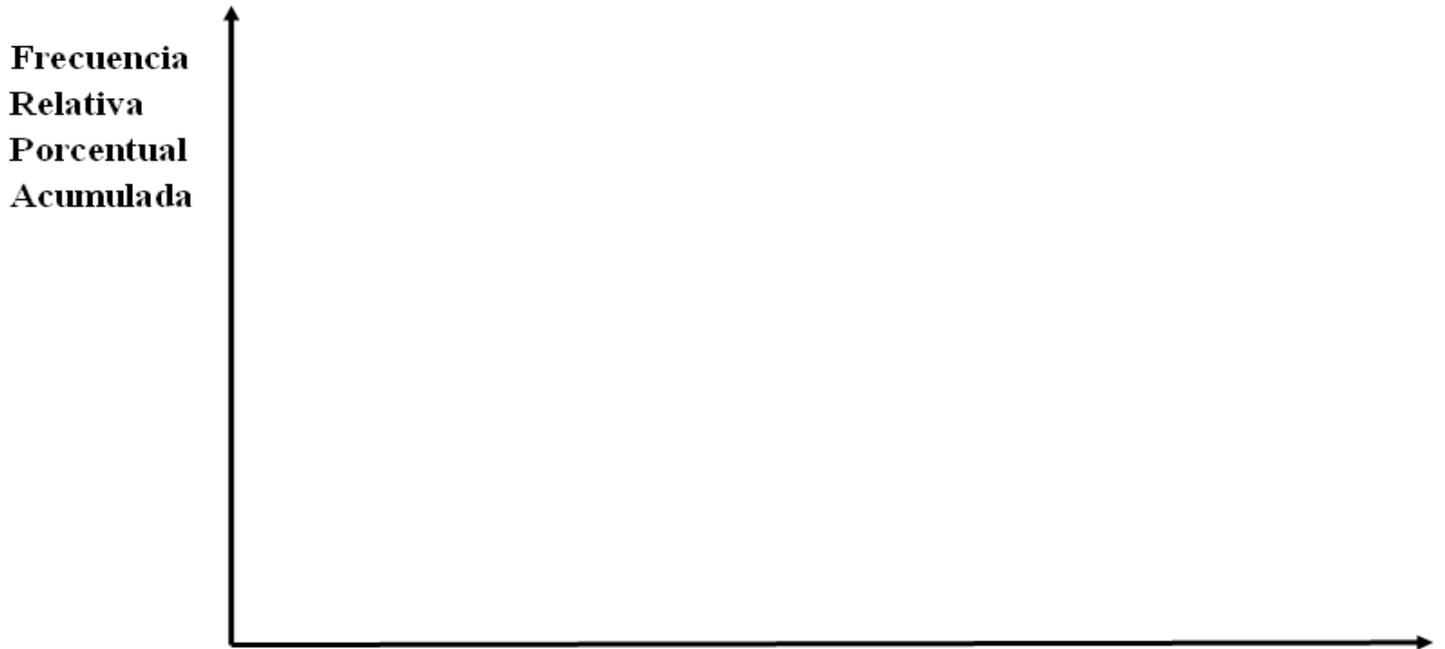
Actividad 4

Realice lo siguiente:

1. A partir de la frecuencia relativa porcentual acumulada que se encuentra en la distribución de frecuencias de la Actividad 2, construya un gráfico para el pH de cada tipo de agua.
 - Primero ponga la escala del eje horizontal con los intervalos de clase como en el inciso 3 de la Actividad 2.
 - Después, dibuje puntos de la siguiente manera: a cada límite superior le corresponde la frecuencia relativa porcentual acumulada de cada intervalo de clase, iniciando con el límite inferior del primer intervalo asignándole una frecuencia relativa porcentual acumulada igual a cero.
 - Posteriormente se trazan segmentos de recta para unir los puntos.



pH agua de la llave

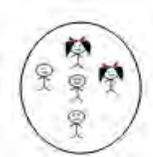


pH agua purificada

Haciendo un análisis crítico de los gráficos realizados en el inciso anterior conteste las siguientes preguntas:

2. ¿En qué intervalo, [6.5-7) ó (7-8.5], es más probable que se cumplan los límites permisibles para el agua? Justifique su respuesta.
3. Aproximadamente, ¿qué porcentaje de datos del pH de agua de la llave y de pH de agua purificada andan por debajo del valor 7 de pH?
4. Aproximadamente (para cada tipo de agua):
 - a) ¿qué porcentaje de datos están por de debajo o igual que 6.5 del pH?
 - b) ¿qué porcentaje de datos están por arriba de 8.5 del pH?
 - c) ¿qué porcentaje de datos están entre 6.5 y 8.5?
5. Tomando en cuenta los valores permisibles del pH, ¿cree que estos valores tienden más a un pH ácido o básico? Concluya para cada tipo de agua.
6. ¿En cuál tipo de agua es más posible se cumpla con los límites permisibles? Justifique su respuesta.
7. En términos de los resultados obtenidos de las muestras de pH, ¿qué tipo de agua recomendaría tomar? ¿Por qué?

Los resultados que arroja la medición del pH en ambos tipos de agua solo sirven para determinar la calidad del agua según dicho aspecto. Un estudio completo acerca de la calidad del agua se basa en varias mediciones como las que se mencionaron al inicio de Secuencia 2, por ejemplo, la *dureza* la cual se refiere a la concentración de compuestos minerales que hay en una determinada cantidad de *agua*, en particular sales de magnesio y calcio.



8. Participe activamente en una discusión grupal moderada por el profesor.



Actividad 5

Cierre

En la Secuencia Didáctica 2, en particular en la Actividad 1, se promueve el uso de alguna estrategia para analizar variables continuas, que es trabajar los datos por intervalos de clase, para lo cual la regla de Sturges suele ser una guía de gran utilidad.

1. ¿Por qué cree que es útil agrupar los datos cuando la variable es continua?
2. ¿Qué cree que hubiera pasado si en vez de tomar la cantidad de intervalos de clase que tomó, hubiera tomado más? ¿Y menos? Justifique su respuesta.

En la Actividad 2 se construyó un gráfico muy utilizado en estadística para el análisis de una variable continua, el *histograma*; aunque también suelen utilizarse para variables discretas cuando éstas toman muchos valores.

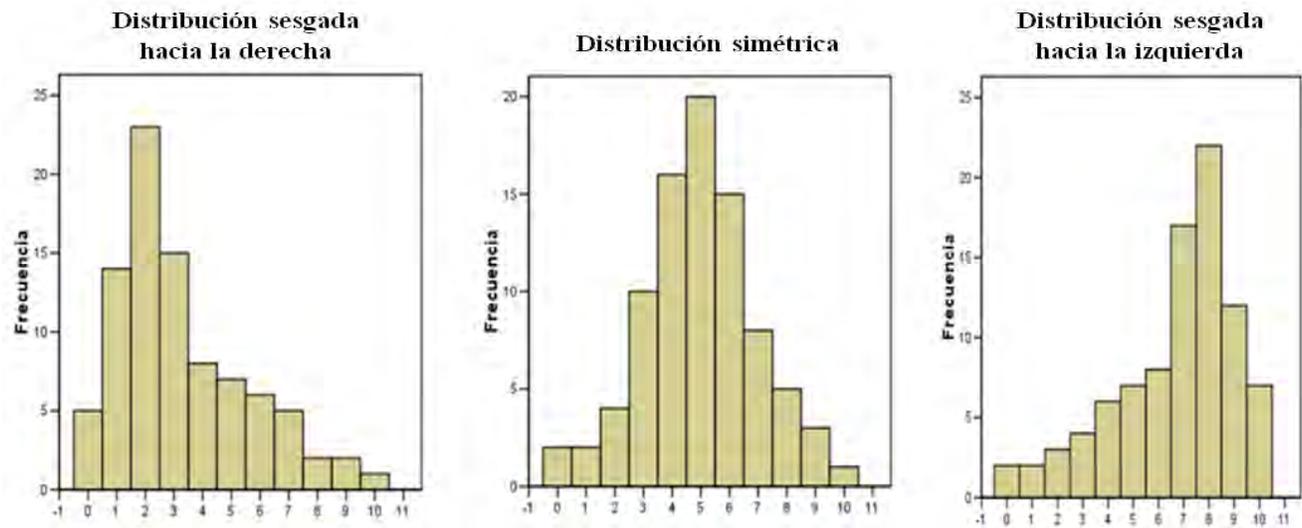
3. ¿Qué desventaja encuentra al usar un histograma? Justifique su respuesta.
4. ¿Cuál cree que sea la importancia de usar una regla como la de Sturges para determinar la cantidad de intervalos de clase?

Los histogramas permiten extraer información relevante como: tendencias, variabilidad, forma de la distribución, entre otros.

5. ¿Qué otra información pudo obtener a partir del histograma?

Respecto a la forma de la distribución, la distribución *simétrica* hace referencia al grado en que valores de la variable, equidistantes a un valor que se considere centro de la distribución, poseen frecuencias similares. También existen las distribuciones que no son simétricas (sesgada a la izquierda y sesgada a la derecha).

6. Localice el punto medio del rango en cada uno de los siguientes histogramas y trace una vertical (de cualquier altura).



7. Considerando los histogramas conteste lo siguiente:

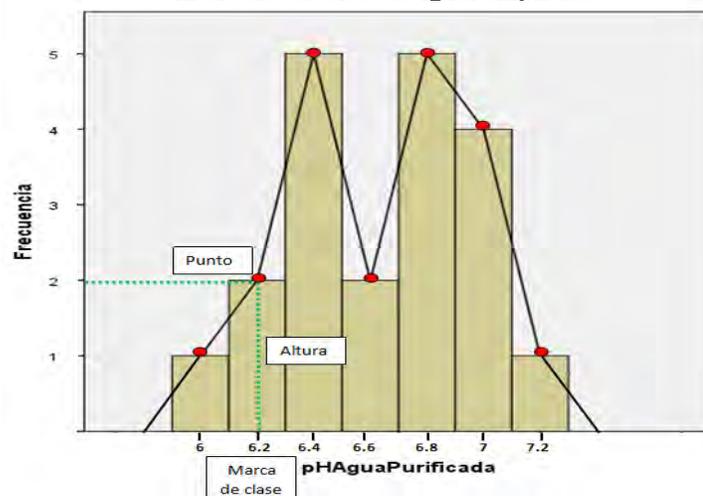
- Una distribución es simétrica si su mitad izquierda es ____ a su mitad derecha.
- Una distribución es sesgada a la izquierda si sus valores están más dispersos en el lado _____.
- Una distribución es sesgada a la derecha si sus valores están más dispersos en el lado _____.

8. ¿Qué tipo de distribución tienen los datos del pH del agua de la llave? ¿Y los datos del agua purificada? Justifique sus respuestas.

En la Actividad 3 se construyó un gráfico, el cual se llama *polígono de frecuencias*, a partir de un histograma. En el polígono de frecuencias la altura del punto en el que confluyen dos segmentos de recta, corresponde a la frecuencia de un valor que toma la variable estadística (para variables discretas).

En el caso de tener una variable agrupada por intervalos de clase, la altura del punto en el que confluyen los dos segmentos de recta queda determinada por la marca de clase y la frecuencia del intervalo de clase (Gráfica B3), solo en caso de tener intervalos con igual amplitud; en otro caso, se considera la frecuencia del intervalo dividida por la amplitud de la base.

Gráfica B3. Polígono de frecuencias para intervalos de clase de igual amplitud.



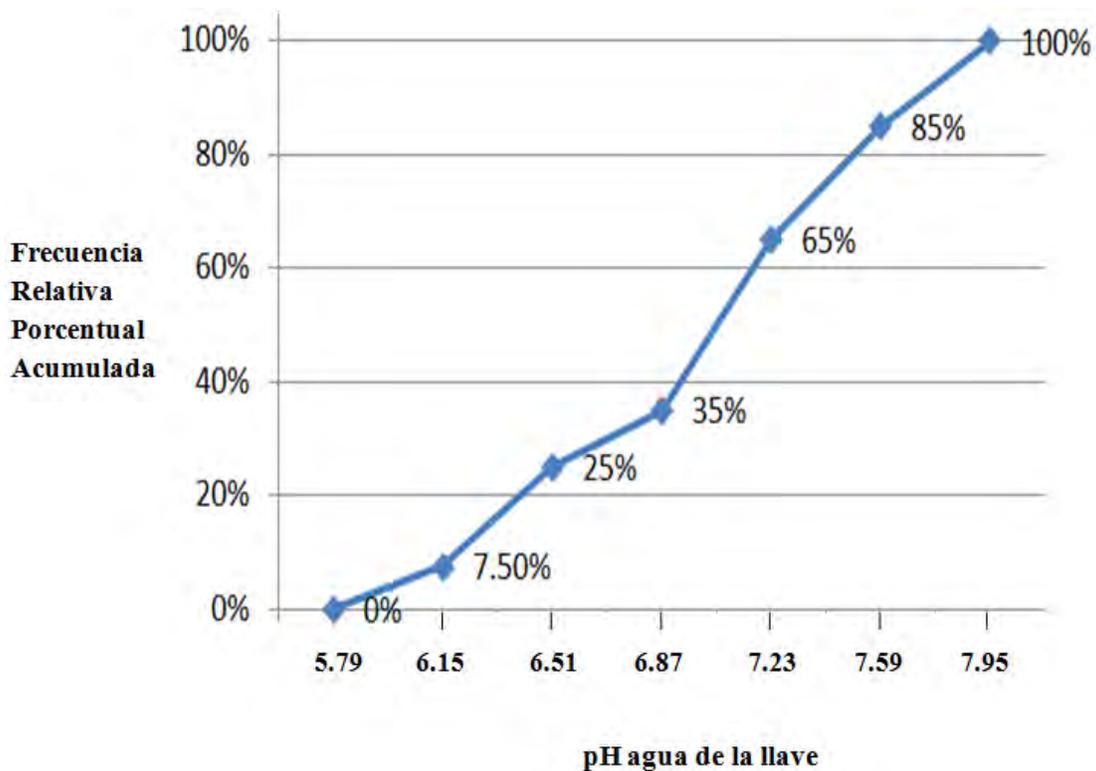
9. ¿Qué información relevante del conjunto de datos puede extraer a partir del polígono de frecuencias?

En la Actividad 4 se construyó un gráfico llamado *ojiva* o *polígono de frecuencias acumuladas*, el cual se puede formar a partir de cualquier tipo de frecuencia acumulada: absolutas, relativas, o los respectivos porcentuales. Este tipo de gráfico resulta ser de utilidad para estimar el número o el porcentaje de observaciones menores o iguales que un determinado valor de la variable estadística.

10. En una ojiva:

- El punto de inicio equivale al ____% de los datos.
- El punto final equivale al ____% de los datos.

Justifique sus respuestas.



11. A partir de la ojiva anterior, conteste lo siguiente:

- ¿Qué porcentaje de casos tiene un pH menor o igual que 6.51?
- ¿Qué porcentaje de casos tiene un pH mayor que 6.51?
- ¿Hasta que valor (aproximadamente) de la variable estadística se acumula el?:
 - 25 % de los casos
 - 50 % de los casos

- 75 % de los casos
- 100 % de los casos

El dividir el conjunto de datos (ordenados) en cuatro partes con igual porcentaje de datos lleva a lo que en estadística se conoce como *cuartiles*; llamándole primer cuartil al valor de la variable que acumula el 25 % de los datos, segundo cuartil al valor de la variable que acumula el 50 % de los datos, y así sucesivamente hasta el cuarto cuartil. Asimismo, existen los *quintiles*, los cuales dividen a un conjunto de datos (ordenados) en 5 partes iguales, etc. Hasta llegar a dividir al conjunto de datos (ordenados) en 100 partes iguales a lo que se conoce como *percentiles*; el percentil 25 (o primer cuartil) es un valor de la variable que nos señala hasta donde se acumula el 25% de datos. Esto se denota $P_{25} = 6.51$ es decir, el 25% de las muestras de agua de la llave a las que se le midió el pH tienen valores del pH menores o iguales que 6.51.

- d) ¿Qué valor de la variable tiene el percentil 85? ¿Cómo se interpreta lo anterior?
 e) ¿A partir de que tipo de frecuencia se determinan los percentiles?

Si se quiere conocer el valor de la variable asociado al primer cuartil, segundo cuartil y tercer cuartil, una forma de hacerlo es partiendo en dos partes iguales al conjunto de datos. Si la cantidad de datos es impar, la mediana o segundo cuartil es el dato que se localiza en medio, y así tendremos dos grupos de datos, el de la arriba de la mediana y el de la abajo de ésta. Para encontrar el primer cuartil, se considera el grupo de arriba y se localiza la mediana de dicho grupo. Caso similar se hace para el grupo de abajo, de donde se localiza el tercer cuartil. Siempre que se tenga una cantidad de datos pares la mediana queda definida por el valor que resulta de promediar los dos valores centrales.

- f) Use los datos de la Actividad 1 inciso 3 (solo los del pH del agua purificada) para encontrar los siguientes cuartiles:

- **Primer cuartil** (hasta que valor del pH del agua purificada se acumula el 25% de los casos de FD)
- **Segundo cuartil** (Hasta que valor del pH del agua purificada se acumula el 50% de los casos de FD)
- **Tercer cuartil** (Hasta que valor del pH del agua purificada se acumula el 75% de los casos de FD)

A los cuartiles se les denota de la siguiente forma: Q_1 , Q_2 y Q_3 .

El determinar los cuartiles de un conjunto de datos permite construir un gráfico llamado *diagrama de caja y bigotes*. En la Secuencia Didáctica 3, se trabajará con los *diagramas de caja y bigotes* los cuales son de gran utilidad para analizar uno o varios conjuntos de datos a la vez.

Secuencia Didáctica 3.-

¿Las mujeres o los hombres de tu salón tienen un corazón más saludable?



Actividad 1

Apertura

Sabías que la frecuencia cardíaca alta en reposo se relaciona con el riesgo de muerte, es decir, la esperanza de vida se ve alterada de manera negativa por la frecuencia alta en reposo. Lo anterior basado en estudios realizados a poblaciones saludables, así como pacientes con afecciones cardíacas, e incluso animales.

Pero, *¿qué es la frecuencia cardíaca?* Es uno de nuestros signos vitales y se define como el número de veces que se contrae el corazón durante un minuto, esto es número de latidos por minuto (lpm). Por ejemplo los ratones que tienen entre 500 y 600 lpm tienen esperanza de vida de uno o dos años; la ballena y el elefante presentan 20 a 30 lpm su esperanza de vida es de 60 años, lo cual es considerado longevo para cualquier animal; y por último, el humano que tiene 70 lpm en promedio, su esperanza de vida sería mayor de 70 años.

Y, *¿qué papel juega la frecuencia cardíaca en el correcto funcionamiento del organismo?* En primera instancia diremos que el corazón bombea sangre a todos los órganos, y esta sangre es bombeada a cierta presión arterial y frecuencia cardíaca. Es aquí donde nos preguntamos, *¿cuál es el valor o valores normales de la frecuencia cardíaca?* Según la Asociación Americana del Corazón (American Heart Association) esta oscila entre los 60 y 100 lpm, pero puede variar, por ejemplo debido al ejercicio físico, pues el corazón se acelera, es decir, se produce taquicardia (no solamente por el ejercicio, pues la frecuencia cardíaca en reposo puede ser así naturalmente) lo que se refleja en valores de la frecuencia cardíaca entre 100 lpm y hasta 400 lpm; o en contraparte, puede suceder que el ritmo cardíaco sea lento o irregular, a lo que se llama bradicardia, donde la frecuencia cardíaca normalmente es de menos de 60 lpm. En ambos casos el corazón no puede bombear suficiente sangre con altos niveles de oxígeno al cuerpo durante la actividad normal o el ejercicio.

Por ello debemos tener presente que la frecuencia cardiaca máxima (fcm) que debe alcanzarse al realizar actividad física alta se calcula según la edad, tomando el resultado de 200 menos la edad como lpm máximo.

Al comenzar a hacer algún tipo de ejercicio es importante mantener la frecuencia cardiaca al 50 % de la fcm, e ir aumentando ésta hasta el 75 % en un lapso de 6 meses, esto con el fin de obtener beneficios para el corazón.

En resumen, una persona que está pendiente de su frecuencia cardiaca puede conocer acerca de su salud, en especial la de su corazón; si éste bombea bien la sangre, o estar atento ante la posible presencia de alguna anomalía.

Pero, *¿cómo mantener una frecuencia cardiaca normal?* Una posible solución es la práctica de algún ejercicio regularmente, lo que lleva a que en 1-2 semanas se reduzca la frecuencia cardiaca en 1 lpm.

Otra razón más por la cual es importante estar pendiente de nuestra frecuencia cardiaca, es que nos permite valorar la evolución del entrenamiento y mejorarlo según las condiciones y objetivos establecidos, con el fin de tener un entrenamiento eficiente.

¿Cómo puedo tomar y calcular la frecuencia cardiaca?

Para tomarse el pulso lo puedes realizar de diversas formas, aquí te presentaremos dos de ellas las cuales veremos enseguida:

- **Tomarse el pulso en el cuello en la carótida**

Las carótidas son arterias que van por los dos lados del cuello, por lo que con dos dedos, el índice y el medio, presionas ligeramente en uno de los lados del cuello hasta notar las pulsaciones. Lo normal para un diestro es usar los dedos de la mano derecha y tomarse las pulsaciones en el lado izquierdo del cuello. Como puedes ver en la Imagen C1.

- **Tomarse el pulso en la muñeca o en la arterial radial**

Con los dedos índice y medio o también con el pulgar, presionas ligeramente en la muñeca casi en el inicio de la mano cerca del dedo pulgar hasta notar las pulsaciones. La zona es inmediatamente arriba de la base del pulgar. Al ser la arteria más pequeña que la que pasa por el cuello es más difícil contar las pulsaciones. Como puede ver en la Imagen C2.



Imagen C1. Pulso en el cuello.



Imagen C2. Pulso en la muñeca.

Calcule el número de latidos en 15 segundos y lo multiplica por 4, por ejemplo si usted cuenta 25 latidos en 15 segundos quiere decir que la frecuencia cardiaca es de 100 lpm, es decir $25 \times 4 = 100$.



Como se mencionó al final de la Secuencia 2, en esta secuencia se empezaran a trabajar los *diagramas de caja y bigote* para analizar conjuntos de datos. Para construir el diagrama es necesario que a partir del conjunto de datos determinar las siguientes medidas: cuartiles, dato menor y dato mayor. Los bigotes son dos segmentos de recta que salen por ambos lados de la caja y quedan determinados por los datos, menor y mayor, del conjunto.

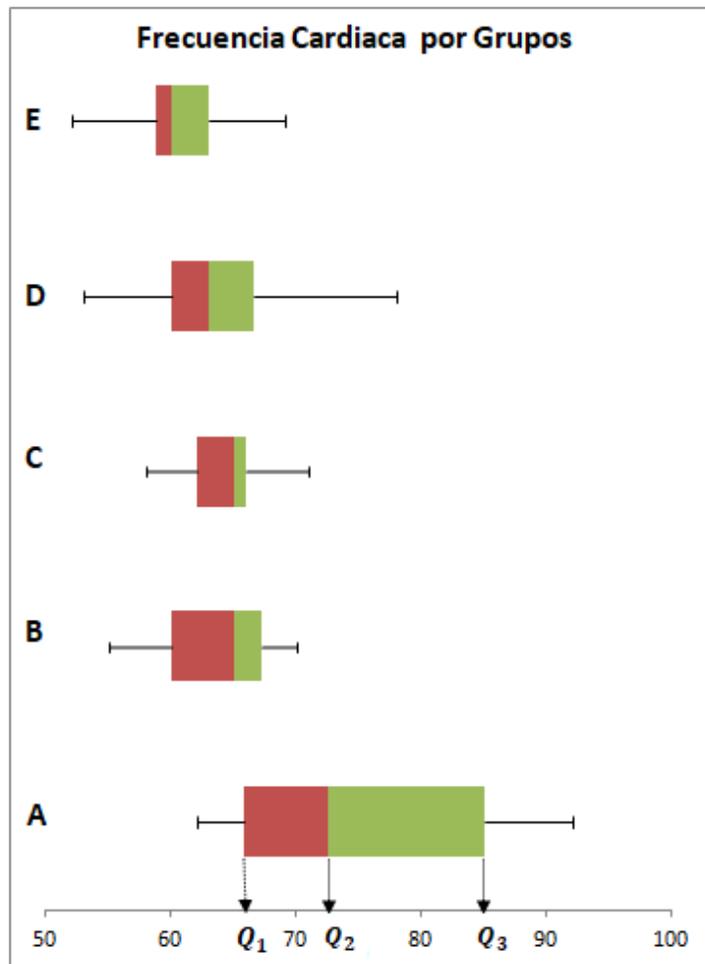
A continuación se presentan datos (en cinco grupos de personas) de las mediciones de la frecuencia cardiaca, representados mediante una tabla. Además, algunas medidas descriptivas y los correspondientes diagramas de cajas.

Frecuencia Cardiaca Grupo A	Frecuencia Cardiaca Grupo B	Frecuencia Cardiaca Grupo C	Frecuencia Cardiaca Grupo D	Frecuencia Cardiaca Grupo E
62	55	58	53	52
62	57	59	55	54
64	57	59	55	55
65	58	60	59	55
65	60	62	60	58
66	60	62	60	59
69	62	62	62	60
69	63	63	62	60
70	63	64	62	60
70	65	65	63	60
75	65	65	63	60
76	66	65	64	62
81	67	66	65	62
84	67	66	65	62
85	67	66	66	63
85	68	66	68	63
90	68	70	68	63
91	69	70	68	65
91	70	70	70	67
92	70	71	78	69

Tabla C1. Mediciones de las frecuencias cardiacas (lpm) de 5 grupos de personas.

	Frecuencia Cardiaca Grupo A	Frecuencia Cardiaca Grupo B	Frecuencia Cardiaca Grupo C	Frecuencia Cardiaca Grupo D	Frecuencia Cardiaca Grupo E
Min	62	55	58	53	52
1er cuartil	65.75	60	62	60	58.75
Mediana	72.5	65	65	63	60
3er cuartil	85	67.25	66	66.5	63
Max	92	70	71	78	69

Tabla C2. Medidas Descriptivas de las frecuencias cardiacas (lpm) de 5 grupos de personas.



Gráfica C1. Diagramas de caja y bigotes de las frecuencias cardíacas (lpm) de 5 grupos de personas.

A partir del análisis de las diversas representaciones de los conjuntos de datos, conteste las siguientes preguntas:



1. En cada uno de los diagramas de caja y bigotes presentes en la Gráfica C1, ¿dónde se localiza el dato mayor? ¿Y el dato menor? **Marque dicho valor en el eje correspondiente.**
2. Para cada uno de los diagramas de caja y bigotes **marque la mediana (cuartil 2) en el eje correspondiente en la Gráfica C1.** ¿Qué nos dice la mediana en el diagrama de caja y bigotes?
3. ¿Cómo es la cantidad de datos en cada parte de los diagramas?

4. En cada grupo al que se le midió la frecuencia cardiaca, ¿la mediana está más cerca del dato mayor o del dato menor? Justifique su respuesta.
- Frecuencia Cardiaca Grupo A:
 - Frecuencia Cardiaca Grupo B:
 - Frecuencia Cardiaca Grupo C:
 - Frecuencia Cardiaca Grupo D:
 - Frecuencia Cardiaca Grupo E:
5. Si la mediana está más cerca del dato menor, respecto a la parte derecha de los diagramas:
- ¿Cómo se encuentran los datos en esa parte, comparado con la otra? (más concentrados o más dispersos)
 - ¿Y si la mediana se encuentra más alejada del dato menor?
 - ¿Cómo se refleja en los diagramas de caja y bigotes?
 - ¿Qué pasará lo mismo en caso de que se hable de dato mayor? ¿Lo mismo?
6. Si existieran datos extraños en cada grupo al que se le midió la frecuencia cardiaca, ¿dónde cree que se localizarían? Justifique su respuesta.
7. Si te pidieran que seleccionaras el 50% de los datos más parecidos a la mediana, ¿en qué rango (entre que cuartiles) se encontrarían? Justifique su respuesta.
8. ¿Hasta qué valor de la frecuencia cardiaca (lpm) se acumula el?:

	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
25% de los datos					
50% de los datos					
75% de los datos					

- **Marque estos valores en cada diagrama de caja y bigotes.**

9. Complete (solamente para el Grupo A):
- El 25% de las personas a las que se les midió la frecuencia cardiaca tiene menos de ____ lpm.
 - El 50% de las personas a las que se les midió la frecuencia cardiaca tiene menos de ____ lpm.
 - El 75% de las personas a las que se les midió la frecuencia cardiaca tiene menos de ____ lpm.

10. A partir de la Gráfica C1, compare los diagramas de caja y bigote, y describa el comportamiento de los datos. Por ejemplo, ¿En que diagramas de caja y bigotes se observa más variabilidad? Argumente su respuesta



11. Participe en la discusión grupal planteando sus opiniones y puntos de vista sobre los aspectos que plantea el profesor.



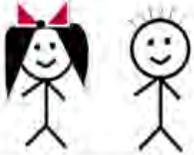
En el diagrama de caja y bigotes se puede visualizar una medida de dispersión llamada *rango intercuartilico*, que resulta ser la diferencia entre el cuartil 3 y el cuartil 1 (la caja), la cual concentra (teóricamente) el 50 % de los datos de la muestra/población.

3. Proceda a realizar los diagramas de caja y bigotes correspondientes por género. Por un lado compare la frecuencia cardiaca de hombres y mujeres en reposo (Como la Gráfica C1), y por otro lado compare la frecuencia cardiaca de hombres y mujeres después de realizar actividad física (hacer otra gráfica como la Gráfica C1). Para encontrar los cuartiles siga las indicaciones de la Secuencia 2 Actividad 5.

Haciendo un análisis crítico de los diagramas de caja y bigotes, conteste las siguientes preguntas:

4. Comparando por género, ¿hay incremento en los lpm en reposo? ¿De cuánto es el incremento en caso de haber? **Marque en el gráfico el incremento.**
5. ¿Varía más los datos de frecuencia cardiaca en lpm en hombres o en mujeres en reposo? ¿Por qué cree que pasa eso? Realice los cálculos correspondientes. **Marque en el gráfico dicha variación.**
6. En reposo, ¿hay más hombres con frecuencia cardiaca baja o alta? ¿Y mujeres? Justifique su respuesta. Recuerde que los valores normales de la frecuencia cardiaca varían entre 60 lpm y 100 lpm.
7. Por género, describa el comportamiento del conjunto de datos a partir del análisis de los cuartiles.
8. ¿Existen diferencias notables o significativas, entre hombres y mujeres, respecto al número de lpm en reposo? ¿Por qué? ¿A qué cree que se deba esto?
9. Comparando por género, ¿Hay incremento en los lpm después de realizar actividad física? ¿De cuánto es el incremento en caso de haberlo? **Marque en el gráfico el incremento.**
10. ¿Varía más los datos de frecuencia cardiaca en lpm en hombres o en mujeres después de realizar actividad física? ¿Por qué cree que pasa eso? Realice los cálculos correspondientes. **Marque en el gráfico dicha variación.**
11. Después de realizar actividad física, ¿hay más hombres con frecuencia cardiaca baja o alta? ¿Y mujeres? Justifique su respuesta.
12. Por género, describa el comportamiento del conjunto de datos a partir del análisis de los cuartiles.
13. ¿Existen diferencias notables o significativas, entre hombres y mujeres, respecto al número de lpm después de realizar actividad física? ¿Por qué? ¿A qué cree que se deba esto?
14. ¿Se mantiene el comportamiento grupal de las mujeres respecto a la frecuencia cardiaca, antes y después de la actividad física? Justifique su respuesta.
15. Después de la actividad física, ¿Qué género se agita más al hacer ejercicio? Argumente.
16. Participe activamente en una discusión grupal moderada por el profesor.





Actividad 3

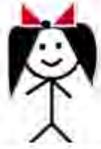


Una de las preocupaciones de la Estadística es estudiar el comportamiento de un conjunto de datos que presentan variabilidad. Para ello se debe tomar en cuenta aquellos datos que difieren notoriamente al resto de los datos de una población/muestra. A los datos que difieren notoriamente del resto se les llaman *datos atípicos*. Un procedimiento estadístico que permite distinguir entre un dato atípico y uno no atípico es el uso de barreras. La barrera inferior es un valor que se calcula restando 1.5 veces el rango intercuartílico (RI) al primer cuartil. Análogamente, se obtiene la barrera superior pero sumando la cantidad al tercer cuartil.

Lea con atención y conteste las siguientes preguntas:

1. La esperanza de vida promedio en Sonora es de 74.9 años, de acuerdo INEGI (2015). ¿La edad de tus abuelos son considerados datos atípicos según datos del INEGI? Justifique su respuesta.
2. Calcule las barreras para cada conjunto de datos de la Actividad 2 inciso 3 y proceda a realizar de nuevo los diagramas de caja y bigotes, donde se utilizaran las barreras (que se acaban de calcular) las cuales corresponderán a cada uno de los bigotes, es decir, en vez de considerar el dato menor del conjunto de datos, el bigote izquierdo se localizara a una distancia $Q_1 + 1.5 * RI$ respecto al primer cuartil, y el bigote derecho se localizara a una distancia $Q_3 + 1.5 * RI$ respecto al tercer cuartil. Por género, ¿existen datos atípicos en el número de lpm en reposo y después de realizar actividad física? Argumente.
3. Calcule la frecuencia cardiaca máxima la cual es el resultado de restarle a 200 la edad, tomando como referencia que la edad promedio es de 17.5 años. **Marque la frecuencia cardiaca máxima en los diagramas de caja y bigote correspondiente a cuando se realizó actividad física.** ¿Qué tan dispersos se encuentran los datos alrededor de la frecuencia cardiaca máxima (fcm)? Describa el comportamiento.
4. En términos de un estudio realizado por Jensen y colaboradores (2012), en el cual señalan que existe relación entre una alta frecuencia cardiaca en reposo y el riesgo de muerte. Entre estos grupos en particular (hombres y mujeres), ¿cuál de ellos se estima una mayor esperanza de vida? Justifique su respuesta.
5. Comenten sus respuestas en grupo.





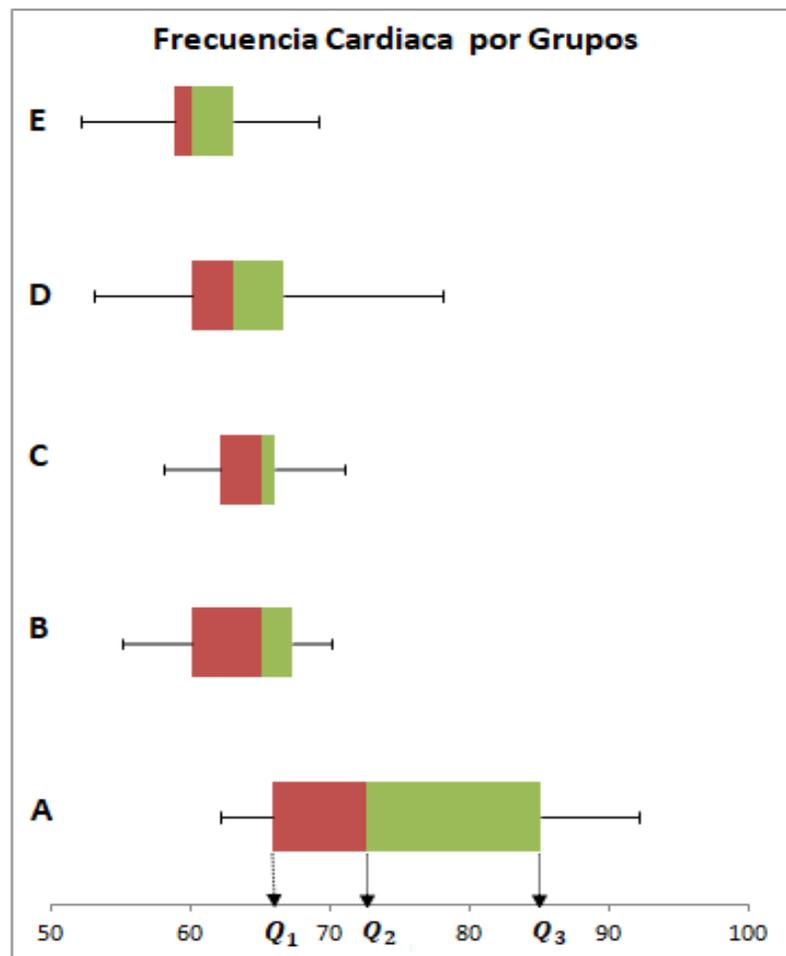
Actividad 4

Cierre



En la Secuencia Didáctica 3, en particular en la Actividad 1 se comenzó a trabajar con las componentes de un *diagrama de caja y bigote* tales como: *cuartiles* y *rango intercuartílico*, con el objetivo de conocer éstas y ver la posición que ocupan dentro del diagrama de caja y bigotes; además, ampliar y/o conocer qué tipo de interpretaciones se pueden hacer a partir de la integración de estas medidas y el conjunto de datos. Además se pretendía que se analizaran varios conjuntos de datos, haciendo comparaciones entre éstos, ya que el diagrama de caja y bigotes resulta ser un buen recurso para ello. Es importante recalcar que los cuartiles permiten caracterizar al conjunto de datos como cuatro partes en las que están presentes la misma cantidad de datos, no obstante el área que ocupan puede variar como se pudo constatar.

1. Tomando como base los diagramas de caja y bigotes de la Actividad 1, trace la forma de la distribución asociada a cada uno de éstos.



2. ¿Cómo decide acerca de cómo realizar el trazo de la distribución asociada a cada uno de los diagramas de caja y bigotes? Argumente en términos de los componentes del diagrama de caja y bigotes.

En la Actividad 2 se construyeron los diagramas de caja y bigotes asociados a la frecuencia cardíaca (por género) en reposo, así como después de realizar actividad física. En primera instancia se buscaba que la transformación de la información de una tabla a una gráfica pudiera revelar algunos aspectos diferentes del conjunto de datos; en segunda instancia, poder comparar dos conjuntos de datos de una manera más sencilla.

3. ¿Qué aspectos del conjunto de datos puede observar en un diagrama de caja y bigotes que no pueda (o sea difícil) ver en una tabla?
4. ¿Para qué le sirve poder comparar dos o más conjuntos de datos?

Para comparar dos conjuntos de datos, se analiza el comportamiento de éstos utilizando los cuartiles. Los cuartiles son medidas de posición que separan al conjunto de datos ordenados en 4 partes con igual porcentaje de datos, y analizar el comportamiento en cada sección (como se vió en la Secuencia Didáctica 2).

La Actividad 3 permitió introducir la noción de *valor atípico*. Los valores atípicos son observaciones cuyos valores son muy diferentes a las otras observaciones del mismo grupo de datos. Este tipo de datos pueden deberse a diferentes causas, por ejemplo:

- Errores de medición. Como pudiera ser el caso usar un aparato de medida
- Acontecimientos extraordinarios. Como pueden ser cuestiones climáticas.

Por la naturaleza del problema pudiera pasar que los valores de la frecuencia cardíaca del conjunto de datos fuera todos muy pequeños, pero ello no implica que sea un suceso extraño, a menos que casi el total de observaciones se encontraran alejadas de este valor.

Los valores atípicos suelen distorsionar los resultados de los análisis, tal es el caso de los valores atípicos del conjunto de datos de la frecuencia cardíaca en reposo de estudiantes con género masculino. Es importante identificar este tipo de valores y considerarlos solo en caso de ser necesario, pero con un tratamiento diferente al del resto. Además de los valores atípicos existen los llamados *valores aberrantes* y son aun más extraños que los primeros. En este caso, la barrera inferior se calcula restando 3 veces el rango intercuartílico (RI) al primer cuartil. Análogamente, se obtiene la barrera superior pero sumando la cantidad al tercer cuartil.

5. ¿Para que cree que sirve el ubicar los datos atípicos o aberrantes?

La Estadística es una herramienta potente para el análisis de uno o varios conjuntos de datos y uno de sus fines es emitir inferencias a partir de éstos, como el contestar el cuestionamiento:

¿Existen diferencias notables o significativas en el número de lpm en reposo/después de realizar actividad física?

Hasta este momento las herramientas propias de Estadística Descriptiva permiten describir la idea de diferencia significativa en términos del cambio en el comportamiento de los conjuntos de datos a comparar, representados en este caso por diagramas de caja y bigotes. En términos probabilísticos, si la diferencia parece poco probable para explicarse solo por el azar, se dice que es una *diferencia estadísticamente significativa*. En cursos posteriores el tipo de respuesta estará asociado con **la probabilidad de que la ocurrencia del resultado pueda haber ocurrido por el azar**.



Para entender el término *azar* realice el siguiente experimento: lance una moneda 100 veces. A partir de los resultados obtenidos ¿Concluye que la moneda es justa? En caso de que su conclusión sea que no, ¿Qué resultado le haría pensar que si lo es?

Aplicando la definición de diferencia significativa:

¿Considera que 20 sellos y 80 águilas es una diferencia significativa? ¿Y la cantidad de sellos y águilas que se obtuvieron en su salón?



6. Siga las instrucciones del profesor para que participe en el debate grupal.