

UNIVERSIDAD DE SONORA
DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA



USO DE LA GEOESTADISTICA EN LA ESTIMACION DE RESERVAS
DE COBRE A CORTO PLAZO TAJO COLORADA VETA
COMPANIA MINERA DE CANANEA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

GEOLOGO

PRESENTA:

Rafael Mendez Ríos



EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA

BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

Hermosillo, Sonora

Septiembre de 1988

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess



Departamento de Geología

NOMBRE DE LA TESIS:

"USO DE LA GEOESTADISTICA EN LA ESTIMACION DE RESERVAS
DE COBRE A CORTO PLAZO TAJO COLORADO
VETA COMPAÑIA MINERA DE CANANEA"

NOMBRE DEL SUSTENTANTE:

RAFAEL MENDEZ RIOS

Biblioteca Depto.
de Geología

El que suscribe, certifica que ha revisado esta tesis y que la encuentra en forma y contenido adecuada como requerimiento parcial para obtener el Título de Geólogo en la Universidad de Sonora.

M. No. Mes. No.

GEOL. MARIANO MORALES MONTAÑO

El que suscribe, certifica que ha revisado esta tesis y que la encuentra en forma y contenido adecuada como requerimiento parcial para obtener el Título de Geólogo en la Universidad de Sonora.

[Signature]
ING. MANUEL QUIROZ JUAREZ

El que suscribe, certifica que ha revisado esta tesis y que la encuentra en forma y contenido adecuada como requerimiento parcial para obtener el Título de Geólogo en la Universidad de Sonora.

[Signature]
ING. VICTOR MANUEL CALLES MONTIJO

A T E N T A M E N T E
"EL SABER DE MIS HIJOS HARA MI GRANDEZA"

[Signature]
ING. RICARDO AMAYA MARTINEZ
Coordinador Ejecutivo

AGRADECIMIENTOS

Mi más sincero agradecimiento a Compañía Minera de Cananea S.A. por el apoyo brindado para la realización de éste trabajo de tesis. Especialmente al Ing. Samuel Zendejas M., Gerente de Geología.

Al Ing. David Saucedo S. por su gran ayuda prestada en la asesoría de este trabajo.

A todo el personal de la Gerencia de Geología y en especial a Silverio Cota por su ayuda en la elaboración de material aquí incluido. A los Ingenieros en Sistemas Computacionales David Molina G. y Silvia I. Izarrarás O., quienes crearon los programas para computadora utilizados en el procesamiento de datos de este trabajo.

A mis padres, hermanos y esposa por su ayuda moral y económica.

USO DE LA GEOESTADISTICA EN LA ESTIMACION DE RESERVAS DE
COBRE A CORTO PLAZO TAJO COLORADA VETA
COMPANIA MINERA DE CANANEA

Resumen.

Introducción.

1.- Geología del Distrito Minero de Cananea.

- a) Geología General
- b) Geología Local del Area de Estudio

2.- Analisis Estadístico de Muestras.

- a) Selección de compuestos de Barrenos de Rotaria
- b) Selección de compuestos de Barrenos de Diamante
- c) Calcular Cobre Real a Bloques de 10 x 10 metros

3.- Teoría de las Variables Regionalizadas.

- a) Hipótesis Intrínseca y Estacionaridad
- b) Momentos

4.- Analisis Estructural.

- a) Variograma
- b) Comportamiento Cerca del Origen
- c) Modelos de Variograma Reconocidos
- d) Relación entre Variograma y Covariograma
- e) Rango y Zona de Influencia
- f) Isotropía
- g) Otros Rasgos
- h) Parte Practica de la Teoría del Analisis Estructural
 - h.1 Barrenos de Rotaria
 - h.2 Barrenos de Diamante
 - h.3 Calculo de Semivariogramas Utilizando Bloques

5.- Krigeage.

- a) Derivando las Ecuaciones de Krigeage
- b) Efecto Pantalla
- c) Krigeage de Bloques Banco 1695, Tajo Colorada Norte
- d) Analisis de Bloques Krigeados (Nubes de Correlación)

6.- Analisis de Errores de Estimación

7.- Graficas Tonelaje - Ley

Conclusiones.

Recomendaciones.

Bibliografía

RESUMEN.

En los calculos estadísticos de cada una de las poblaciones de valores, se observó, que además de la gran cantidad de información por procesar, ésta, no estaba debidamente homogeneizada, esto es, se ve un sesgo muy marcado en los histogramas de frecuencias, por lo que se hace necesario discriminar valores muy altos o muy bajos, mismos que no son representativos de la población en cada caso. Esta discriminación es válida ya que los parámetros estadísticos obtenidos tienen mayor confiabilidad, como lo son los promedios y desviaciones. Estas estimaciones deben hacerse con mucho cuidado, ya que con esto se prepara el camino para los calculos estadísticos.

Para obtener los parámetros del modelo de semivariograma se calcularon semivariogramas experimentales horizontales en diferentes direcciones para cada tipo de información; para el caso de las muestras de barrenos de rotaria, se calcularon semivariogramas horizontales por banco, después se calculó el promedio de los cuatro bancos, mismo que se comparó con el semivariograma promedio de barrenos de diamante. Los resultados obtenidos no fueron satisfactorios, por lo que se optó por utilizar bloques en lugar de puntos, eliminando así el manejo de un gran número de datos y además de que la varianza disminuyó notablemente, como se muestra en la tabla No. 5.

Para ajustar los parámetros obtenidos con los semivariogramas experimentales de cada una de las fuentes de información a un modelo de semivariograma, se utilizaron 4 estructuras, las cuales fueron utilizados para krigear el área y así obtener valores para cada uno de los bloques a estimar del banco 1695 del Tajo Colorada Norte.

INTRODUCCION.

Los depósitos minerales que se están explotando actualmente, necesitan controlar y estimar leyes de mineral de manera muy aproximada a lo real, ya que los costos de producción son muy altos y los precios de los metales tienen cambios muy bruscos en el tiempo.

Se necesita también que el depósito esté bien muestreado e interpretado con leyes de mineral, para poder realizar planes de minado a corto, mediano y largo plazo.

Para ello se necesita procesar la información disponible de la mejor manera, esto es, utilizar métodos convenientes para la interpretación de leyes de metal en el depósito, esto servirá como una herramienta complementaria a la interpretación que hace el geólogo en cuanto a estructuras, alteración y tendencia de la mineralización.

En el Distrito Minero de Cananea, las fuentes de información disponibles actualmente son: la barrenación de rotaria y diamante. Una con fines de producción de mineral a corto plazo y la otra con fines de exploración geológica.

Para los efectos del procesamiento de la información y su correspondiente interpretación, estas dos fuentes se procesan separadamente; en primer lugar porque estadísticamente hablando son diferentes en cuanto a su soporte en cada muestra, además de que la distribución espacial de uno y otro son muy diferentes, por ejemplo, para el caso de los barrenos de diamante, estos se utilizan para exploración geológica; mientras que la barrenación de rotaria se utiliza para preparar el terreno para hacer una tronada.

Por lo anterior, el presente trabajo tiene como objetivo primordial, evaluar de manera Optima cada uno de los bloques a minar a corto plazo, utilizando para ello cada una de las fuentes de información descritas antes, de tal manera que al comparar con la información real, la diferencia sea mínima, y por lo tanto el tonelaje en reservas calculado sea el esperado.

Para tratar de llegar a estos objetivos, este trabajo se divide en tres partes principales, que son: descripción geológica, análisis estadístico de muestras y estimación de parámetros geostatísticos.

En la primera parte se enumeran los diferentes tipos de rocas que afloran en el distrito. En la parte de geología local, se describen los diferentes tipos de rocas en el área de estudio, con sus principales rasgos estructurales, mineralización y alteración.

En la parte de evaluación estadística, se ve lo referente a los parámetros de cada una de las poblaciones de datos que componen este estudio, se explican cada uno de ellos, y se ve la diferencia en la varianza de dispersión de los datos en el caso de la información de rotaria, cuando se utilizan valores por barrenos, y cuando se utilizan valores por bloque. En esta etapa se prepara el camino para la interpretación geostatística.

En la parte de geostatística, se analiza el comportamiento espacial de cada una de las poblaciones de valores de rotaria y diamante, esto con el fin de encontrar el modelo de semivariograma adecuado a nuestra área de estudio para así utilizarlo con el método del kriging para obtener la mínima varianza de estimación en ley para cada uno de los bloques de mineral en la estimación a corto plazo.

1.- GEOLOGIA DEL DISTRITO MINERO DE CANANEA.

a) GEOLOGIA GENERAL

Las principales rocas del Distrito Minero de Cananea son de origen ígneo, aunque también existen rocas sedimentarias y metamórficas. La historia geológica de la región es algo compleja debido a que muy diversos fenómenos geológicos han actuado directamente sobre las formaciones rocosas. La fuerte alteración y mineralización se extiende en una franja de 10 kilómetros de largo por 3.5 kilómetros de ancho. Es aquí donde han actuado muy diversos fenómenos estructurales que han alterado la composición, posición relativa entre rocas y por consiguiente se tiene un patrón estructural y mineralógico muy complejo.

A continuación se muestran los tipos de rocas que se han podido diferenciar en el Distrito, separandolas en los tres tipos de rocas principales, como son:

Rocas Sedimentarias.

Este tipo de rocas pertenece a la Era Paleozoica, depositadas sobre un basamento Precámbrico Granítico. Estas rocas, fueron afectadas por diversos tipos de metamorfismo, principalmente metamorfismo de contacto (pórfidos mineralizantes).

Cuarcita Capote.- Con un espesor aproximado de 120 metros, rumbo general NW - SE buzando al NE. Bien estratificada compuesta de cuarzo, sericita y pirita abundante.

Cuarcita Bolsa.- Clasificada como ortocuarcita, de edad cámbrico.

Formación Abrigo.- Caliza dolomítica con estratos arenosos y

COLUMNA ESTRATIGRAFICA DEL DISTRITO MINERO CANANEA

ERA	PERIODO	EDAD (millones)	ESPE-SOR (m)	UNIDADES LITOLOGICAS	COLUMNA GRAFICA	DESCRIPCION	OBSERVACIONES
CENOZOICO	CUATERNARIO	1.8	5000			CONGLOMERADO Y GRAVAS	CONTACTO EROSIONAL
	TERCIARIO		3750 3500	VOLCANICA MESA		EN LA BASE COMPRENDE ANDESITA, TRAQUITA, ALGUNAS RIOLITAS, TOBAS Y CONGLOMERADOS. EN LA PARTE SUPERIOR COMPRENDE LA ANDESITA SAN PEDRO.	
				DIORITA TINAJA ± 64 m.d.		INCLUYE DOS FACIES; DIORITA BASICA Y DIQUES.	
				DIABASA MARIQUITA		COMPUESTA POR FLUJOS VOLCANICOS Y VOLCANOCLASTICOS.	
MESOZOICO	CRETACICO	65	1800	VOLCANICA HENRIETTA		EN LA BASE FLUJOS DE LA TITA, DACITAS Y AGLOMERADOS DE TOBAS.	CONTACTO EROSIONAL
		SIENITA TORRE			UN GRAN ESPESOR DE RIOLITA. EN LA PARTE SUPERIOR TRAQUIANDESITAS Y TOBAS.		
		VOLCANICA ELENITA			PORFIDOS CUARZO MONZONITICOS 50-56 m.d.		
		GRANODIORITA CUITACA 64 ± 3 m.d.			CONSTITUIDA POR FLUJOS VOLCANICOS Y ROCAS VOLCANOCLASTICAS.		
PALEOZOICO	PENSILVANICO	67 280	495	GRUPO NACO		NO DEPOSITACION	CONTACTO EROSIONAL
						FORMACION HORQUILLA	
	MISI-SIPICO	345	375	FORMACION ESCABROSA		EN CANANEA LA REPRESENTA UNA CALIZA CRISTALINA Y ZONA CHIVATERA.	CONTACTO ESTRUCTURAL
	DEVONICO	395 500	325	FORMACION MARTIN		CALIZA GRIS DE ESTRATOS - GRUEZOS, DOLOMITIZADA.	
	CAMBRICO		279	FORMACION ABRIGO		EN CANANEA LA REPRESENTA LA CALIZA ESPERANZA. LOCALMENTE GRANATIZADA - CLORITIZADA Y EPIDOTIZADA.	CONTACTO EROSIONAL
			189				
			FORMACION BOLSA		EN CANANEA SE LE LLAMA CUARCITA CAPOTE. VARIA DE UNA CUARCITA ARCOSICA CON ESTRATIFICACION CRUZADA Y GRADUADA A UNA CUARCITA ARCOSICA DE GRANO FINO.		
		570		GRANITO 1440 ± 15 m.d.		GRANITO CANANEA	CONTACTO EROSIONAL

EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA

BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES



arcillosos, de estratificación delgada, también de edad cámbrico.

Formación Martín.— De edad Devónico, constituida por una caliza gris pura de estratificación delgada y con horizontes fosilíferos mal conservados.

Formación Escabrosa.— Caliza parcialmente dolomitizada, estratificación media, de edad Mississípico.

Calizas Puertecitos.— Calizas puras, estratificación gruesa, constituyen la parte baja de la Formación Naco.

Calizas Esperanza.— Descansan sobre la Cuarcita Capote concordantemente, son calizas de poco espesor, con minerales de metamorfismo y reemplazamiento como son granates, pirita, magnetita, hematita, cobre, zinc, clorita, epidota, etc. El espesor es de 90 metros aproximadamente.

Calizas Recristalizadas.— Concordantes con las calizas Esperanza, color gris - blanco, marmolizadas a manera local. Las facies más oscuras se encuentran en la base de esta secuencia.

La anterior secuencia sedimentaria, es más o menos clara en el Distrito, sin embargo, debido a la fuerte alteración hidrotermal que han sufrido estas rocas, se han perdido muchos rasgos importantes, por lo que su definición en algunos casos es difícil. La columna estratigráfica (figura 1) del Distrito nos muestra los diferentes rasgos comparativos de las calizas de Cananea con las calizas más aproximadas al Distrito, como las montañas San José, Huachuca y Los Ajos. El espesor total de las rocas calcáreas es superior a 950 metros.

Rocas Volcánicas.

Las rocas volcánicas abarcan la mayor extensión superficial

del Distrito Minero de Cananea. Valentine (1936) basado en edades relativas, así como en cambios de textura y composición, diferenció tres formaciones, las cuales de la más antigua a la más joven son: Elenita, Henrrieta y Mesa.

Los buzamientos de las tres formaciones están echados hacia el NE-E. Aún cuando se presentan varios derrames en cada formación, existe un tipo de roca predominante o sucesión de derrames que facilita su identificación a pesar de los efectos de alteración y mineralización.

A continuación se describen por separado las tres formaciones:

Formación Elenita.— Las rocas más comunes en esta Formación son traquitas y riolitas. Las riolitas son abundantes en la parte superior, en la parte media e inferior compuesta principalmente por traquitas rosas y moradas. En esta misma formación se tienen andesitas y tobas mal estratificadas con fragmentos líticos y cristalinos.

Formación Henrietta.— Valentine diferenció esta formación en tres partes principales, que son:

a) Parte Inferior: compuesta por dacitas, latitas, volcánicas fragmentarias gruesas y tobas finas.

b) Parte Media: Riolita Elisa de espesor considerable.

c) Parte Superior: Traquiandesitas, brechas fluidales y tobas; el espesor de esta formación es semejante al de la Formación Elenita. El Contacto de la Formación Henrrieta con la Formación Mesa es discordante.

Formación Mesa.— Tobas bien estratificadas y volcánicas fragmentarias gruesas. En su parte inferior se tienen rrientes

lenticulares intercaladas, y en la parte superior una corriente andesítica.

La edad de las rocas volcánicas es definitivamente post-paleozoico, probablemente del Mesozoico Superior o Cenozoico Inferior. Cada Formación como se vió, esta separada por discordancias notables. Valentine (1936) estima que el total de la acumulación volcánica en el distrito es superior a los 5,000 metros.

La Formación Mesa, sobreyace la superficie erosionada de la Formación Henrrieta.

Rocas Intrusivas Equigranulares.

Entre los cuerpos intrusivos equigranulares de origen profundo, se han reconocido los siguientes tipos: Granodiorita Cuitaca, Sienita Torre, Diorita Tinaja y Granito Cananea.

Granodiorita Cuitaca: Batolito con orientación NW - SE de varias decenas de kilómetros de longitud. Consiste de plagioclasa, ortoclasa, cuarzo, pequeñas cantidades de ferromagnesianos y minerales accesorios.

Sienita Torre: Roca de grano más fino que la Granodiorita Cuitaca, consiste de feldespato potásico y hornblenda, con menos biotita, cuarzo y minerales accesorios.

Diorita Tinaja: Varía de composición de anortosita a monzonita y localmente a granito como apófisis marginal. Normalmente de grano medio y consiste de hornblenda y andesina, cantidades menores de feldespato potasico, cuarzo, magnetita, apatita y titanita.

Granito Cananea: Cuerpo masivo, con fracturas paralelas de

leve buzamiento. Muestra dos fases principales, una fase que varia de granitica gruesa a pegmatitica, compuesta por ortoclasa, oligoclasa, cuarzo y cantidades menores de hornblenda, magnetita y apatita.

La Diorita Tinaja corta a la formación Mesa en la parte SE del Distrito; parte del Granito Cananea corta la Diorita Tinaja. Los contactos aunque bien definidos no muestran evidencia de intrusión por parte de alguno de los cuerpos.

Rocas Intrusivas Porfidicas.

Los cuerpos intrusivos de origen poco profundo estan representados por la Diabasa, el Gabro Campana y por numerosos porfidos cuarzo - monzoníticos y cuarcíferos. La diabasa y el gabro se encuentran en forma de diques y los pórfidos se presentan comunmente como "stocks" o cuerpos relativamente pequeños e irregulares y ocasionalmente en forma de diques.

No todos los diques se introdujeron simultaneamente, la mayoría son más jovenes que el Granito Cananea y más antiguos que los pórfidos cuarcíferos, la orientación de estos diques es NW - SE.

Los pórfidos cuarcíferos estan intimamente relacionados con la mineralización económica, la edad de estos cuerpos está como la más reciente entre los intrusivos.

En el Distrito se han podido diferenciar tres tipos de pórfidos: feldespático, cuarzo-feldespático y cuarcífero, dependiendo del contenido de fenocristales de cuarzo y feldespatos plagioclasas y ortoclasa.

GEOLOGIA ESTRUCTURAL

El patrón estructural del Distrito Minero de Cananea es algo complejo, debido a que las fallas principales son de edad pre-intrusivos o contemporaneas con los intrusivos profundos que sellaron y ocultaron antiguas zonas de debilidad regional.

Las fallas con desplazamiento normal, tienen rumbo general NW-SE y se han separado en dos grupos: uno con rumbo N60W y el otro con rumbo N40-50W. El primer grupo esta representado por la falla monoclinial Elisa y las fallas Puerto Capote y Arroyo Tinaja. Las primeras dos fallas forman los limites del Granito Cananea y la Cuenca Capote. La falla Arroyo Tinaja separa las formaciones Elenita y Henrrieta con desplazamientos considerables.

El segundo grupo está representado por un mayor número de fallas pero con desplazamientos menores, de este grupo destaca la falla Ricketts expuesta en la Cuenca Capote y tiene un desplazamiento aparente de 250 metros, y aunque ha sido sellada por el Granito Cananea, la disposición de cuerpos intrusivos juvenes hacia el SE, sugieren su continuidad. Fracturas paralelas de este tipo, controlaron la localización de diques de diabasa en el Distrito.

ALTERACION

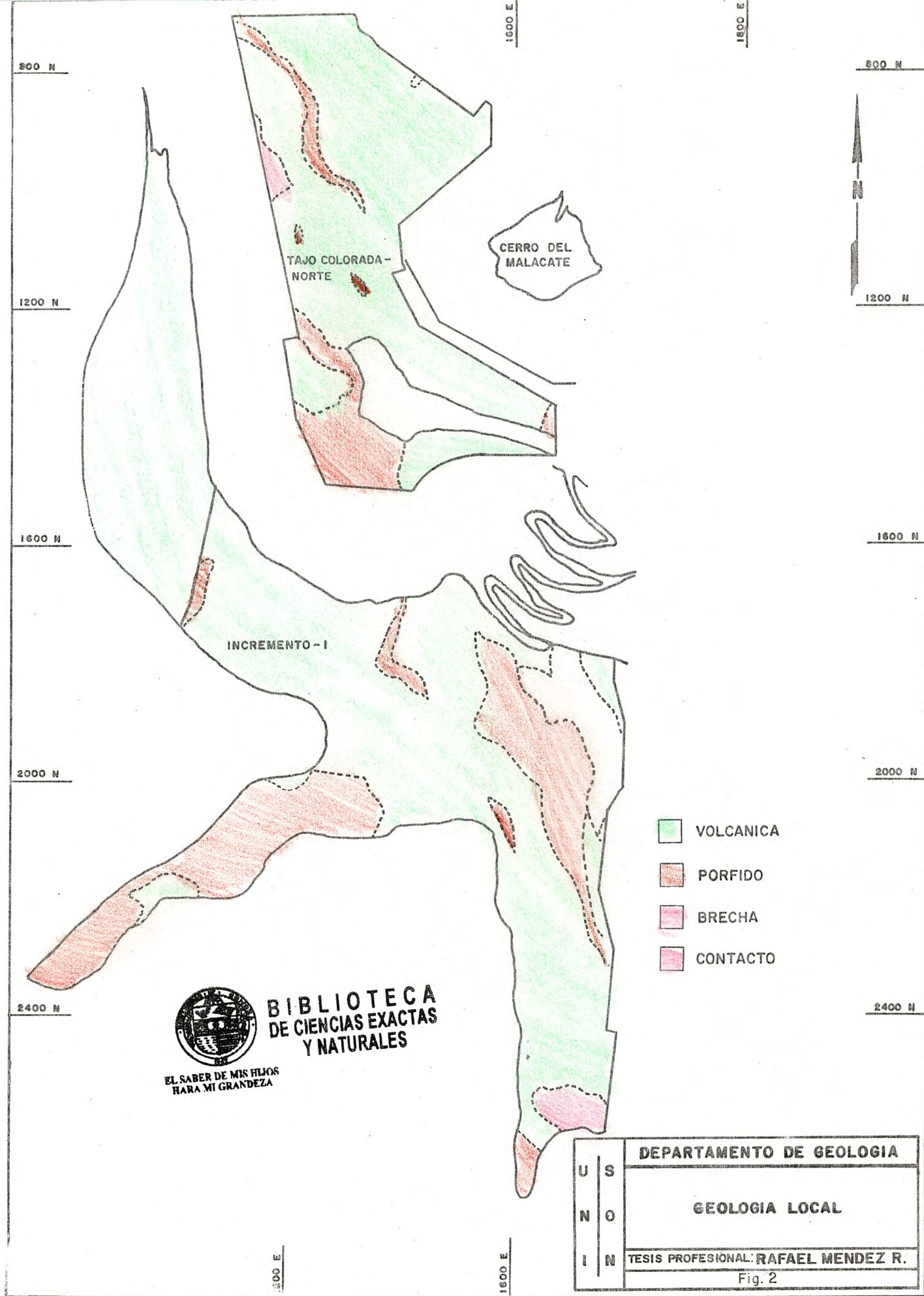
Los efectos de la alteración hidrotermal en el complejo ígneo-intrusivo y extrusivo es sumamente notable. El principal producto de alteración es la sericita; la más completa sericitización que se ha detectado en un cuerpo diseminado porfidico, se observa en Cananea. La alteración de sericita en los porfidos cuarzo-monzoniticos de Cananea es pervasiva (debido a la

distribución de minerales susceptibles de ser alterados) y es intensa (debido a su grado de alteración). Otro arreglo común de alteración en el Distrito es el de cuarzo-sericita y en menor proporción minerales de arcilla, como caolinita y montmorillonita. En las rocas calcáreas abundan minerales como granate y diopsida y en menor proporción la tremolita, actinolita y wollastonita. Los patrones de alteración más evidentes se encuentran dentro de algunos de los cuerpos porfídicos, como el pórfido 8-110 y el pórfido La Colorada, en los cuales se han podido determinar arreglos zonales de alteración. En términos generales, los patrones de alteración coinciden con el zoneamiento clásico de los pórfidos cupríferos. El orden de alteración de la periferia hacia el centro del intrusivo es el siguiente: propilítica, cuarzo-sericita y potásica.

b) GEOLOGIA DEL AREA DE ESTUDIO.

En el Distrito Minero de Cananea las concentraciones más importantes de mineral se han localizado en chimeneas brechoides, reemplazamiento de rocas calcáreas, en pórfidos y rocas volcánicas (figura 2) de manera diseminada y en zonas de contacto entre los intrusivos porfídicos y la roca encajonante.

Entre las chimeneas brechoides que contuvieron mineralización primaria de mayor importancia económica en el Distrito, destacan las siguientes: La Colorada, El Capote, Cananea-Duluth y Demócrata. Estas estructuras brechoides, en sección horizontal, tienen forma ovalada o circular y echados casi verticales. Sus dimensiones verticales son muchas veces mayores que las horizontales.



Es muy probable que el conjunto de estructuras brechoides y zonas de brechamiento irregular que han sido localizadas dentro de la franja mineralizada del Distrito Minero de Cananea, hayan servido como conductos principales de las soluciones mineralizantes y además, fueron recipientes favorables para la concentración de mineral.

Los depósitos minerales de metasomatismo de contacto o de reemplazamiento de mantos favorables han ocupado un lugar importante en el Distrito. Las zonas mineralizadas Esperanza, Chivatera y Fuertecitos han contenido concentraciones considerables de minerales primarios. La mineralización es errática y selectiva, formando cuerpos lenticulares masivos de pirita, calcopirita, esfalerita y en menor proporción bornita y galena.

El enriquecimiento supergénico de la mineralización primaria diseminada ha sido de primordial importancia en la localización de depósitos minerales de baja ley en el Distrito Minero de Cananea. En las zonas de contacto entre los cuerpos intrusivos porfídicos y rocas volcánicas, se presentan zonas de cizallamiento y resquebrajamiento donde, por efectos supergénicos, las concentraciones de mineral primario diseminado, han sido enriquecidos a tal grado que el contenido de cobre presente ha representado la base para la actual explotación de cuerpos de origen secundario, estos son: pirita, calcocita, covelita y en menor proporción calcopirita.

En los depósitos minerales, tipo "pórfido diseminado", se localizan bandas enriquecidas con más alta ley de cobre, las cuales coinciden con las zonas de cizallamiento orientadas N - S,

y con buzamientos pronunciados. La continuidad de estas franjas con más alto contenido de cobre, localmente interrumpidas por áreas de brechamiento; en tal caso, el enriquecimiento toma forma circular o irregular dependiendo de la forma de la estructura brechoide.

2.- ANALISIS ESTADISTICO DE MUESTRAS.

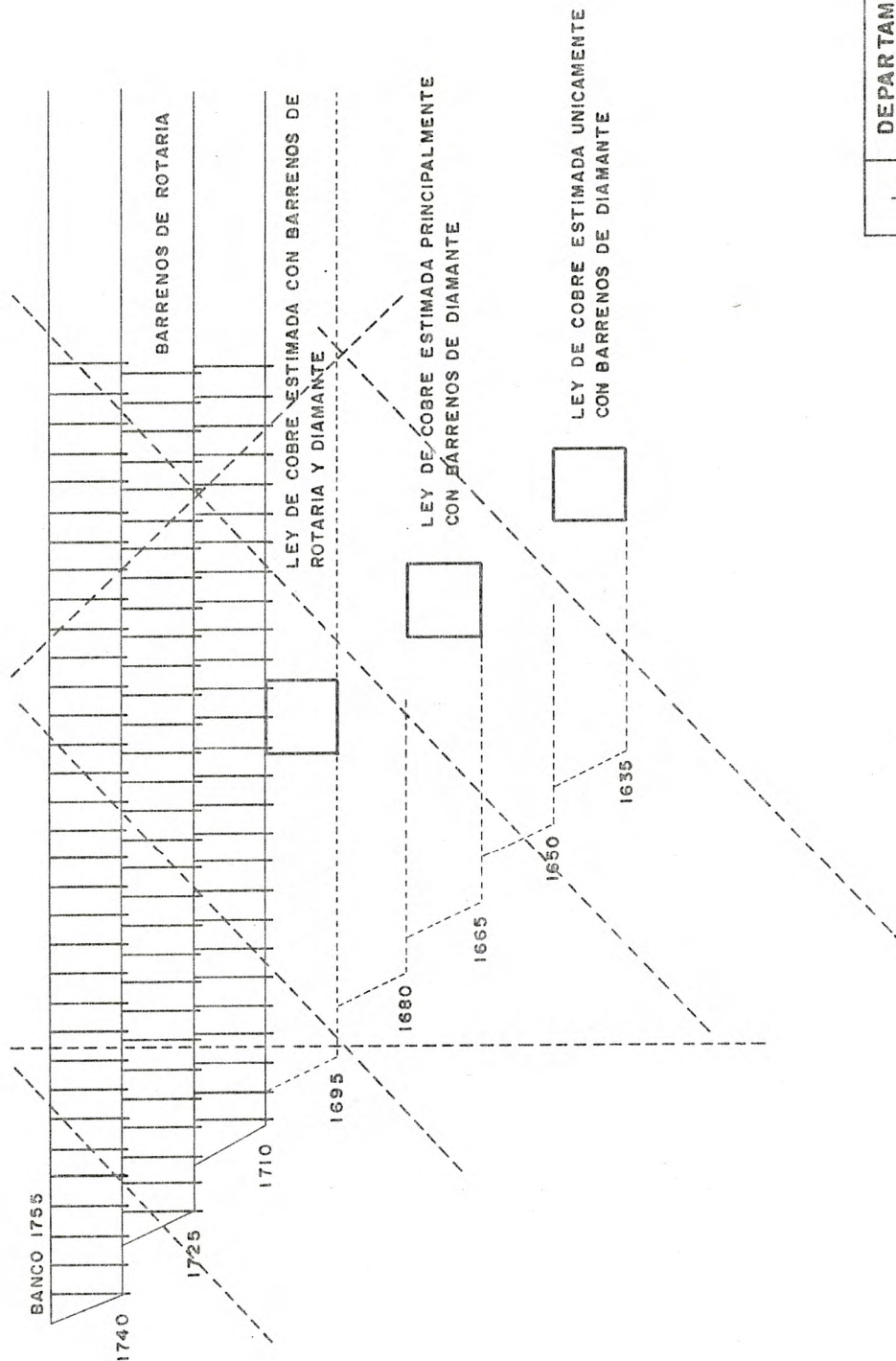
En este analisis estadístico, se trabajó con 4 bancos del Tajo Colorada Norte; estos son 1755, 1740, 1725 y 1710 (niveles 23, 24, 25 y 26 respectivamente) totalizando 60 metros en el sentido vertical. El área en estudio comprende las coordenadas (-1600 a -600) Norte y (1000 a 1900) Este. Se hizo el analisis estadístico de muestras separando cada fuente de información, como se muestra a continuación:

a) Selección de Compuestos de Rotaria.

Se seleccionaron los compuestos de rotaria correspondientes a cada banco y se calcularon las estadísticas básicas para cada nivel, obteniendo la siguiente relación:

	B A N C O S			
	1710	1725	1740	1755
No. de Muestras	2,182	2,471	2,231	2,249
Media	0.70	0.69	0.51	0.48
Varianza	0.16	0.18	0.10	0.15
Desviación Std.	0.41	0.40	0.38	0.39
Coeficiente de Var.	0.58	0.65	0.74	0.81
Valor Mínimo % Cu	0.08	0.01	0.02	0.02
Valor Máximo % Cu	2.87	3.40	2.33	3.34

tabla # 1



DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA	
U S	SECCION DIAGRAMATICA
N O	MOSTRANDO LAS FUENTES
I N	INFORMACION.
PROFESIONAL: RAFAEL MENDEZ	

Fig. 3

En esta tabla se ve claramente como la ley media aumenta del banco de mayor elevación al banco de menor elevación, esto se debe a varios factores:

1o.- El área barrenada decrece de arriba abajo, por lo que resulta una selección lógica natural de los valores, ya que disminuye el número de estos y se discriminan áreas de material estéril (figura # 3);

2o.- La concentración de la mineralización, principalmente calcocita, tiende a aumentar a profundidad en el yacimiento, lo que respalda el resultado de la tabla anterior, y que en gran parte justifica el hecho de que halla mayor ley de cobre hacia abajo;

3o.- El banco superior (1755) lógicamente fue más afectado por el capote de oxidación, que los bancos inferiores; además mientras más grande el área, más compuestos caeran en lugares donde el material es estéril, lo que obviamente afecta directamente la ley media de cobre para el banco.

En cuanto al coeficiente de variación, este disminuye con la profundidad, esto es lógico, ya que en el banco 1755 la frecuencia de valores se presenta muy alta en todos los rangos escogidos, mientras que en el banco 1710 las frecuencias de valores se encuentran en un gran porcentaje en el rango de metal como se muestra en la tabla # 2.

B A N C O S

Rango	1710	1725	1740	1755
Tepetate (0.0 - 0.149)	9	153	348	748
Lixiviable (0.15 - 0.299)	162	236	366	646
Intermedio (0.30 - 0.499)	454	416	406	436
Metal (> 0.45 % de Cu)	1,557	1,703	1,112	1,826
Total	2,182	2,508	2,232	3,656

Tabla # 2

Se construyeron histogramas de frecuencias para cada banco, como se muestra en las figuras (4,7), donde se observa fácilmente el comportamiento estadístico de cada población de valores. Como hipótesis, a primera vista podemos decir que se tratan de distribuciones lognormales; para demostrar esta hipótesis, se usó la prueba bondad de ajuste chi-cuadrada. Estas pruebas consistieron primeramente en calcular el valor de la prueba chi-cuadrada para el caso de la distribución normal, dando valores muy altos, por lo que se rechazó la hipótesis. Después se calcularon valores de prueba chi-cuadrada utilizando los logaritmos de los valores, dando resultados satisfactorios, por lo tanto, queda demostrada estadísticamente que las poblaciones de datos siguen un tipo de distribución lognormal. Esto aunado a los coeficientes de variación, que como se menciona antes, aumentan de abajo hacia arriba.

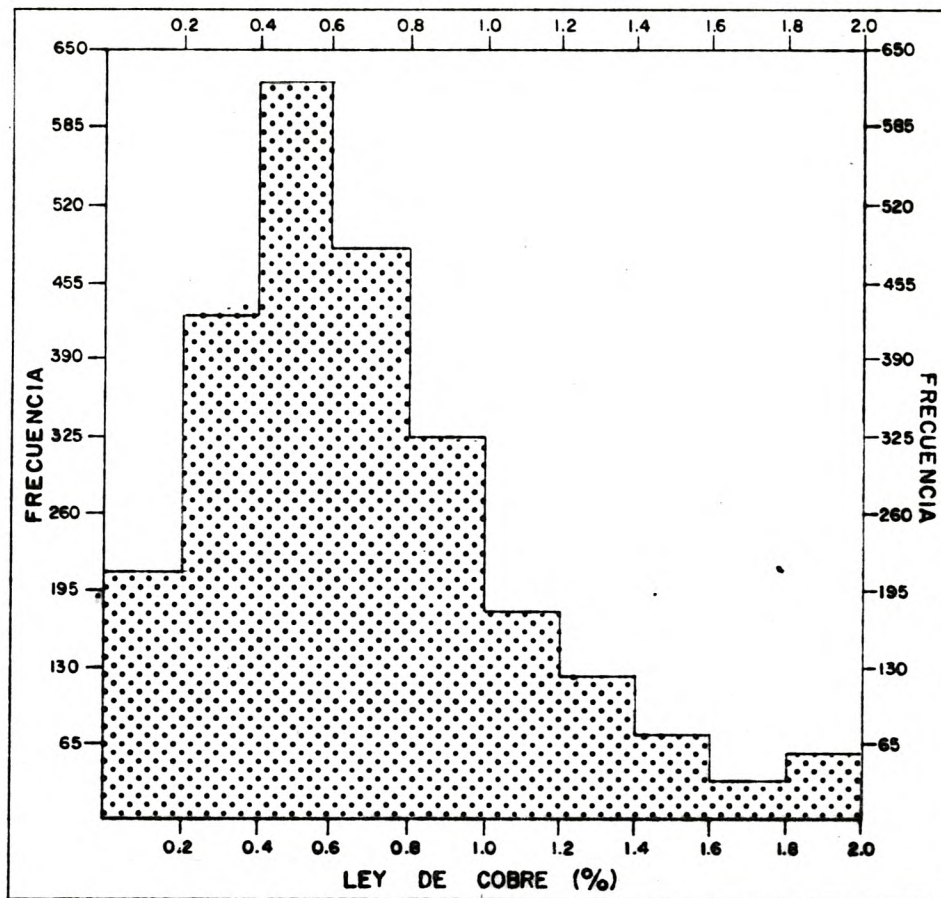
Como se puede observar para el banco 1755 las frecuencias son más amplias respecto a los demás bancos. En este mismo banco la

frecuencia en el rango del tepetate es muy grande, lo cual respalda el caso de que a este banco lo afectó más el capote de oxidación, la zona de la falla 8-125 y además el área perforada fue más amplia, por lo que es lógico esperar bajos valores de ley en el conjunto de datos para ese banco. En este último caso, si el área en la que están distribuidas las muestras es grande, se recomienda, eliminar las muestras que se ubiquen en áreas de material estéril, o bien que no sean representativas del depósito que se está estudiando, ya que estos valores solo pueden servir como referencia para comparar zonas de mineral y tepetate. Esta selección es válida en estudios geoquímicos, para separar valores o muestras muy anómalas, de los valores normales, esto porque se alteran los valores de estadística básica (promedios, varianzas, etc.) que no son realmente representativos. En la figura (4+5+6+7) se muestra el histograma promedio para los valores de barrenos de rotaria de los cuatro bancos, en el cual se ve de manera general el comportamiento lognormal de la población de valores para barrenos de rotaria.

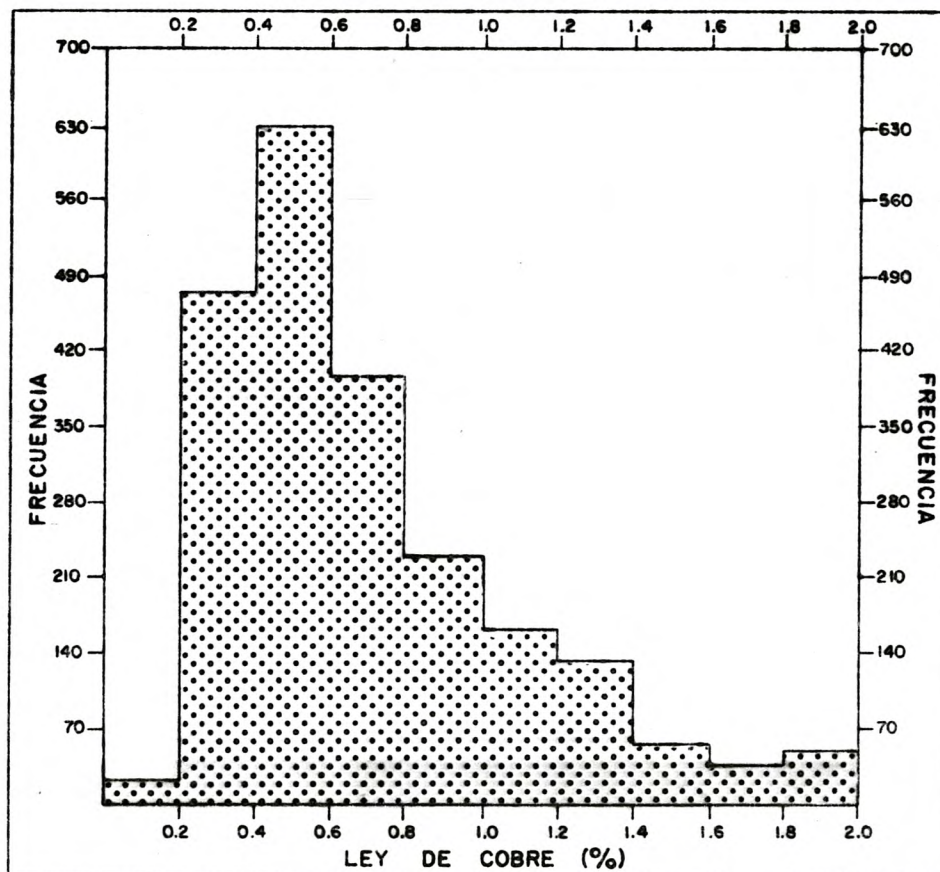
b) Selección de Compuestos de Barrenos de Diamante.

Se seleccionaron 950 compuestos de barrenos de diamante, mismos que se obtuvieron del Archivo General de Compuestos de la Mina; para este estudio solo se utilizaron los compuestos de barrenos de diamante con inclinación entre -45° y -90° , esto fue para tener una disposición vertical de valores semejantes a la que tienen los barrenos de rotaria, además de que la dispersión de los valores sería más aleatoria en los cuatro bancos en estudio si no se hubiese hecho esta selección. Utilizando los 950 valores, se

BARRENOS DE ROTARIA BANCO 1725



BARRENOS DE ROTARIA BANCO 1710



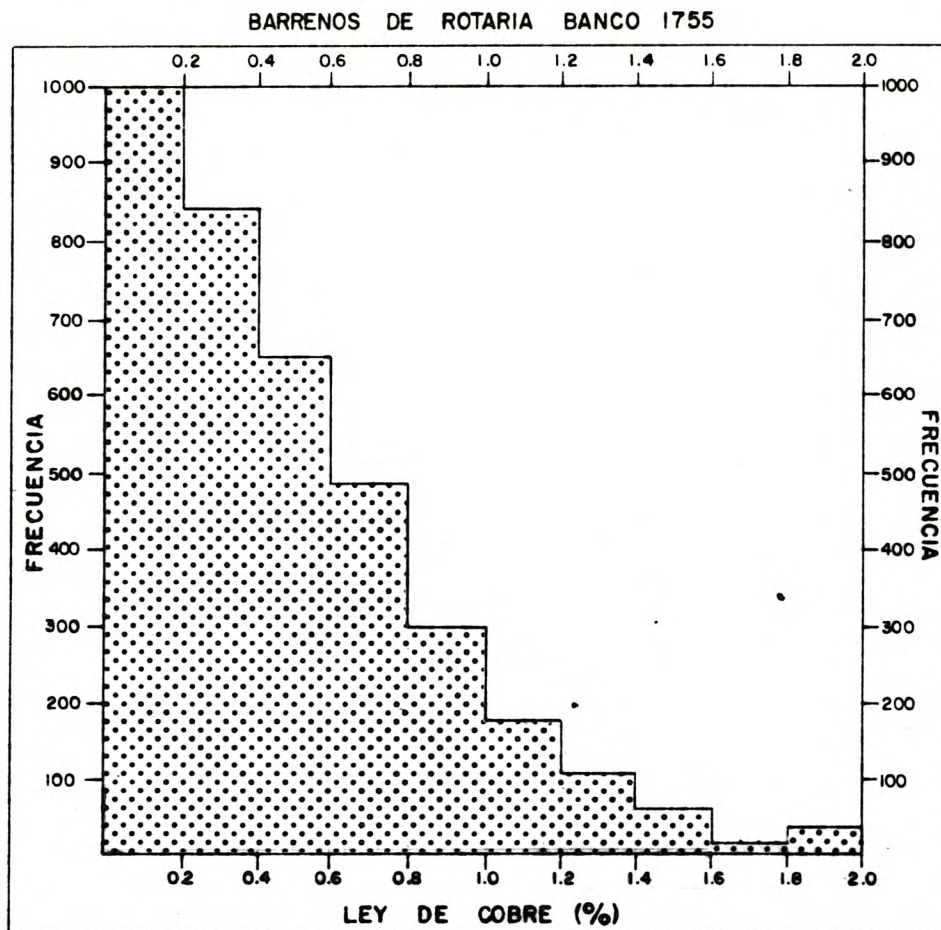


Fig. 6

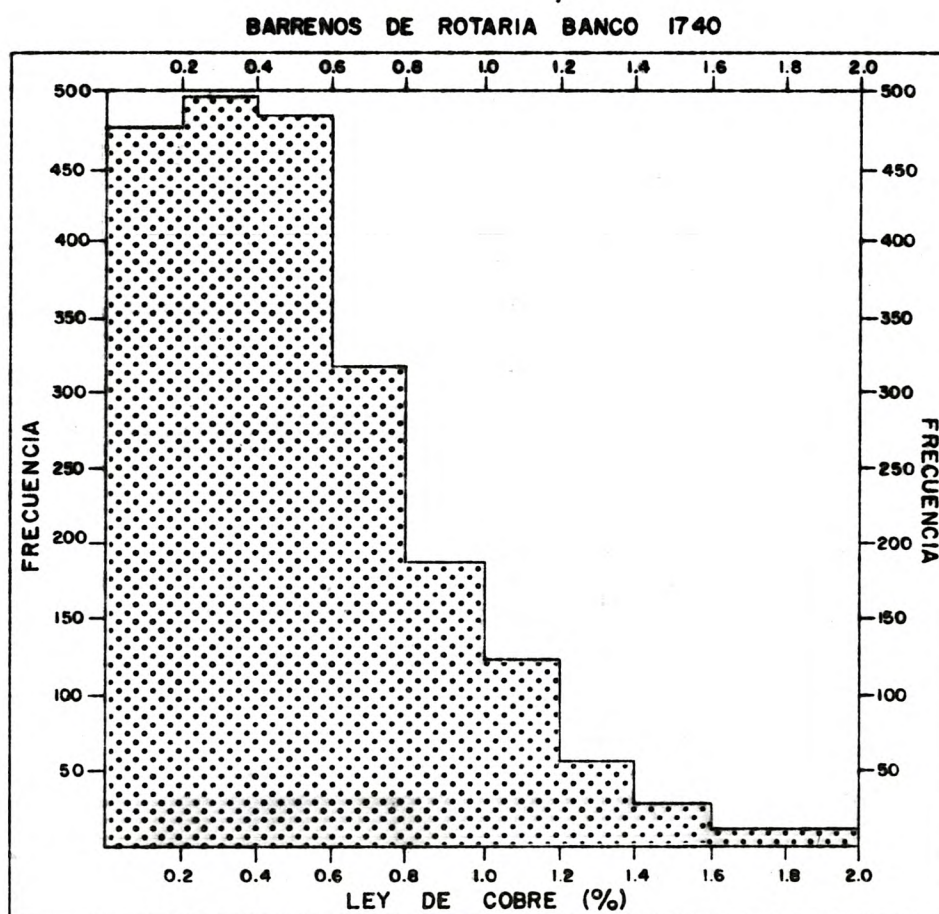


Fig. 7

Biblioteca Depto.
de Geología

BARRENOS DE ROTARIA BANCOS 1755 - 1710

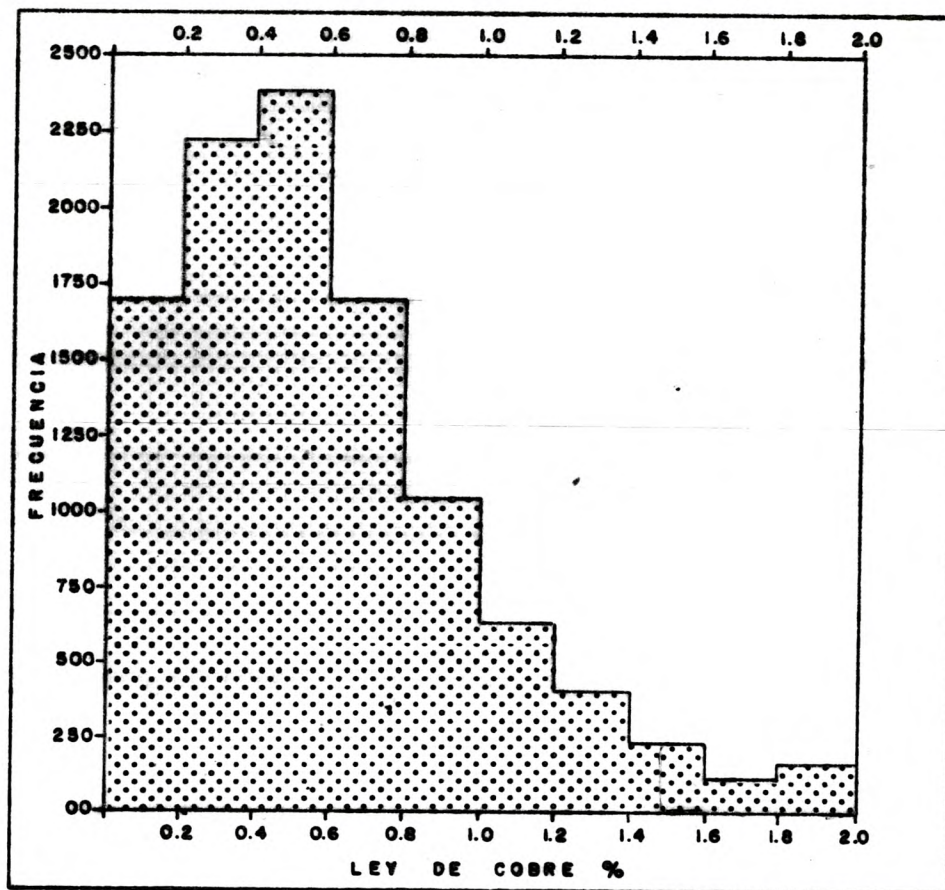


FIGURA (4+5+6+7)



BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA



EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA

**BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES**

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA		
S	O	N
U	N	I
DIST. BARRENOS DE ROTARIA		
TESIS PROFESIONAL: RAFAEL MENDEZ R.		
Fig. 8		

1600 E

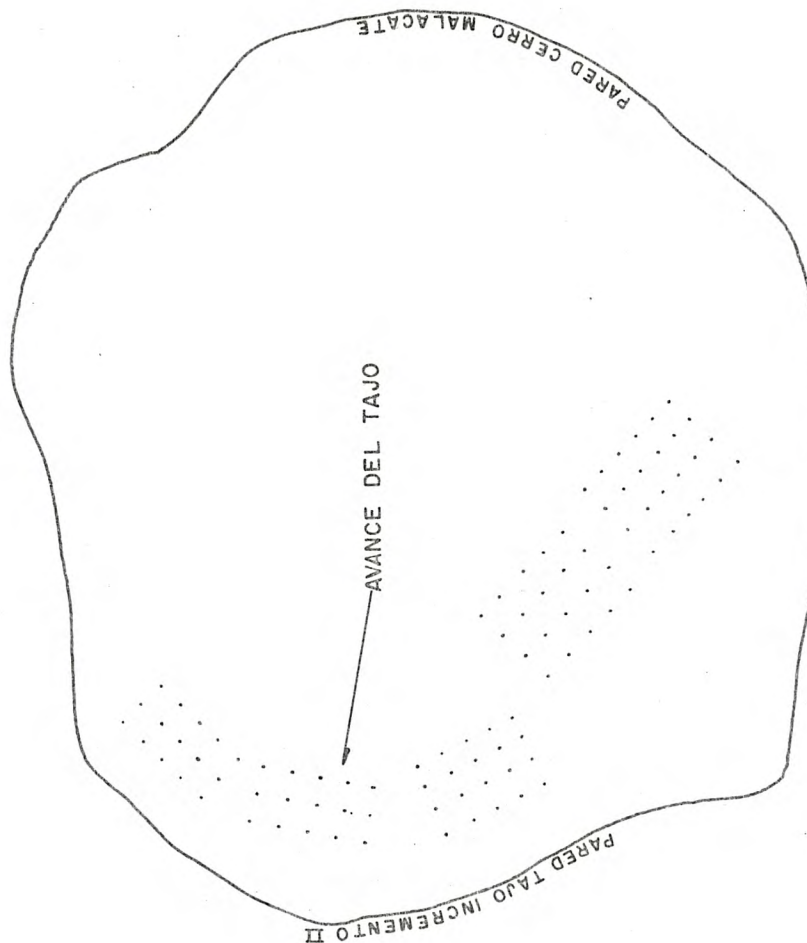
1500 E

1400 E

1300 E

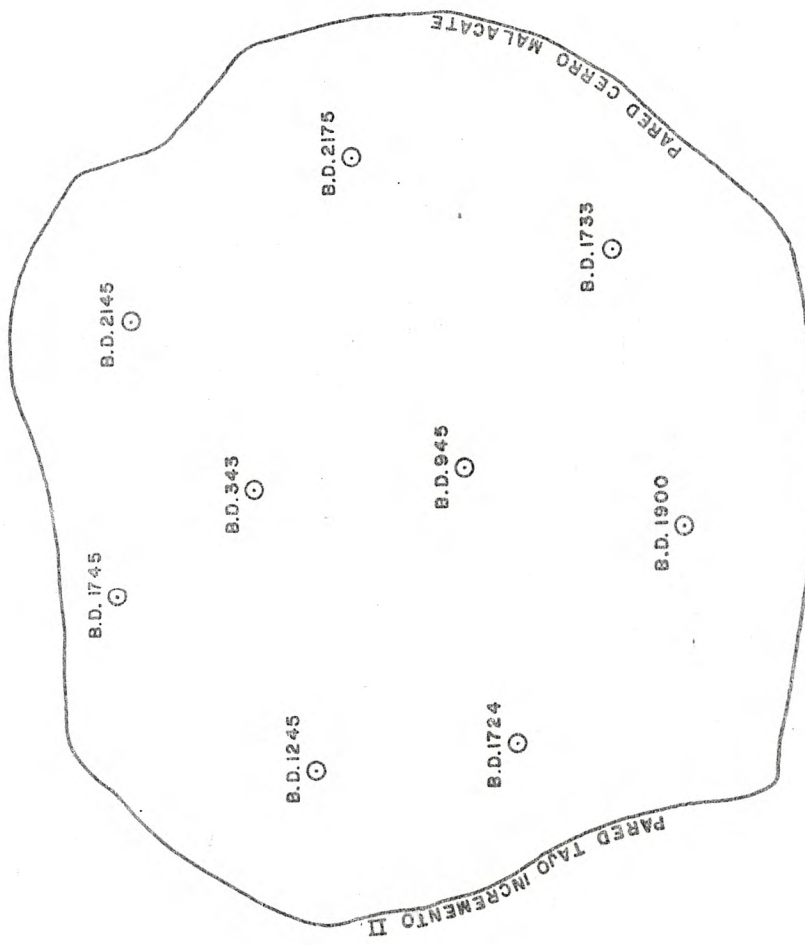
1200 E

1100 E



AREA DE ESTUDIO
TAJO COLORADA NORTE

1000 S
1100 S
1200 S
1300 S
1400 S



AREA DE ESTUDIO
TAJO COLORADA NORTE

U	S	DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA
N	O	DIST. BARRENOS DE DIAMANTE
I	N	TESIS PROFESIONAL RAFAEL MENDEZ R.
		Fig. 9

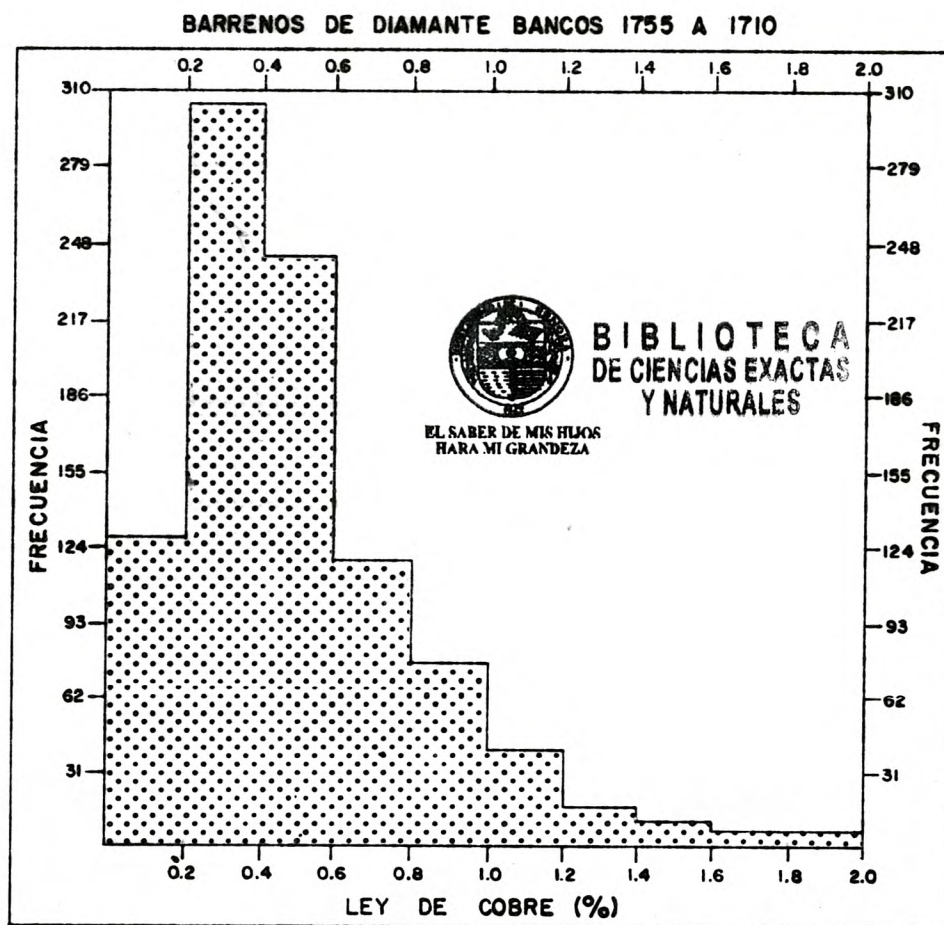


Figura 10

calcularon las siguientes estadísticas:



Barrenos de Diámante

No. de Muestras	948
Media	0.58
Varianza	0.17
Desviación Std.	0.41
Coeficiente Var.	0.70
Valor Mínimo % Cu	0.04
Valor Máximo % Cu	2.88

Tabla # 3

Para los datos de barrenos de diamante, no se calcularon estadísticas básicas por banco, ya que el número de muestras es pequeño, aparte de que la ubicación en el terreno de estos barrenos es muy aleatoria, respecto a la distribución que tienen los barrenos de rotaria. Se crearon histogramas de frecuencias para el total de valores que representan los cuatro bancos (figura 10), observándose que el tipo de distribución que siguen estos valores es lognormal sesgada a la derecha. Esta estimación del tipo de distribución se determinó utilizando la prueba "chi-cuadrada".

Los valores promedio y varianzas totales para rotaria y diamante se muestran en la siguiente tabla:

	Muestras	Media	Varianza	Desviación	Min	Max
Rotaria	9,380	0.64	0.15	0.39	0.01	3.4
Diamante	948	0.50	0.11	0.33	0.04	2.9

Tabla # 4

En el caso de los depósitos de baja ley, como lo es el Pórfido Cuprífero de Cananea, la distribución de leyes no es simétrica, en general tiende a seguir un tipo de distribución lognormal sesgada a la derecha, esto es, al construir un histograma de frecuencias para el cobre, el mayor porcentaje del conjunto de valores lo vamos a tener en las primeras clases, tal es el caso de los bancos 1755 a 1740 (figuras 4 y 5) donde este tipo de distribución es más notoria perdiéndose un poco esta distribución en los bancos 1725 y 1710 (figuras 6 y 7) esto porque en los bancos inferiores la ley en el primer intervalo de clase no es muy frecuente. El caso de la distribución de compuestos de barrenos de diamante es similar.

c) Cálculo de valores de cobre promedio usando bloques.

En los dos casos anteriores, se utilizaron los valores de cada uno de los barrenos en forma independiente; en este caso, se aprovechó el Sistema Geológico Minero para generar archivos que contienen los promedios aritméticos de cada unidad de minado, calculados a partir de los barrenos de rotaria. A continuación se muestra de manera esquemática como se hizo la selección y cálculo de promedios con los barrenos de rotaria:

| .55 .44 |
 | .33 .70 |
 | .46 .67 |
 +-----+

En este bloque se encuentran 6 valores de ley de cobre de barrenos de rotaria, los cuales al promediarse aritméticamente dan un valor para ese bloque de 0.53 % en ley de cobre. De este modo se promediaron cada uno de los bancos en estudio y se calcularon estadísticas básicas, para ver el cambio en el comportamiento estadístico de cada población de los nuevos valores, resultando lo siguiente:

#	Banco	Media	Varianza	Desviación	C. Var.	Min	Max
1101	1710	0.69	0.12	0.34	0.50	0.20	1.91
1391	1725	0.69	0.13	0.36	0.53	0.10	1.99
1451	1740	0.51	0.12	0.34	0.50	0.04	1.90
2356	1755	0.49	0.12	0.35	0.71	0.05	2.00

Totales		0.57	0.13	0.36	0.63	0.04	2.00

Tabla # 5

Comparando esta tabla con la numero 1, se observa claramente como la ley promedio se mantiene, pero la varianza disminuye significativamente, esto se debe al cambio de soporte, ya que pasamos de un soporte puntual (barreno) a una unidad de minado (bloque) con dimensiones 10x10x15 metros. Esta homogenización en la información se ve reflejada en el calculo de semivariogramas y

en el proceso de Kriging.

En esta forma se reduce mucho el número de valores, por lo tanto el proceso de los mismos es más rápido.

3.- TEORIA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS.

Esta teoría fue desarrollada por G. Matheron en Francia, y es la base matemática de la Geostatística. El punto fundamental de esta teoría consiste en suponer que todo proceso activo en la formación de un depósito mineral es interpretado como un proceso aleatorio. Así, la ley de un punto cualquiera en un depósito es considerada como un resultado de este proceso aleatorio. Esta interpretación probabilística de un proceso natural como un proceso aleatorio es básico para resolver problemas de estimación de la ley de un yacimiento mineral.

Un fenómeno de mineralización cuantificado está caracterizado por el desarrollo en espacio y tiempo de ciertas cantidades que son llamadas variables regionalizadas. En el espacio tridimensional (ley de mineral); en el espacio bidimensional (el espesor de una unidad sedimentaria subhorizontal); y en una dimensión (el precio del metal variando en el tiempo) son ejemplos de variables regionalizadas. En el trabajo de Matheron, tales variables deben ser llamadas variables aleatorias, el término regionalizada es usado para indicar que tales variables se correlacionan espacialmente en un cierto grado.

El valor observado en cada punto x es considerado como el resultado $z(x)$ de una variable aleatoria $Z(x)$, cuyo valor promedio en ese punto x es llamada la derivada de $m(x)$. Esta función $Z(x)$ muestra un aspecto aleatorio consistente de variaciones impredecibles y altamente irregular, y un aspecto estructurado reflejando las características estructurales del fenómeno regionalizado. Una función aleatoria produce la misma relación

para una de sus realizaciones como una variable aleatoria lo hace con su resultado, excepto que la realización de una función aleatoria es una función, mientras que el resultado de una variable aleatoria es un número.

En general, la función $Z(x)$ tiene propiedades muy complejas para ser estudiada fácilmente a través de métodos comunes de análisis matemático.

1) En primer lugar, una variable regionalizada esta localizada; sus variaciones ocurren en el espacio mineralizado (volumen del depósito o del estrato), el cual es llamado el campo geométrico de la región. Más sin embargo, tal variable está en general definida sobre un soporte geométrico. En el caso de una ley mineral, este soporte es despreciable para el volumen de la muestra, con su forma geométrica, su tamaño y orientación. Si en el mismo depósito, el soporte geométrico es cambiado, una nueva variable regionalizada es obtenida, la cual muestra analogías con la primera, pero no coincide con esta.

Por ejemplo, muestras de 10 kilogramos correspondientes a núcleos de barrenos no estan distribuidos en la misma forma como muestras de 10 toneladas correspondientes a tronadas. A menudo el caso de un soporte puntual debe ser considerado. Una ley puntual por ejemplo, debe tomar valor cero si su soporte cae dentro de un grano estéril ó +1 si cae dentro de uno mineralizado.

2) En segundo lugar, la variable puede mostrar una continuidad más o menos constante en su variación espacial, la cual puede ser expresada a través de desviaciones más o menos importantes entre leyes de las dos muestras vecinas mencionadas antes. Algunas variables con un carácter geométrico (espesor o

buzamiento de una formación geológica) están dotadas con la continuidad estricta de matemáticos. A menudo (para leyes o acumulaciones) únicamente una continuidad más floja debe existir o, en otras palabras, una continuidad promedio. En algunas circunstancias, esta continuidad promedio no deberá ser confirmada, y entonces estaremos hablando de un **efecto pepita** (nugget).

3) Por último, la variable puede mostrar diferentes clases de anisotropías. Puede existir una dirección preferencial a lo largo de la cual las leyes no varían significativamente, mientras estas varían rápidamente en una dirección transversal. Estos fenómenos son bien conocidos como zonalidades.

a) Hipótesis Intrínseca y Estacionariedad.

En estadística es común asumir que la variable es estacionaria, esto es, su distribución es invariante en cualquier dirección. Del mismo modo, una función aleatoria estacionaria es homogénea, y se repite en el espacio. Esto puede permitir la inferencia estadística. En el sentido estricto de estacionariedad se requiere que todos los momentos sean invariantes en cualquier dirección, esto puede conseguirse si se cuenta con una gran cantidad de datos experimentales, si no, únicamente se requieren los primeros dos momentos (la media y la covarianza) constantes. Esto es llamado "estacionariedad de segundo orden". En otras palabras se requiere lo siguiente:

a) El valor esperado o media de la función $Z(x)$ sea constante en todos los puntos x . Esto es :

$$E [Z(x)] = m (x) = m$$

donde la esperanza de que suceda este evento es independiente de x .

b) La función covarianza entre dos puntos cualquiera x' y $x+h$ es independiente del punto x . Esta depende únicamente del vector h , esto es:

$$E [Z(x) - Z(x + h)] - m^2 = C(h).$$

En particular, cuando $h=0$, la covarianza resulta volver a la varianza ordinaria de $Z(x)$ la cual también debe ser constante.

Bajo la hipótesis intrínseca se supone que los incrementos de la función son debilmente estacionarios, esto es, la media y la varianza de los incrementos $Z(x+h) - Z(x)$ existe y son independientes del punto x .

$$E [Z(x + h) - Z(x)] = 0 \quad \text{Hipótesis Intrínseca}$$

$$\text{Var} [Z(x + h) - Z(x)] = 2 \text{Gamma}(h) \quad \text{con media cero.}$$

La función $\text{Gamma}(h)$ es llamada el semivariograma. Esta es la herramienta básica para la interpretación estructural de un fenómeno y también de su estimación.

En la práctica el variograma se utiliza únicamente hasta un límite o rango, el cual nos esta definiendo un zona homogénea dentro de un depósito. Consecuentemente, el fenómeno únicamente puede ser estacionario en este rango. En el capítulo IV de este trabajo se puede ver como la vecindad donde se cumplen las condiciones de estacionaridad para el banco 1755 con barrenación de rotaria es de 80 metros en cualquier dirección.

b) Momentos.

Esperanza matematica o momento de primer orden.

Consideremos una variable regionalizada $Z(x)$ en un punto (x) .

Si la función de distribución de $Z(x)$ tiene una esperanza (suponer), entonces la esperanza es generalmente una función de x :

$$E [Z(x)] = m(x)$$

Momentos de Segundo Orden

Los tres momentos de segundo orden considerados en geoestadística son los siguientes:

a) La varianza de $Z(x)$. Cuando esta existe, se define como el momento de segundo orden alrededor de la esperanza $m(x)$ de la variable aleatoria $Z(x)$, esto es:

$$\text{Var} [Z(x)] = E [(Z(x) - m(x))^2]$$

b) La covarianza. Si dos variables aleatorias $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$ tienen varianzas en los puntos x_1 y x_2 , entonces también tienen una covarianza, la cual es una función de las dos posiciones x_1 y x_2 y se escribe como:

$$C(x_1, x_2) = E [(Z(x_1) - m(x_1)) (Z(x_2) - m(x_2))]$$

c) El variograma. La función variograma está definida como la varianza del incremento $[Z(x_1) - Z(x_2)]$ y se escribe como:

$$2 \text{ gamma}(x_1, x_2) = \text{Var} [Z(x_1) - Z(x_2)].$$

4.- ANALISIS ESTRUCTURAL.

La primera fase de cualquier estudio geoestadístico es el análisis estructural; esto es, el estudio de los principales rasgos de la regionalización. Los tres pasos principales en este estudio son:

1o. La verificación preliminar de los datos y tener una idea del fenómeno en estudio; esto se consigue analizando estadísticamente la población de muestras, como se hizo en el inciso II de este trabajo.

2o. Cálculo del variograma experimental en varias direcciones.

3o. Selección de un modelo matemático que ajuste el variograma experimental.

a) Variograma.

El variograma es una curva que nos representa el grado de continuidad de la mineralización. Experimentalmente, se grafica una distancia h en las abscisas, y en la ordenada el valor medio del cuadrado de las diferencias entre las leyes de las muestras seleccionadas una distancia h una de otra. En otras palabras el variograma es utilizado para describir la correlación espacial entre leyes (o cualquier otra característica tal como el espesor de la mineralización) dentro de un yacimiento mineral y al mismo tiempo podemos medir el error cuadrado medio (o varianza) de estimación. Es por eso que se le considera como la herramienta básica de la Geoestadística. Es importante también porque nos muestra rasgos geológicos que son relevantes en la evaluación de

un depósito mineral, tales como la continuidad de la mineralización, zonas de influencia, la diferencia entre las mismas zonas de influencia en direcciones diferentes, etc.

Estos rasgos importantes son analizados mediante la similaridad o disimilaridad entre leyes para una cierta distancia h . El variograma de una variable regionalizada esta definido por la ecuación:

$$\text{Gamma } (h) = 0.5 * \text{Var } [Z(x+h) - Z(x)]$$

Específicamente, la diferencia al cuadrado entre dos leyes separadas h metros, es calculada por:

$$\text{Gamma } (h) = 0.5 * E [Z(x+h) - Z(x)]^2$$

Donde x y $x+h$ son los puntos en un espacio n -dimensional donde n debe ser 1, 2 y 3. Por ejemplo, cuando $n=2$ (plano), x denota el punto (x_1, x_2) y h es un vector.

Para hacer una relación aplicable general para toda un área de interés, el cálculo es repetido para todas las muestras que estan h metros separadas una de otra y la diferencia al cuadrado promedio se obtiene.

Los modelos matemáticos de semivariogramas pueden ser clasificados de acuerdo a si estos corresponden o no a situaciones donde las condiciones de estacionaridad de segundo orden se cumplen. En general, a medida que h se incrementa, la diferencia cuadrada entre las dos variables $Z(x)$ y $Z(x+h)$ tiende a incrementarse y así $\text{Gamma } (h)$ se incrementa a partir de su valor inicial de cero. A menudo en la practica, el semivariograma deja de incrementarse y se estabiliza a una cierta distancia, llegando a ser más o menos estable alrededor de un valor $\text{Gamma } (\infty)$ llamado Sill y la distancia a la cual $\text{Gamma } (h)$ se estabiliza es llamada

rango (a). Mas allá del rango, los valores muestran una ausencia de correlación entre ellos.

En general, el variograma es una función creciente conforme se incrementa h , puesto que, en promedio, entre más distantes están dos muestras una de otra, sus leyes teóricamente tienden a ser más diferentes. Esto da un contenido más preciso de el concepto tradicional de zona de influencia de una muestra. El incremento más o menos rápido del variograma representa, verdaderamente, el deterioro más o menos rápido de la influencia de una muestra sobre zonas más alejadas del depósito. Las características cualitativas de la regionalización son muy bien expresadas a través del variograma.

b) Comportamiento Cerca del Origen.

El comportamiento más o menos regular de la mineralización esta representado por el valor de gamma (h), cerca del origen. Esto es posible distinguirlo mediante cuatro tipos de gráficas, como las que se muestran en la parte superior de la figura 11.

1) en el primer tipo el variograma tiene tendencia parabólica al origen, y representa una variable regionalizada con alta continuidad, tal como el espesor de un estrato.

2) el segundo tipo o tipo lineal, esta caracterizado por una tangente oblicua al origen, y representa una variable la cual tiene una continuidad en promedio. Este tipo es el más común para leyes en depósitos metalíferos.

3) el tercer tipo revela una discontinuidad al origen debido tal vez a errores de muestreo ó ensaye, pero que tiende a estabilizarse en un valor dado de gamma (h).

4) el cuarto tipo es un caso límite correspondiendo a la

noción clásica de variable aleatoria. Desde el punto de vista práctico, se dice que las muestras no presentan ninguna relación entre sí. Entre el tipo 1 (función continua) y el tipo 4 (puramente aleatoria) existe un rango de tipos intermedios el cual es objeto de estudio de la Geostatística.

c) Modelos de Variograma Reconocidos.

Los tres modelos más comunmente usados estan gráficamente representados en la figura (Rendu pag. 12). Para cada caso de estos modelos de semivariograma $\gamma(h)$, corresponde un covariograma equivalente del modelo:

$$C(h) = C - \gamma(h)$$

1) El modelo aleatorio (o de efecto nugget puro).

El modelo aleatorio corresponde al caso donde la variable regionalizada $x(z)$ esta aleatoriamente distribuida, esto es, la covarianza entre valores es igual a la varianza de las muestras para todas las distancias h :

$$C(h) = C_0 \quad \text{para toda } h$$

El semivariograma correspondiente es descrito por:

$$\gamma(h) = C_0 \quad \text{para toda } h$$

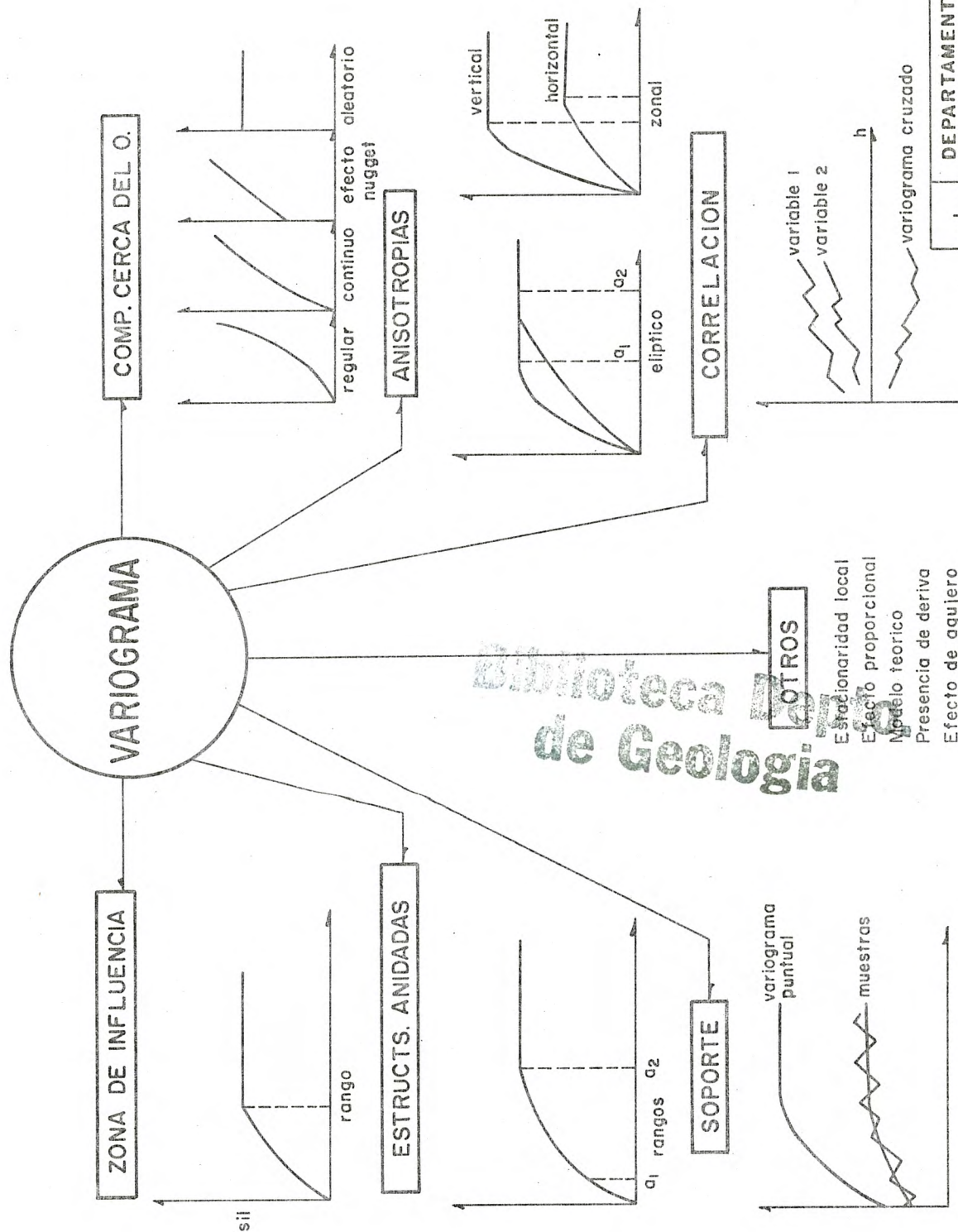
2) El modelo esférico.

El modelo esférico debe ser encontrado para dar una representación satisfactoria del semivariograma de muchos yacimientos diferentes. Se caracteriza por dos parámetros C y a , donde C es el Sill y a es el rango:

$$\gamma(h) = C * 1.5 (h/a) - 0.5 (h/a)^3 \quad \text{para toda } h < a$$

$$\gamma(h) = C \quad \text{para } h > a.$$

Este modelo es el más comunmente usado, tiene una simple expresión polinomial como: un crecimiento casi lineal hasta una



DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA	
U	S
N	O
I	N
PROPIEDADES DEL VARIOGRAMA	
TESIS PROFESIONAL: RAFAEL MENDEZ R.	
Fig. II	

cierta distancia donde se estabiliza. La tangente al origen intersecta al valor sill en un punto con una abscisa $2a/3$. Este parámetro, puede ser utilizado para ajuste de modelos de variogramas.

3) El modelo exponencial.

Este modelo esta caracterizado por dos parámetros C y a , donde C es la asíntota de la curva exponencial y puede ser igual al Sill, y a es la distancia a la cual la tangente al origen intercepta el valor C . El rango práctico se toma como $3a$:

$$\gamma(h) = C (1 - e^{-h/a})$$

4) El modelo gaussiano.

Este modelo esta caracterizado por dos parámetros C y a , donde C es el Sill. La curva es parabólica cerca del origen y la tangente al origen es horizontal, lo cual indica baja variabilidad para distancias cortas como lo tenemos en algunos semivariogramas. El modelo gaussiano representa un fenómeno extremadamente continuo. El rango práctico es $1.73 a$. La utilización de este modelo a mostrado inestabilidades numéricas en su utilización por lo que se evita usarlo a menudo.

d) Relación entre Variograma y Covariograma.

Las funciones covarianza y semivariograma dependen simultaneamente de dos puntos de soporte x_1 y x_2 en una zona homogénea de mineralización, la correlación que existe entre dos valores $Z(h)$ y $Z(x+h)$ no depende de la posición dentro de la zona sino de la distancia que las separa.

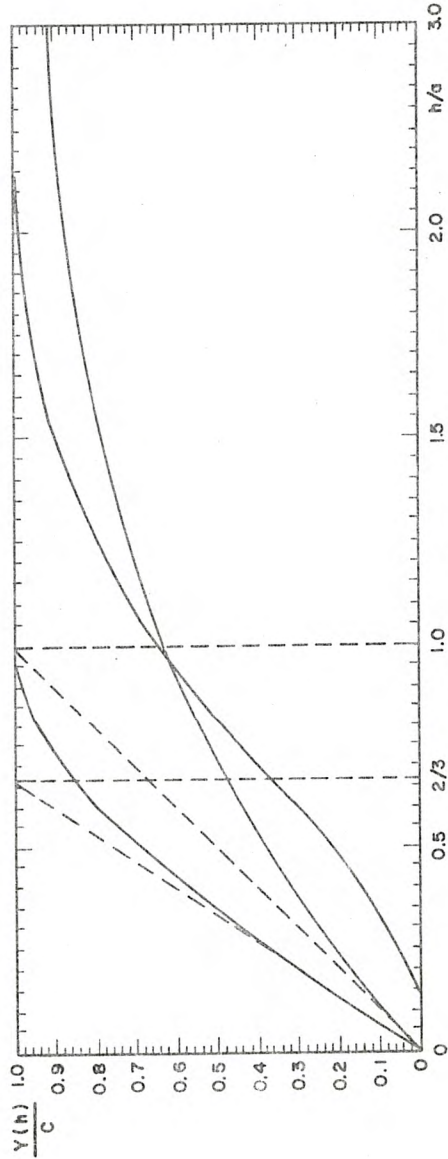
Las fórmulas para la covarianza y el semivariograma son las siguientes:

$$C(h) = E [Z(x+h) * Z(x)] - m^2$$

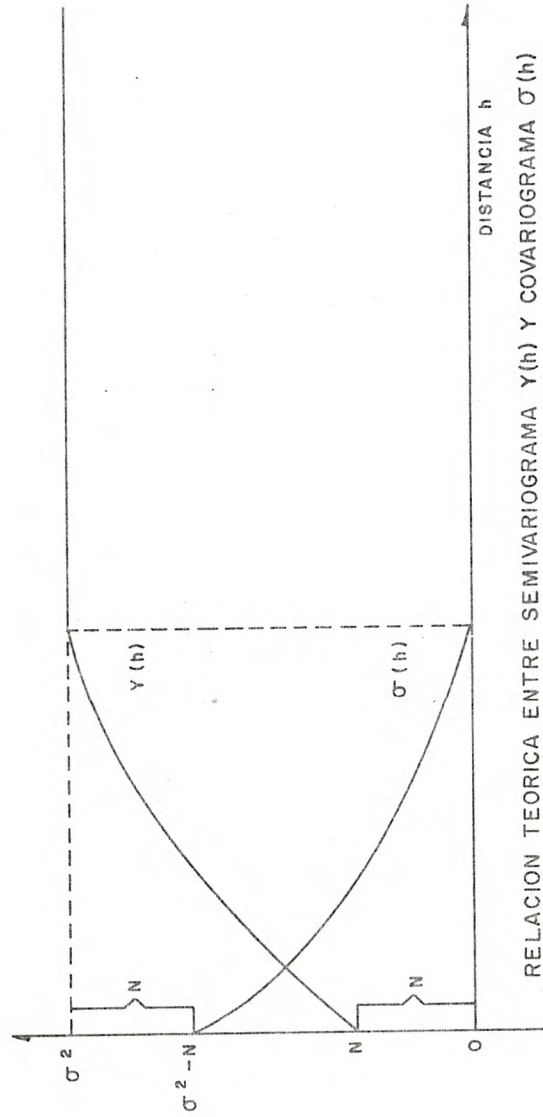


EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA

BIBLIOTECA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES



SEMIVARIOGRAMA CON SILL



RELACION TEORICA ENTRE SEMIVARIOGRAMA $Y(h)$ Y COVARIograma $\sigma(h)$

U	S	DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA
N	O	SEMIVARIOGRAMA CON SILL
I	N	TESIS PROFESIONAL: RAFAEL MENDEZ R.

$$\gamma(h) = 1/2 E \{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \}$$

Puesto que el grado de correlación entre dos variables $Z(x)$ y $Z(x+h)$ generalmente decrece cuando la distancia " h " entre ellas se incrementa, así es el comportamiento de la covarianza, la cual decrece a partir del origen $C(0)$. Inversamente el semivariograma $\gamma(h) = C(0) - C(h)$ se incrementa a partir del origen $\gamma(0) = 0$, como se ilustra en la figura # 12.

e) Rango y Zona de Influencia.

El rango de incremento del variograma conforme h aumenta indica como rápidamente la influencia de una muestra disminuye con la distancia. Después de que el variograma alcanzó su valor límite (Sill) una ausencia de correlación es encontrada.

Esta distancia crítica, llamada el rango del variograma, da una definición más precisa para el concepto de zona de influencia. La teoría muestra que el valor límite del variograma es exactamente la varianza de la población.

Cuando no hay correlación entre $Z(x+h)$ y $Z(x)$ se tiene:

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0.5 \text{ Var } [Z(x+h) - Z(x)] \\ &= 0.5 [\text{Var } (Z(x+h)) + \text{Var } (Z(x))] = \text{Varianza} \end{aligned}$$

No todos los variogramas alcanzan un valor Sill. El rango no necesariamente es el mismo en todas direcciones. Esto refleja la anisotropía del fenómeno.

f) Isotropía.

Cuando el variograma es calculado para todos los pares de puntos en ciertas direcciones tales como Norte-Sur o Este-Oeste, estos a veces muestran diferentes tipos de comportamientos en algunas de ellas (anisotropía). Si esto no ocurre el variograma depende únicamente de la magnitud de la distancia entre puntos (h)

y se dice que el comportamiento es isotrópico.

Existen dos tipos diferentes de anisotropías que pueden ser distinguidos: anisotropía geométrica y anisotropía zonal.

- la anisotropía geométrica (también llamada anisotropía elíptica). En este caso la anisotropía puede ser corregida por un cambio afin al cambio de coordenadas.

En este caso un simple cambio de coordenadas transforma la elipse en un círculo y elimina la anisotropía. Esta transformación es particularmente simple cuando los ejes mayores del elipsoide coinciden con los ejes de coordenadas.

Cuando se calculan los variogramas, es importante usar al menos 4 direcciones, tales como N-S, E-W, NE-SW y NW-SE.

-la anisotropía zonal o estratificada es más compleja que la anterior, ya que se comparan variogramas calculados en el plano y en el sentido vertical; esto es porque a menudo hay más variación vertical entre "estratos mineralizados" que dentro de ellos mismos. Para el caso de este trabajo, la anisotropía se comporta en cierto modo como una anisotropía zonal, ya que en el sentido vertical es más rápido el cambio en cuanto a la influencia de las muestras, ya que en el depósito la mineralización varía aumentando los valores de ley a profundidad, como se ve en el análisis estadístico.

g) Otros Rasgos.

Entre el origen y el infinito, el comportamiento del variograma muestra varios rasgos del fenómeno en estudio, notablemente la presencia de estructuras anidadas y en muy raros casos, periodicidades.

Estructuras anidadas.- Estas indican la presencia de

variaciones a diferentes escalas. Ejemplos típicos incluyen:

a) al nivel de una muestra, se puede medir el error; esto para $h=0$

b) a la escala petrográfica ($h \leq 1$ cm), puede haber variabilidad en transición de un constituyente mineralógico a otro.

h) Parte práctica de la teoría del Análisis Estructural.

En el presente trabajo se calcularon semivariogramas experimentales para barrenos de rotaria y barrenos de diamante en varias direcciones para ver el comportamiento espacial de estas dos fuentes de información. A continuación se explica el detalle para cada caso:

h.1) Barrenos de Rotaria.

Para este tipo de información, se calcularon semivariogramas experimentales para cada banco, y en 4 direcciones diferentes (N-S, E-W, N 45 E y N 45 W) para ver posibles anisotropías. Como se puede observar en la figuras 13-16, para los 4 bancos los valores de los principales parámetros de los semivariogramas coinciden. En cada banco se observan valores similares de rango, efecto nugget y valor sill, por lo tanto, se puede concluir que el bloque estudiado está dentro de un medio isotrópico, con un radio de influencia para cada muestra de ± 55 metros.

Las gráficas que muestran para cada banco el medio isotrópico se observan en las figuras 18, 20 y 23.

A continuación, se muestran en forma tabular los valores de los 3 parámetros de los semivariogramas para cada banco y además, la varianza de cada población de valores:

23.V.88 Semivariograma experimental, T. Colorado Norte, Banco 1710, B. Rotaria

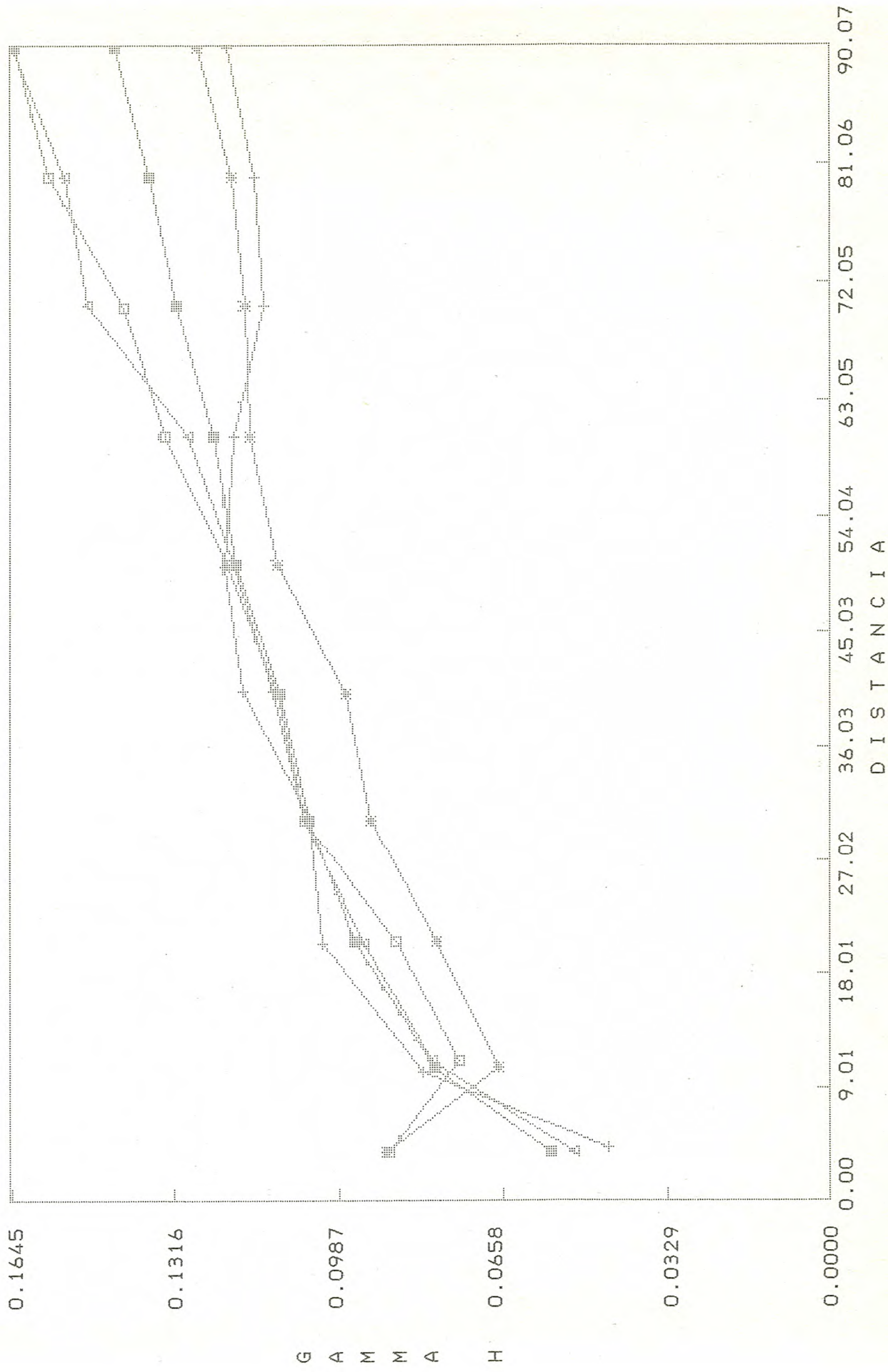


Fig. 13

23.V.88 Semivariograma experimental, T. Colorada Norte, Banco 1725, B. Rotaria

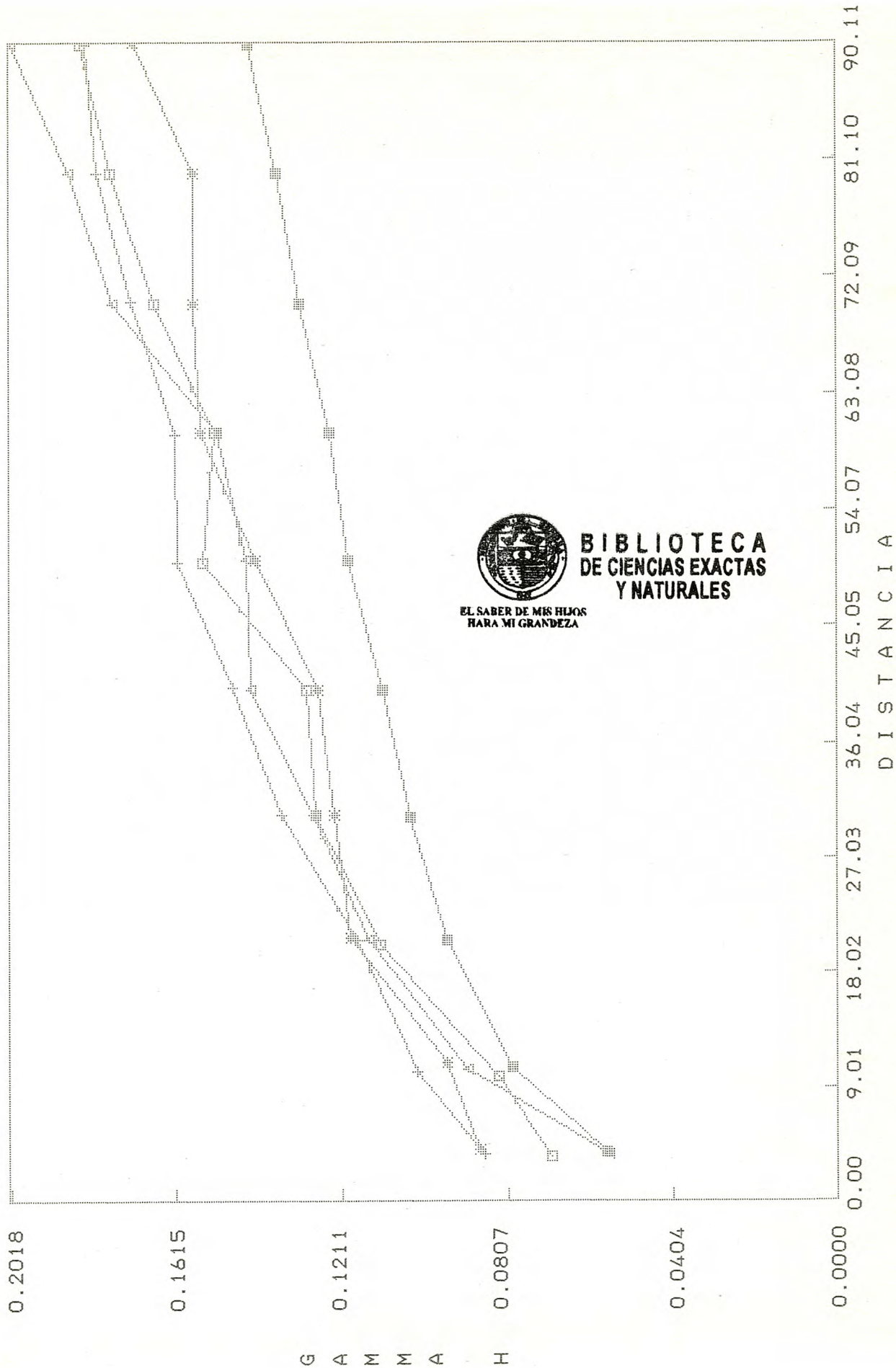


Fig. 14

23.V.88 Semivariograma experimental, T. Colorado Norte, Banco 1740, B. Rotaria

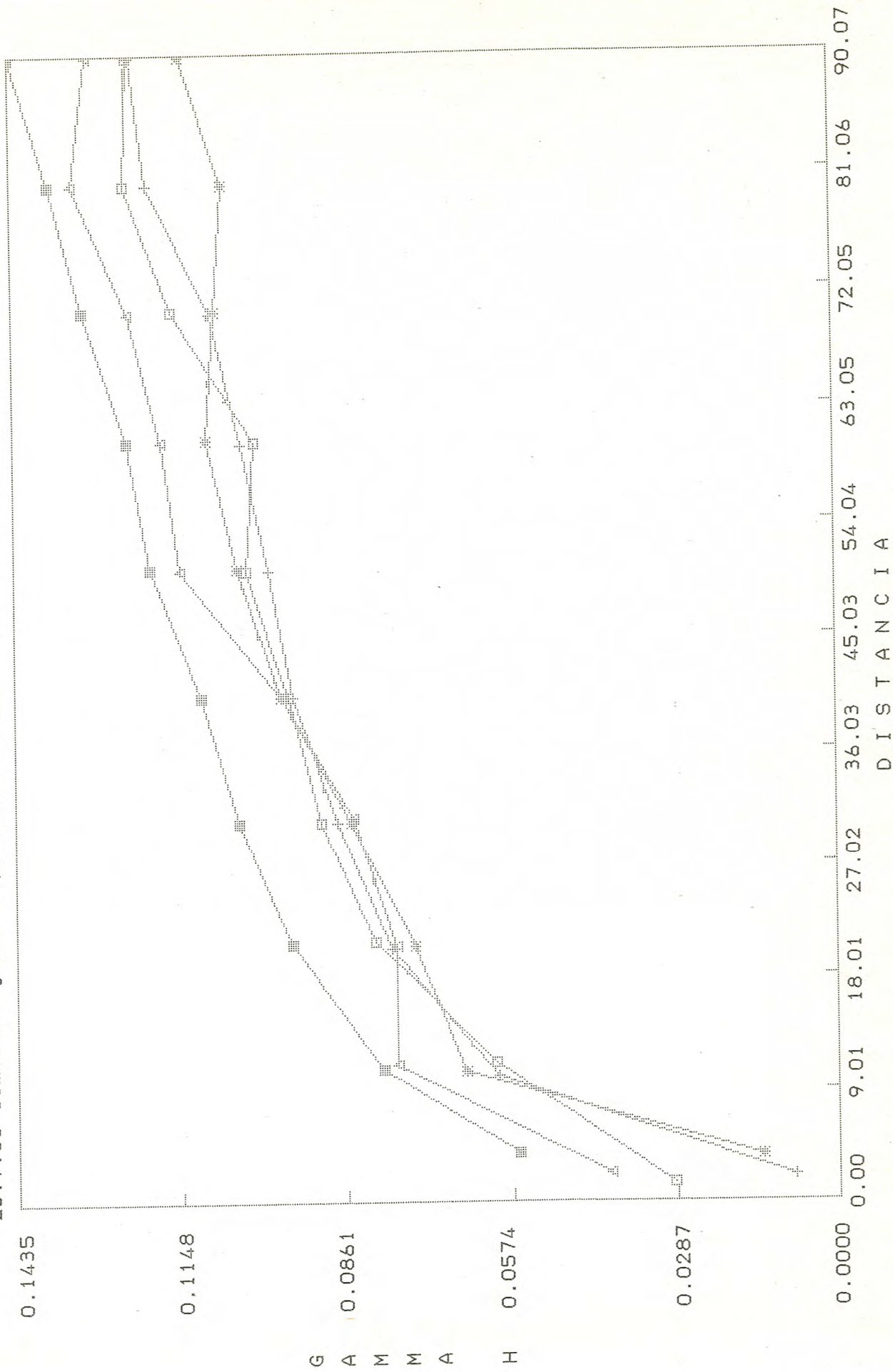


Fig. 15

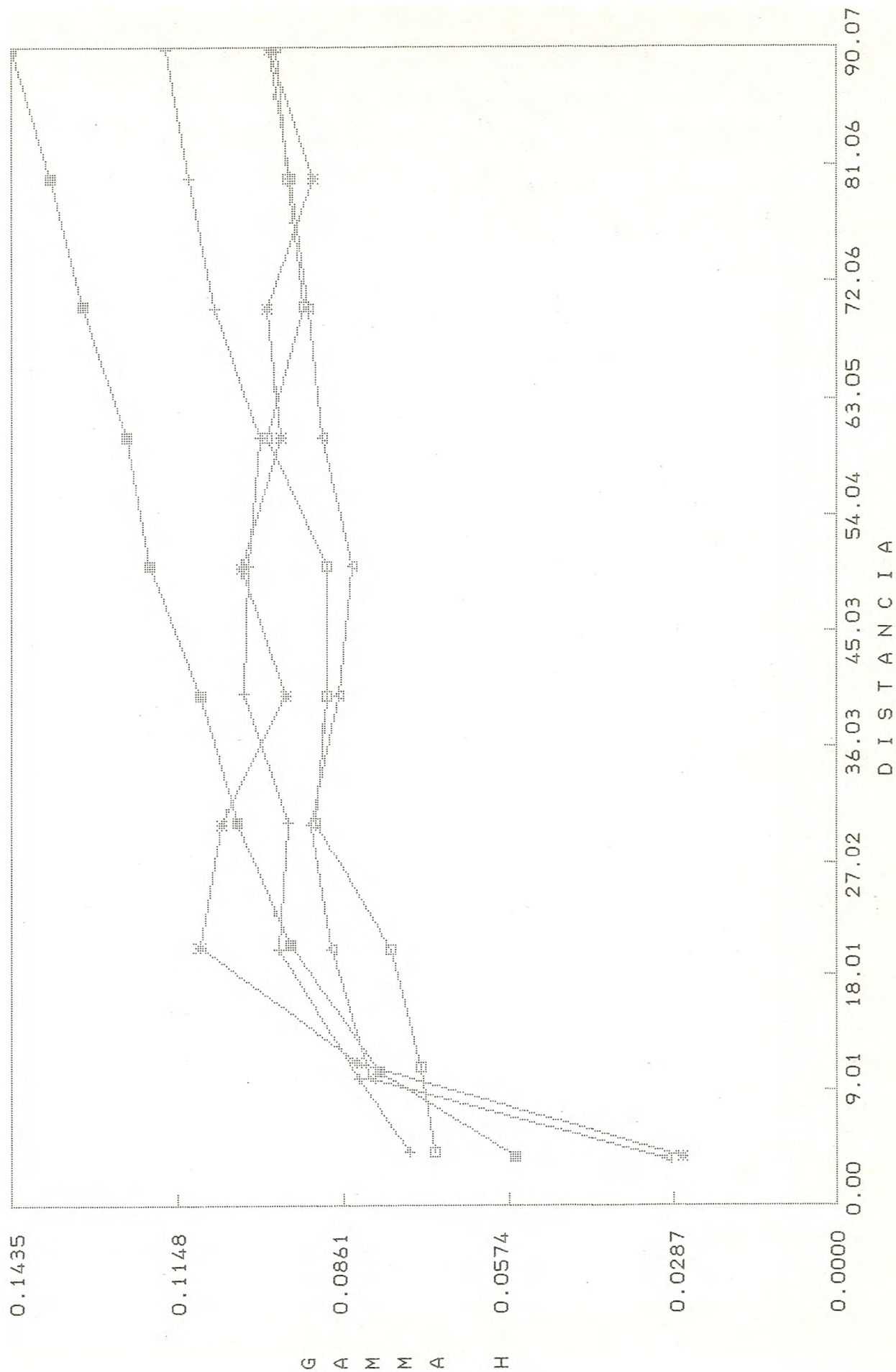


Fig. 16

22.V.88 Semivariograma experimental, B. Diamante, T. Colorado Norte, 1710-1755

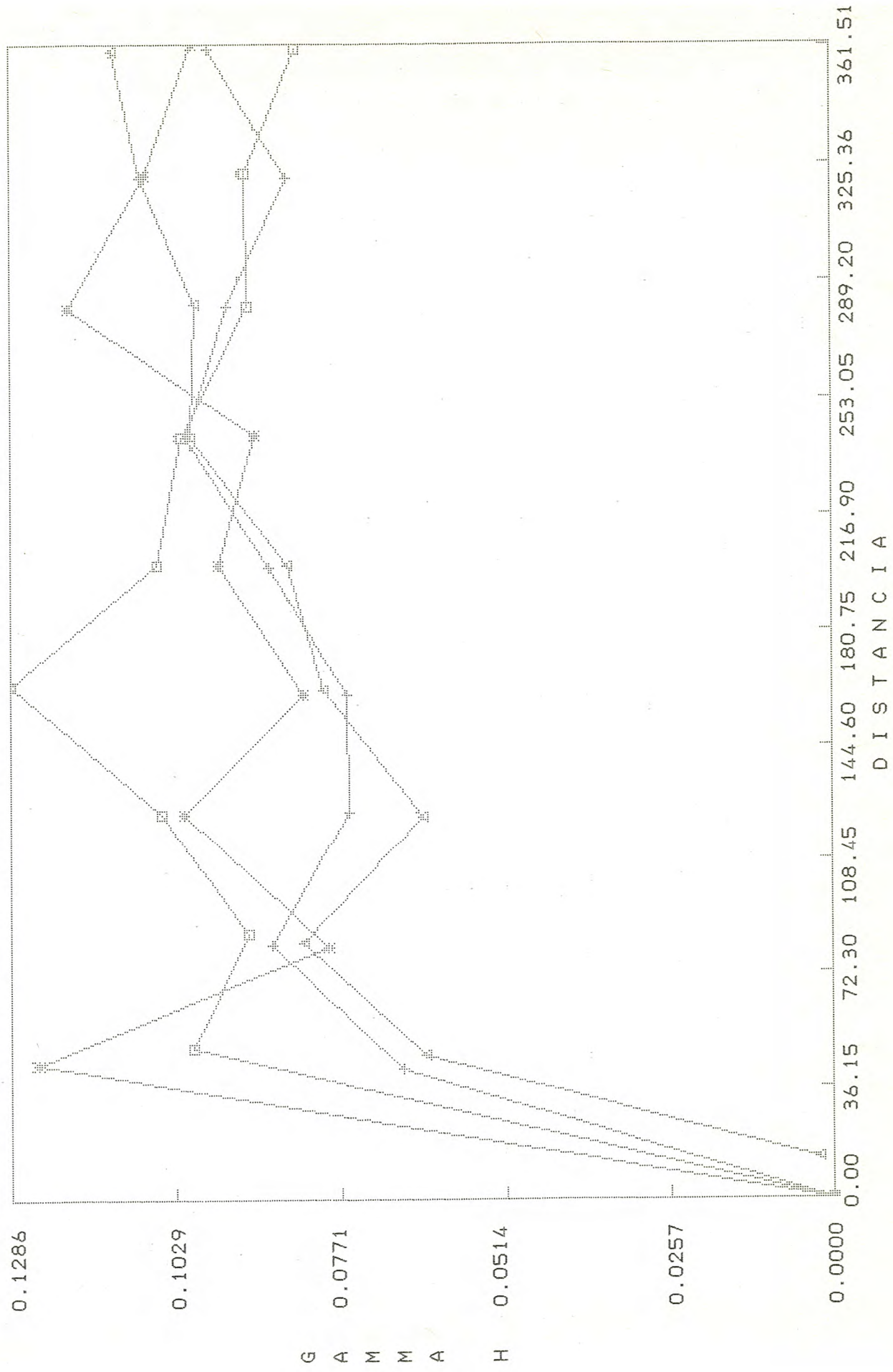
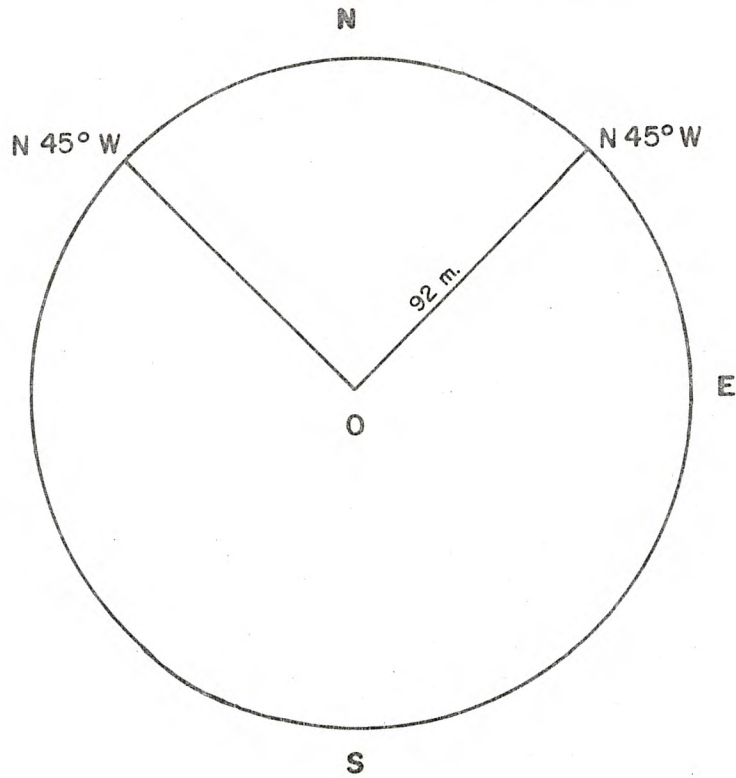


Fig. 17



**BARRENO DIAMANTE
BANCOS 1710-1755**

U N I	S O N	DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA
		COMPORTAMIENTO ISOTROPICO
		TESIS PROFESIONAL: RAFAEL MENDEZ R.

Barrenos de Rotaria

Banco	E. Nugget	Sill (C)	Varianza	Rango (a)
1710	0.0516	0.1200	0.16	53 m.
1725	0.0602	0.1547	0.18	56 m.
1740	0.0371	0.1070	0.17	55 m.
1755	0.0300	0.0967	0.16	26 m.

Biblioteca Depto. de Geología

h.2 Barrenos de Diamante

La información de barrenos de diamante, que se utilizó, son los compuestos contenidos en el archivo General de Compuestos en el Sistema Geológico Minero, del área de estudio, con los cuales, se calcularon semivariogramas experimentales de manera total para los 4 bancos, ya que la cantidad de compuestos es baja, estos semivariogramas, se calcularon en 4 direcciones diferentes: E-W, N-S, N 45 E y N 45 W.

En forma similar que los barrenos de rotaria, los semivariogramas de la figura 17, muestran un medio isotrópico en las cuatro direcciones, esto es, los semivariogramas, coinciden en el mismo rango, por lo que con esto se respalda lo obtenido con la información de rotaria, en cuanto a la isotropía de las dos fuentes de información.

Es lógico esperar que los semivariogramas para la información de barrenos de diamante, dan un rango mayor que para la información de rotaria, esto se debe a que la distancia entre compuestos es grande, por lo que el tamaño de clase que se utilizó

para calcular los semivariogramas fue de 40 metros, en comparación con el tamaño de clase para barrenos de rotaria que fué de 10 metros. A continuación se muestra en forma tabular, los parametros obtenidos para los semivariogramas experimentales de compuestos de diamante:

Barrenos de diamante			
E. Nugget	Sill	Varianza	Rango
0.0017	0.093	0.17	92.0 m.

tabla # 7

h.3) Cálculo de semivariogramas utilizando bloques.

En el cálculo de semivariogramas utilizando valores de ley de cobre promedio en bloques, se vuelve a ver como para el caso de los barrenos de rotaria en cada banco, el comportamiento estructural en cualquier dirección es el mismo, pero la varianza con la que se esta trabajando es menor que la utilizada en los primeros semivariogramas usando cada barreno.

Con esta homogenización en la información es más fácil calcular los parametros y el tipo de semivariograma a graficar por lo tanto es más fácil conocer el comportamiento espacial de los valores en el terreno, ya que cada valor utilizado en los calculos de los semivariogramas graficados en las figuras 19-24, muestran claramente como el valor sill disminuye en cada caso, comparados con los anteriores, esto se debe a que la varianza de las poblaciones de datos disminuyo significativamente. Por lo tanto es más conveniente utilizar unidades de minado para ver el

comportamiento estructural del depósito, además de que se reduce considerablemente la densidad de información. Después de calcular los semivariogramas para cada banco, se calculó el semivariograma promedio de los 4 bancos; el cual se utilizó junto con el semivariograma promedio de compuestos de diamante, para ajustar a un modelo de semivariograma, que será utilizado por el método de Krigeage para la estimación de leyes en bloques de 10 x 10 x 15 metros. Este semivariograma ajustado a las dos fuentes de información se observa en la figura 25.

Los parámetros obtenidos con el modelo de semivariograma ajustado son los siguientes:

Estructura 1 = 0.035 (Efecto Nugget)

Estructura 2 C1 = 0.020 a1 = 45 metros; modelo esférico

Estructura 3 C2 = 0.075 a2 = 180 metros; modelo esférico

$\Gamma(h) = 0.035 + 0.02 \text{ Esf}(45\text{m.}) + 0.075 \text{ Esf}(180\text{m}) \quad h \leq 40 \text{ m.}$

$\Gamma(h) = 0.035 + 0.02 + 0.075 \quad h \geq 40 \text{ m.}$

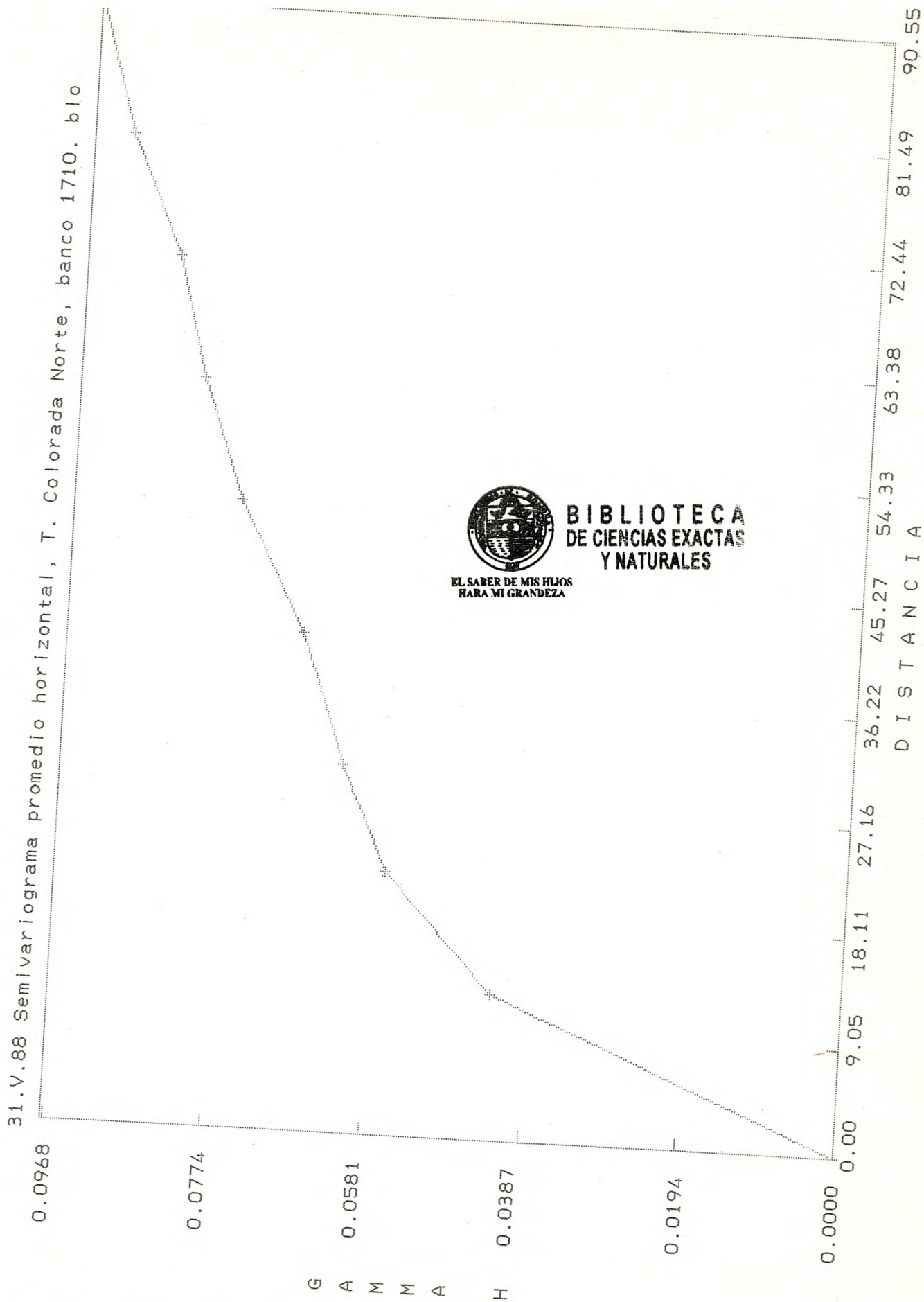
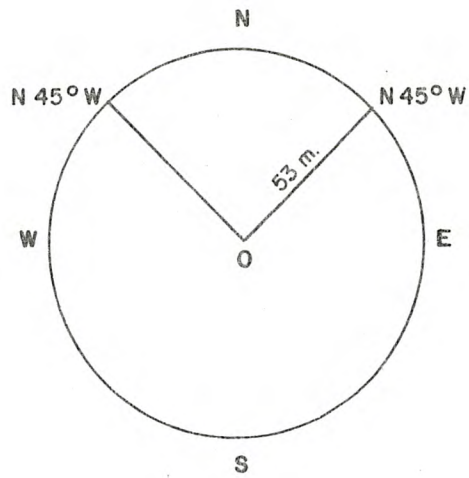
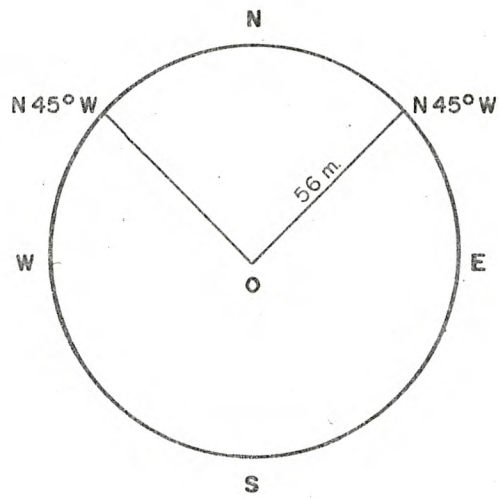


Fig. 19



BARRENOS ROTARIA
BANCO 1710



BARRENOS ROTARIA
BANCO 1725

U N I V	S O N	DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA
		COMPORTAMIENTO ISOTROPICO
		TESIS PROFESIONAL: RAFAEL MENDEZ R.
		Fig. 20

31.V.88 Semivariograma promedio horizontal, T. Colorada Norte, 1725, block-rot

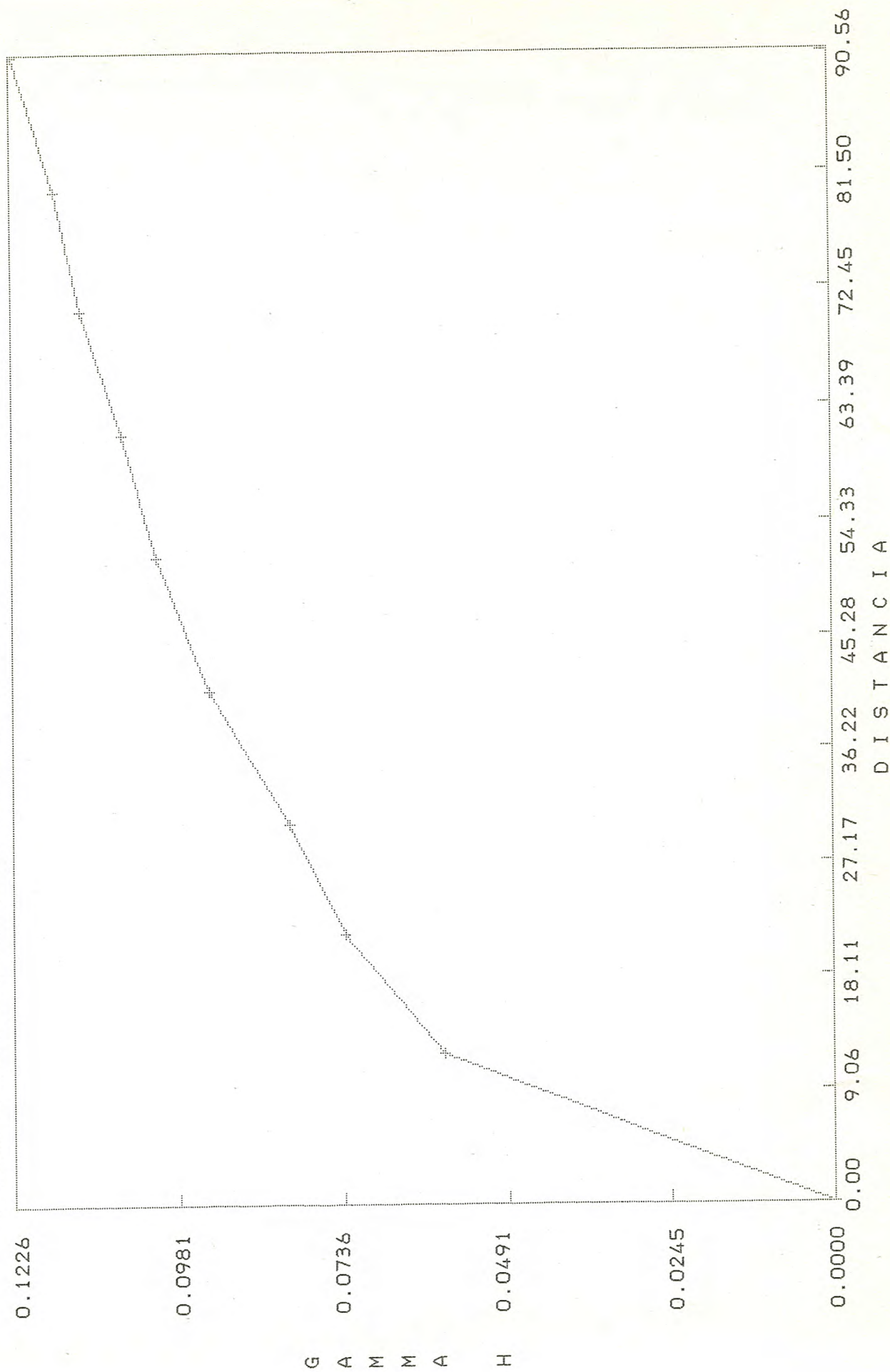


Fig. 21

2.VI.88 Semivariograma promedio horizontal, T. Colorada Norte, 1740. bloques

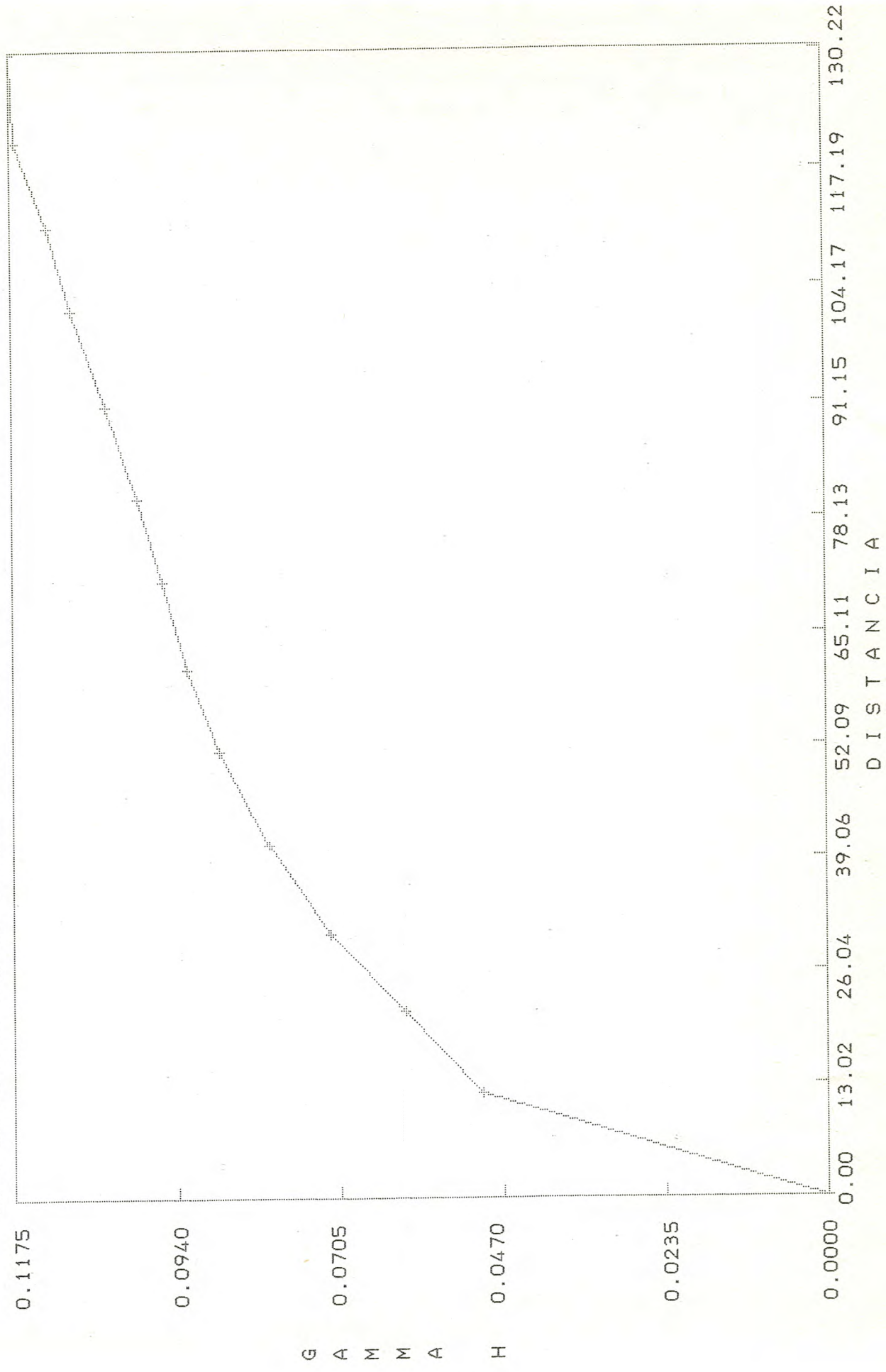
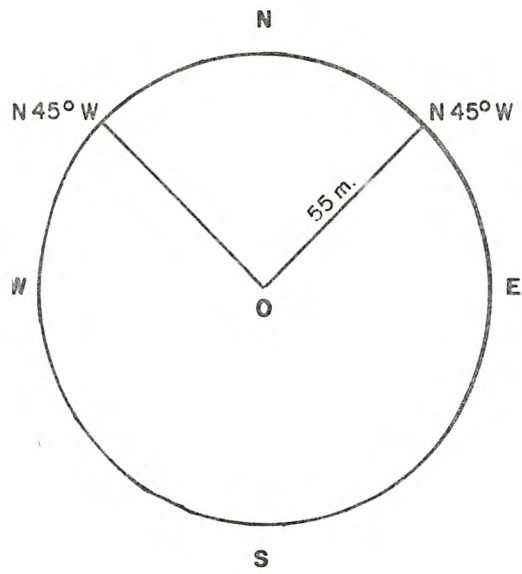
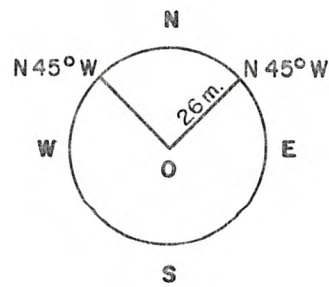


Fig. 22



BARRENOS ROTARIA
BANCO 1740



BARRENOS ROTARIA
BANCO 1755

U N I N	S O N	DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA
		COMPORTAMIENTO ISOTROPICO
		TESIS PROFESIONAL: RAFAEL MENDEZ R.
		Fig. 23

2.VI.88 Semivariograma promedio horizontal, T. Colorada Norte, 1755. bloques

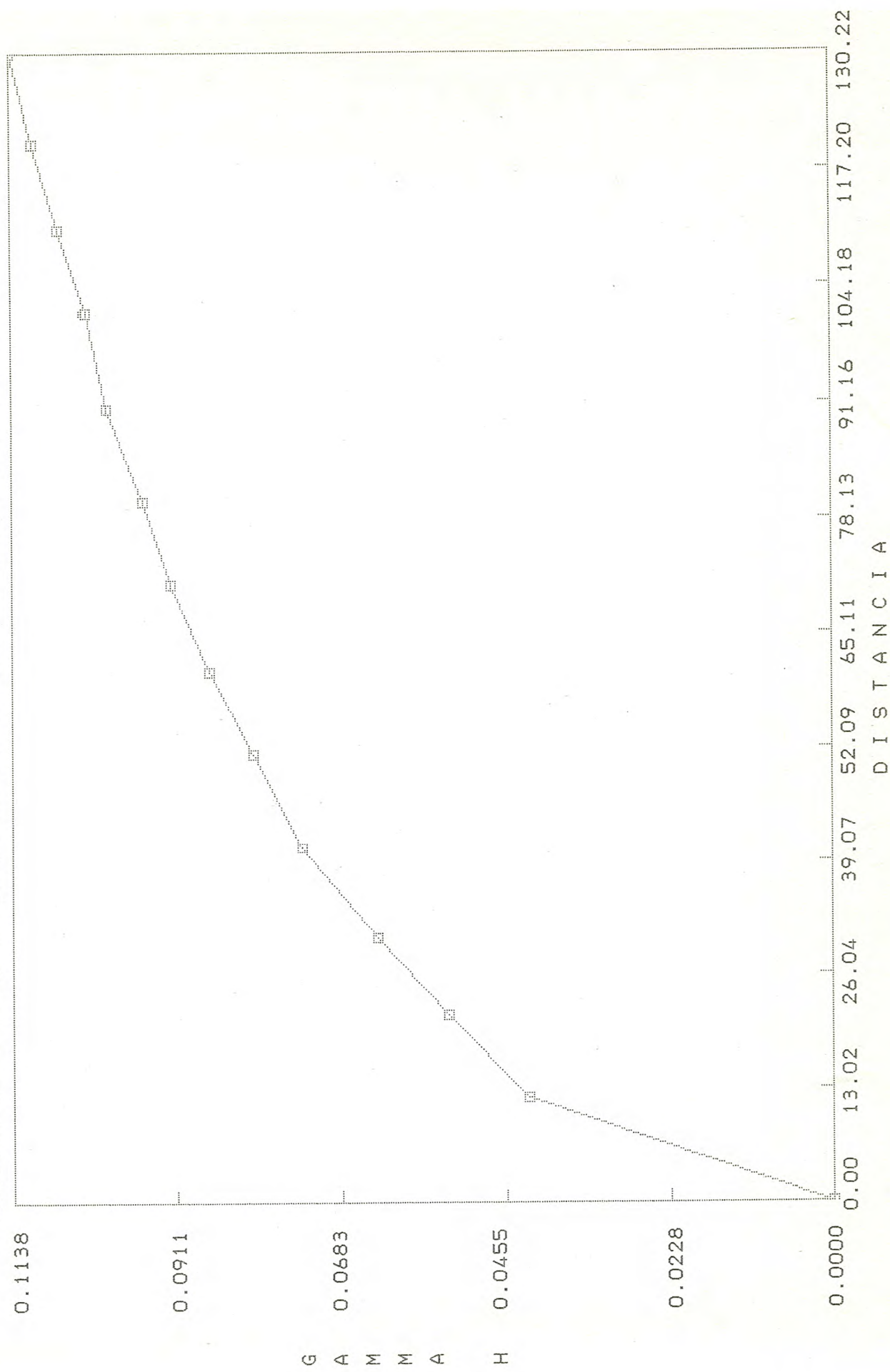
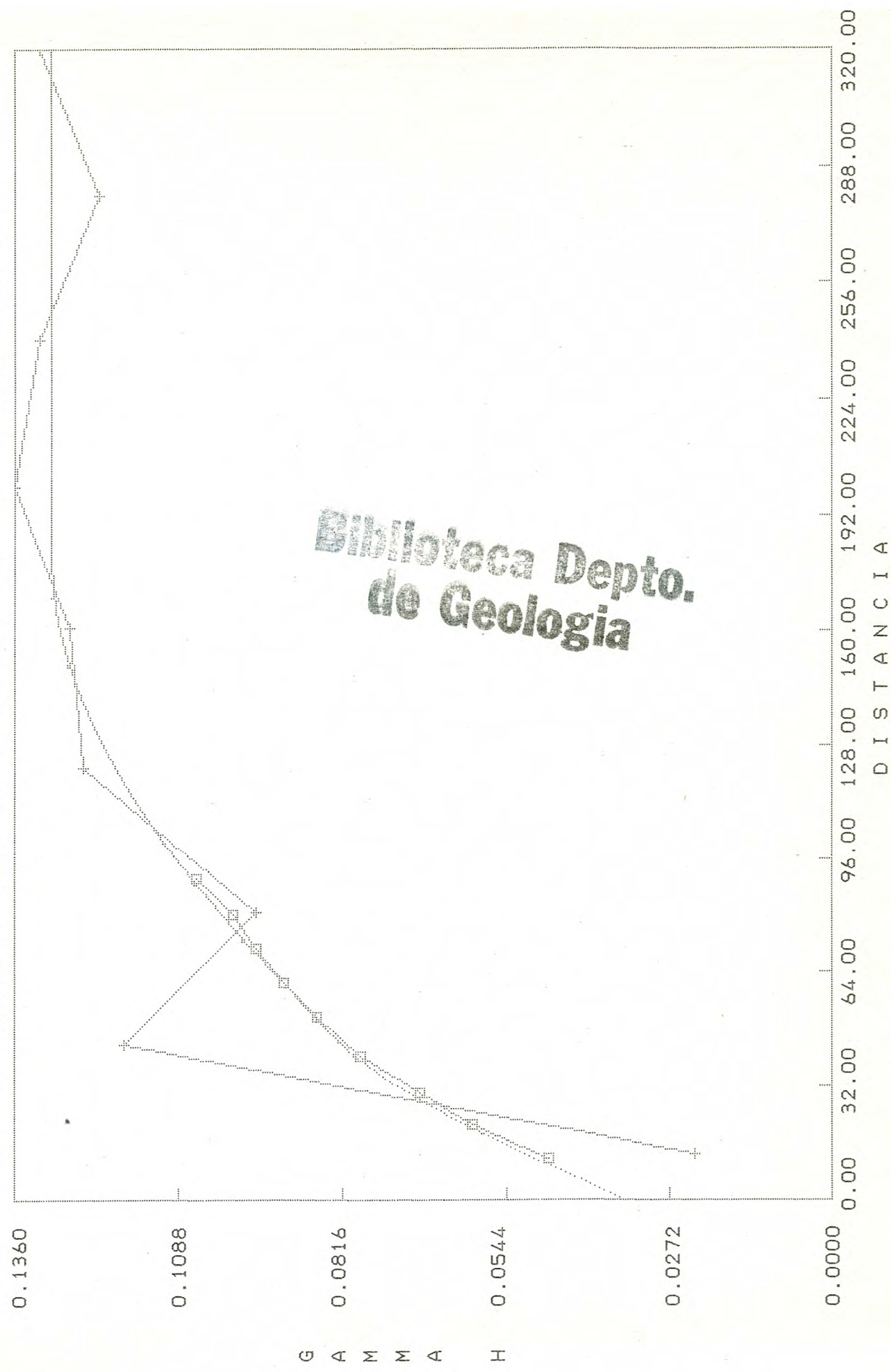


Fig. 24

3.VI.88 Semivariogramas ajustados, rotaria y diamante, T. Colorado Norte.



5.- KRIGEAGE.

El muestreo provee información acerca del yacimiento en base a los puntos de datos. Sin embargo no dice que pasa entre estos puntos, para el caso de la barrenación de rotaria esto no es tanto problema, ya que los patrones de barrenación son de longitudes pequeñas (6x7, 7x8, 6x8, etc.). Para el caso de los barrenos de diamante si es importante preguntarse que pasa en el área entre cada barreno, ya que están bastante espaciados, y más aún si tomamos solo los verticales.

La aproximación de las estimaciones depende de varios factores:

a) El número de muestras y la calidad de los datos en cada punto.

b) Las posiciones de las muestras dentro del depósito. Eventualmente las muestras espaciadas dan más cobertura y por lo tanto dan más información acerca del depósito, que las muestras muy cercanas entre ellas.

c) Las distancias entre muestras y la zona a ser estimada: Si hay interés en una región particular o bloque, es natural tratar de tener más muestras cercanas a éste. Similarmente se espera que la aproximación sea mejor en la vecindad de las muestras y deteriorarse a medida que se aleje de ella.

d) La continuidad espacial de la variable considerada. Obviamente es más fácil estimar un valor de una variable altamente regular que una que fluctue ampliamente. Ejemplo, es más fácil estimar una ley de cobre que una ley de oro.

El krigeage es un método de estimación, el cual toma en

cuenta los anteriores factores. En esencia este método, es un medio de encontrar el mejor (de mínima varianza) estimador lineal insesgado. Esto es, seleccionar el peso promedio de los valores de las muestras las cuales tienen la mínima varianza.

a) Derivando las Ecuaciones de Krigeage.

Si tenemos N valores de datos $z(x_1), \dots, z(x_N)$ a disposición y queremos estimar una función lineal de la variable $Z(x)$. Por ejemplo, si queremos estimar el valor de la variable en un punto particular $Z(x_0)$ o su promedio sobre una cierta región. Para evitar tener que escribir todos los casos separadamente, se utiliza la siguiente expresión:

$$y_0 = 1/V \int_V z(x) dx$$

donde el volumen V debe reducirse a un simple punto en el caso de estimación de un punto. Para estimar éste, se debe considerar un promedio pesado de los datos

$$y_0^* = \sum_{i=1}^N [(k_i) * z(x_i)]$$

El problema es seleccionar los factores de peso k_i de la mejor manera. Esto es, cuando hacemos uso del modelo estadístico.

Considerando la variable aleatoria:

$$y_0^* = \sum_{i=1}^N [(k_i) * Z(x_i)]$$

Se seleccionan los pesos que sean:

$$1) \text{ insesgados: } E (y_0^* - y_0) = 0$$

$$2) \text{ varianza mínima : } E (y_0^* - y_0)^2 = \text{mínimo}$$

Esta varianza es llamada la varianza de krigeage.

Para simplificar la prueba, debemos asumir que $Z(x_i)$ es estacionaria (pero los resultados también permanecen para variables intrínsecas)

$$E [Z(x_i)] = m \quad y \quad E [Y_o] = m$$

De la condición 1 anterior, tenemos:

$$\begin{aligned} E [\text{suma} (k_i * Z(x_i) - Y_o)] &= \text{suma} (k_i * m - m) \\ &= m * [\text{suma} (k_i - 1)] = 0 \end{aligned}$$

Consecuentemente, para que el estimador sea insesgado, los pesos deben sumar 1. La varianza del error se expresa en términos del variograma:

$$\begin{aligned} E [Y_{o*} - Y_o]^2 &= \text{Var} (Y_{o*} - Y_o) \\ &= 2 * \sum (k_i * \text{gamma}(x_i, V)) \sum [k_i, k_j * \text{gamma}(x_i, x_j) \\ &\quad - \text{gamma}(V, V)]. \end{aligned}$$

donde:

$\text{gamma}(x_i, V)$ es el promedio del variograma entre x_i y el volumen V , esto es

$$\text{gamma}(x_i, V) = 1/V \int_V (\text{gamma}(x_i - x) dx$$

$\text{gamma}(V, V)$ es el variograma promedio entre cualquiera de dos puntos x y x' recorriendo independientemente a través del volumen V :

$$\text{gamma}(V, V) = (1/V^2) * \iint \text{gamma}(x - x') dx dx'$$

Para minimizar la varianza anterior, bajo el precepto de que la suma de los pesos debe ser igual a 1, se introduce un multiplicador de Lagrange (μ). Las derivadas parciales de la cantidad:

$$\phi = \text{Var} (Y_{o*} - Y_o) - 2\mu [\text{suma} (k_i - 1)]$$

estas se igualan a cero. Esto lleva a una serie de $N+1$ ecuaciones lineales, mismas que forman el sistema de krigage:

$$\begin{aligned} \sum (k_i * \text{gamma}(x_i - h_j)) + \mu &= \text{gamma}(x_j, V) \quad i=1, 2, \dots, N \\ \sum (k_j) &= 1 \end{aligned}$$

La varianza mínima, la cual es llamada la varianza de krigage, esta dada por:

$$\text{varianza}_k = \sum (k_i * \gamma(x_i, V) - \gamma(V, V) + \mu$$

Para resolver el sistema numericamente, es conveniente escribirlo en forma de matriz:

$$A X = B$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1N} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2N} & 1 \\ \gamma_{N1} & \gamma_{N2} & \dots & \gamma_{NN} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1, V) \\ \gamma(x_2, V) \\ \vdots \\ \gamma(x_N, V) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si γ es un modelo autorizado, la matriz A nunca es singular y la solución es simplemente:

$$X = A^{-1} B$$

y la varianza de krigeage es:

$$\text{varianza}^k = X^T B - \gamma(V, V) \longrightarrow X^T = X \text{ transpuesta.}$$

b) El Efecto Pantalla.

Los programas de muestreo de algunas compañías mineras producen cientos o miles de valores de datos. En el caso de la barrenación de rotaria en el área de estudio de este trabajo, la información es bastante densa, misma que no se puede reducir a patrones mas amplios de barrenación, debido a que estos barrenos se dan con el fin de preparar el terreno para dar una tronada. Las dimensiones de los patrones de barrenación estan en función de la dureza de cada tipo de roca sobre la cual se va a dar la tronada, por lo que es lógico esperar diferentes tipos de patrones de barrenación en un banco dado.

Desde el punto de vista computacional el manejo de tal cantidad de información, para estimar la ley en un bloque, no es recomendable, ya que consume gran cantidad de tiempo y memoria en

computadora, por lo que se hace necesario tratar de reducir esta. Para hacer esta reducción es conveniente utilizar bloques, donde cada bloque tendrá un valor de cobre, mismo que es el valor promedio (aritmético) de los barrenos de rotaria que caen dentro de dicho bloque, de este modo se reduce la cantidad de información y al mismo tiempo se reduce la varianza, provocando así el concepto de la varianza de dispersión, ya que la diferencia en el soporte es muy grande.

c) Krigeage de Bloques del Banco 1695, Tajo Colorada Norte.

Utilizando el modelo de semivariograma ajustado a las dos fuentes de información, se procedió a krigeear el banco 1695, objetivo de este trabajo. El proceso de krigeage de este banco consistió en usar la información de rotaria del banco 1710 y la información de compuestos de diamante del banco 1695. Los parametros de este semivariograma ajustado son los siguientes:

Estructura 1 = 0.035 (Efecto nugget)

Estructura 2 $a_1 = 45$ metros; $c_1 = 0.02$ (Esferico)

Estructura 3 $a_2 = 180$ metros; $c_2 = 0.075$ (Esferico)

$\gamma(h) = 0.035 + 0.02 \text{ Esf}(45 \text{ m.}) + 0.075 \text{ Esf}(180 \text{ m.}) \quad h \leq 40 \text{ m.}$

$\gamma(h) = 0.035 + 0.020 + 0.075 \quad \text{para toda } h > 40 \text{ m.}$

El área krigeada se encuentra entre las coordenadas (-1400 a -800)N y (1100 a 1500)E, del banco 1695 del Tajo Colorada Norte, por lo que se logró obtener información de ley de cobre para 1025 bloques. Esta información se comparó con la información contenida en 571 bloques de cobre real y con los valores obtenidos en los mismos bloques utilizando el metodo de estimación del inverso de la distancia al cuadrado y la interpretacion manual.